Aula 10
Pilhas, Filas e Listas Biligadas

Programação II, 2018-2019

v1.3, 2019-05-14

DETI, Universidade de Aveiro

10.1

Objectivos:
- Saber implementar e utilizar estruturas tipo "pilha".
- Saber implementar e utilizar estruturas tipo "fila".
- Saber implementar e utilizar estruturas tipo "lista biligada".

Conteúdo

10.2

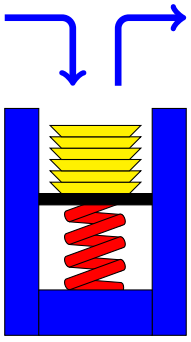
1 Pilhas e filas

1.1 Definições e tipos de dados abstratos

Pilha: definição

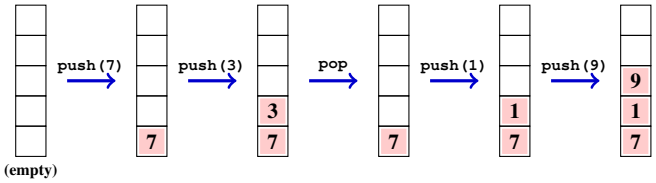
- É uma estrutura de dados sequencial que só pode ser modificada por uma das suas extremidades usualmente denominada como "topo".

- Estrutura com gestão *LIFO*: *Last In First Out*;
  - O último elemento a entrar é o primeiro a sair.



10.3

Pilha: as operações `push` / `pop`



10.4

Pilha: exemplos de utilização

- Armazenamento de contextos de execução de subrotinas.
- Análise e avaliação de expressões matemáticas.
- Travessia *depth-first* de árvores e grafos.
- Detecção de marcas de início/fim em texto formatado. Por exemplo, parênteses ou marcas HTML ou XML.
- ...

10.5

Pilha: tipo de dados abstrato

- Nome do módulo:
  - `Stack`
- Serviços:
  - `push`: insere (empilha) um elemento no topo da pilha
  - `pop`: remove (desempilha) o elemento no topo da pilha
  - `top`: devolve o elemento no topo da pilha
  - `isEmpty`: verifica se a pilha está vazia
  - `isFull`: verifica se a pilha está cheia
  - `size`: retorna a dimensão actual da pilha
  - `clear`: limpa a pilha (retira todos os elementos)

10.6

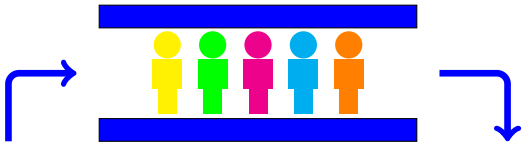
Pilha: semântica

- **push(e)**
  - Pré-condição: `!isFull()`
  - Pós-condição: `!isEmpty() && (top() == e)`
- **pop()**
  - Pré-condição: `!isEmpty()`
  - Pós-condição: `!isFull()`
- **top()**
  - Pré-condição: `!isEmpty()`

10.7

Fila: definição

- É uma estrutura de dados cujo acesso é feito por ambas as extremidades:
  - uma apenas para colocar elementos, e a outra apenas para os retirar.



- Gerida segundo uma política *FIFO* (*First In First Out*)
  - extrai-se sempre o valor mais antigo primeiro.

10.8

Fila: tipo de dados abstrato

- Nome do módulo:
  - `Queue`
- Serviços:
  - `in`: insere um elemento no fim da fila
  - `out`: retira elemento do início da fila
  - `peek`: retorna o elemento do inicio da fila
  - `isEmpty`: verifica se a fila está vazia
  - `isFull`: verifica se a fila está cheia
  - `size`: retorna a dimensão actual da fila
  - `clear`: limpa a fila (retira todos os elementos)

10.9

Fila: semântica

- **in(v)**
  - Pré-condição: `!isFull()`
  - Pós-condição: `!isEmpty()`
- **out()**
  - Pré-condição: `!isEmpty()`
  - Pós-condição: `!isFull()`
- **peek()**
  - Pré-condição: `!isEmpty()`

10.10

1.2 Implementação em lista ligada

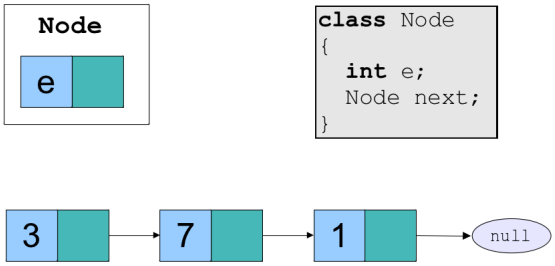
Implementação em lista ligada

- Numa aula anterior, estudámos as listas ligadas.
- Comparando com os vectores, vimos que:
  - A grande vantagem das listas ligadas é serem estruturas de dados dinâmicas, portanto sem limitação na sua capacidade.
  - A grande desvantagem das listas ligadas é não facilitarem o acesso direto a cada elemento.
- No caso particular das pilhas e das filas:

  - Pode ser difícil prever o número de elementos.
  - Não há necessidade de aceder a elementos abaixo do topo da pilha.
  - Não há necessidade de aceder a elementos no meio da fila.
- Assim, em geral, a implementação de pilhas e filas em lista ligada é vantajosa, quando comparada com a implementação em vector.

