

## תרגיל בית 1

### להגשה עד 1.2.24 בשעה 23:50

### בהצלחה!

תרגיל זה מנוסח בלשון זכר מטעמי נוחות בלבד והוא מיועד לכל המגדרים.

#### הוראות הגשה:

1. הגשת התרגיל היא בקבוצות של שניים או שלושה סטודנטים בלבד (למעט סטודנטים שאושר להם באופן רשמי).
2. רק בן זוג אחד צריך להגיש את התרגיל. הגשת התרגיל במקום המיועד במודל בלבד.
3. קובץ ההגשה חייב להיות בפורמט pdf בלבד.
4. שם הקובץ המוגש יהיה בפורמט הבא בלבד: EX1\_ID1\_ID2. כאשר ID1 ו ID2 אלו מספרי תעודות הזהות של בני הזוג.

#### הערות חשובות:

1. בתרגיל בית זה, לכל שאלה יש לספק הסברים (יש לספק הוכחות רק אם נדרש). תשובות ללא הוכחות מלאות והסברים יזכו בניקוד חלקי או לא יזכו בניקוד כלל.
2. במידה ותרגיל הבית מוגש בכתב יד יש לוודא כי הכתב קריא. פתרון לא קריא יפסל.
3. יש לוודא את איכות הסריקה לפני ההגשה, פתרון המכיל סריקה לא ברורה יפסל.
4. על הגשה של תרגיל בית מוקלד יינתנו 10 נקודות בonus לציון התרגיל.

## שאלה 1 -- סימונים אסימפטוטיים:

הוכח/הפרך ע"פ הגדרה. ניתן להשתמש בכל מה שנלמד בהרצאות ובתרגולים אך לא ניתן להשתמש בהגדרה באמצעות גבול. בשאלה זו התחום של הפונקציות הוא  $\mathbb{Z}_{\geq 0}$ , הטווח הוא  $\mathbb{R}$  וניתן להניח כי הן אסימפטוטית חיוביות.

1. לכל  $f(n), g(n)$  ו  $h(n)$  כמוגדר בשאלה, אם  $f(n) = \Theta(g(n))$  וגם  $g(n) = \Theta(h(n))$  אז  $f(n) = \Theta(h(n))$ .

2. לכל  $f(n)$  ו  $g(n)$  כמוגדר בשאלה מתקיים ש  $f(n) + g(n) = O(f(n) \cdot g(n))$ .

3. לכל  $f(n)$  ו  $g(n)$  כמוגדר בשאלה אם  $g(n) = \omega(f(n))$  אז  $f(n) + g(n) = \Theta(g(n))$ .

4. לכל  $f(n)$  ו  $g(n)$  כמוגדר בשאלה אם  $g(n) = o(f(n))$  אז  $f(n) + g(n) = \Theta(f(n))$ .

5. יהי  $\epsilon \in \mathbb{R}_{>0}$  ו  $b \in \mathbb{R}_{>1}$ . בהינתן כי  $f(n) = (\lg n)^b$  ו  $g(n) = n^\epsilon$  מתקיים ש  $f(n) = o(g(n))$ . הדרכה -- ניתן להשתמש בעובדה הבאה:  
לכל  $a \in \mathbb{R}_{>1}$  ו  $d \in \mathbb{R}$  מתקיים ש  $n^d = o(a^n)$ .

6. בהנתן כי  $f(n) = 2^{n \lg n}$  מתקיים ש  $f(n) = \omega(n!)$ .

7. בהינתן כי  $k \in \mathbb{R}$  קבוע כלשהו ו  $k > 2$ ,  $f(n) = 2^{\frac{1}{k} n \lg n}$  כמוגדר בשאלה, מתקיים ש  $f(n) = o(n!)$ .

### הדרכה:

על מנת להוכיח, לדוגמא, טענה מהצורה  $f(n) \notin O(g(n))$  מספיק להניח בשלילה שהטענה מתקיימת ולהגיע לסתירה. כמו כן ניתן, כמובן, להראות שמתקיימת שלילת הטענה.

## שאלה 2 -- פונקציית זמן הריצה של אלגוריתם

בשאלה זו הפונקציה  $T$  היא פונקציית זמן הריצה. כל הפונקציות בשאלה הן אסימפטוטית חיוביות. רשום נכון/לא נכון והסבר

1. נתון אלגוריתם  $A$  כלשהו. אם קיים קבוע  $c > 0$  כך שלכל  $n \in \mathbb{Z}_{>0}$  קיים אינסטנס  $I, |I| = n$ , כך ש  $T_A(I) \geq cg(n)$  אזי  $T_A(n) = \Omega(g(n))$ .

2. נתון אלגוריתם  $A$  כלשהו. אם קיימים קבועים  $c, n_0 > 0$  כך שלכל  $n \geq n_0$  קיים אינסטנס  $I, |I| = n$ , כך ש  $T_A(I) \leq cn^2$  אזי  $T_A(n) = O(n^2)$ .

3. נתון אלגוריתם  $A$  כלשהו. אם קיימים קבועים  $c, n_0 > 0$  כך שלכל  $n \geq n_0$  ולכל אינסטנס  $I, |I| = n$  מתקיים ש  $T_A(I) < cg(n)$  אזי  $T_A(n) = O(g(n))$ .

4. נתון אלגוריתם  $A$  כלשהו. אם קיים קבוע  $c > 0$  כך שלכל  $n_0 > 0$  קיים  $n \geq n_0$  כך שלכל אינסטנס  $I, |I| = n$ , מתקיים  $T_A(I) \leq cn^2$  אזי  $T_A(n) = O(n^2)$ .

**שאלה 3 -- חישוב סיבוכיות זמן ריצה של אלגוריתמים**  
חשב חסם אסימפטוטי הדוק,  $\Theta$ . יש להציג את החסם ללא שימוש בסכום:

---

*Alg-3*( $n$ )

---

```
1: count = 0
2: for  $i = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  to  $n$  do
3:    $j = 1$ 
4:   while  $j \leq n$  do
5:      $j = 2 \cdot j$ 
6:      $k = 1$ 
7:     while  $k \leq n$  do
8:        $k = 2 \cdot k$ 
9:     count = count + 1
```

---

**שאלה 4 -- חישוב סיבוכיות זמן ריצה של אלגוריתמים**  
חשב חסמים אסימפטוטים,  $\Omega$ ,  $O$ . יש להציג את החסמים ללא שימוש בסכום:

---

*FindPow*( $n$ )

---

```
1:  $k = 1$ 
2:  $p = 0$ 
3: while  $k \leq n$  do
4:    $k = k \times 2$ 
5:    $p = p + 1$ 
6: return  $p - 1$ 
```

---

---

*Alg-4*( $n$ )

---

```
1:  $p = \text{FindPow}(n)$ 
2:  $binary = "1"$ 
3:  $n = n - 2^p$ 
4: for  $i = p - 1$  to 0 do
5:    $NewP = \text{FindPow}(n)$ 
6:   if  $NewP = i$  then
7:      $binary = binary + '1'$ 
8:      $n = n - 2^{NewP}$ 
9:   else
10:     $binary = binary + '0'$ 
11: return  $binary$ 
```

---

**שאלה 5 -- חישוב סיבוכיות זמן ריצה של אלגוריתמים (רשות)**  
חשב חסם אסימפטוטי הדוק,  $\Theta$ . יש להציג את החסם ללא שימוש בסכום:

---

*Alg-5*( $n$ )

---

```
1:  $k = 0, x = 0, y = 0$ 
2: for  $i = 1$  to  $2n$  do
3:   for  $j = 0$  to  $i^2$  do
4:      $k += 1$ 
5:    $t = k$ 
6:   while  $t \geq 0$  do
7:     print  $t$ 
8:      $y = y + x$ 
9:      $x = x + 2$ 
10:    print  $x$ 
11:    print  $y$ 
12:     $t = t - 0.5$ 
```

---