10.11

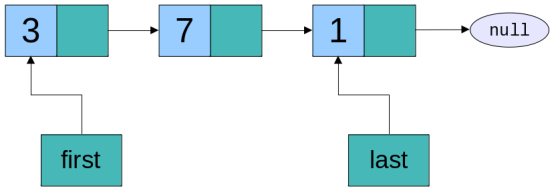
Relembrando: lista ligada simples



10.12

Relembrando: lista ligada com dupla entrada

- A lista possui acesso direto ao primeiro e último elementos.
- É simples acrescentar elementos no início e no fim da lista.
- É simples remover elementos do início da lista.



10.13

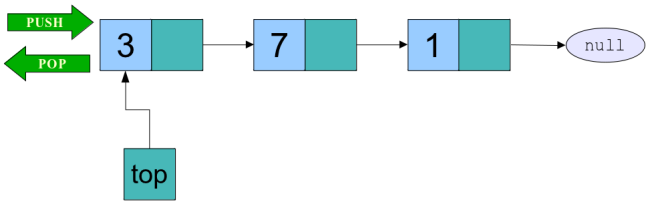
Relembrando: lista ligada - tipo de dados abstrato

- Nome do módulo:
  - `LinkedList`
- Serviços:
  - `addFirst`: insere um elemento no início da lista
  - `addLast`: insere um elemento no fim da lista
  - `first`: retorna o primeiro elemento da lista
  - `last`: retorna o último elemento lista
  - `removeFirst`: retira o elemento no início da lista
  - `size`: retorna a dimensão actual da lista
  - `isEmpty`: verifica se a lista está vazia
  - `clear`: limpa a lista (remove todos os elementos)

10.14

Pilha: implementação em lista ligada

- Usa uma gestão *LIFO* (*Last In First Out*)
- O último elemento empilhado (`top`) é o primeiro a desempilhar.
  - Método `push` corresponde a `addFirst` da lista ligada.
  - Método `pop` corresponde a `removeFirst` da lista ligada.
- O elemento no topo da pilha fica armazenado no primeiro nó da lista.
- O elemento na base da pilha fica armazenado no último nó da lista.

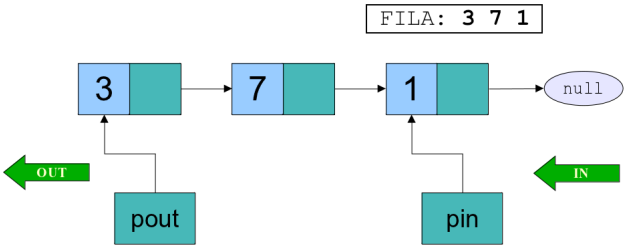


Pilha genérica: implementação em lista ligada

```
public class Stack<E> {

   private LinkedList<E> list = new LinkedList<E>();

   public void push(E element) {
      list.addFirst(element);
   }

   public E top() {
      return list.first();
   }

   public void pop() {
      list.removeFirst();
   }

   public int size() {
      return list.size();
   }

   public boolean isEmpty() {
      return list.isEmpty();
   }

}
```


Fila: implementação em lista ligada

- Usa uma gestão *FIFO* (*First In First Out*).
- O primeiro elemento introduzido é o primeiro a remover, por isso tem que ficar no primeiro nó da lista.
  - Método `out` corresponde a `removeFirst` da lista ligada.
- O último elemento introduzido fica armazenado no último nó da lista e será o último a ser removido.
  - Método `in` corresponde a `addLast` da lista ligada.



10.17

Fila genérica: implementação em lista ligada

```
public class Queue<E> {

   private LinkedList<E> list = new LinkedList<E>();

   public void in(E element) {
      list.addLast(element);
   }

   public E peek() {
      return list.first();
   }

   public void out() {
      list.removeFirst();
   }

   public int size() {
      return list.size();
   }

   public boolean isEmpty() {
      return list.isEmpty();
   }

}
```

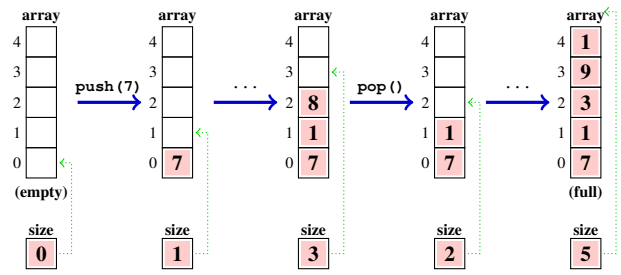
10.18

1.3 Implementação em vector

Para certas aplicações específicas de pilhas ou filas, o número máximo de elementos pode ser conhecido à partida. Nesses casos, a implementação em vector (array) pode ser preferível, porque evita perder tempo com a alocação e libertação dinâmica de memória.

Pilha: implementação em vector

- Precisamos de dois atributos:
  - O vector que armazena os elementos
  - O número de elementos, que funciona também como índice da primeira posição livre



10.19

Pilha genérica: implementação em vector

```
public class Stack<E> {

   private E[] array;
   private int size;

   public Stack(int maxSize) {
      assert maxSize >= 0;
      array = (E[]) new Object[maxSize];
      size = 0;
   }

   public void push(E e) {
      assert !isFull();
      array[size] = e;
      size++;
      assert !isEmpty() && top() == e;
   }

   public void pop() {
      assert !isEmpty();
      size--;
      assert !isFull();
   }
```

```
   public E top() {
      assert !isEmpty();
      return array[size-1];
   }

   public boolean isEmpty() {
      return size == 0;
   }

   public boolean isFull() {
      return size == array.length;
   }

   public int size() {
      return size;
   }

   public void clear() {
      size = 0;
      assert isEmpty();
   }

}
```

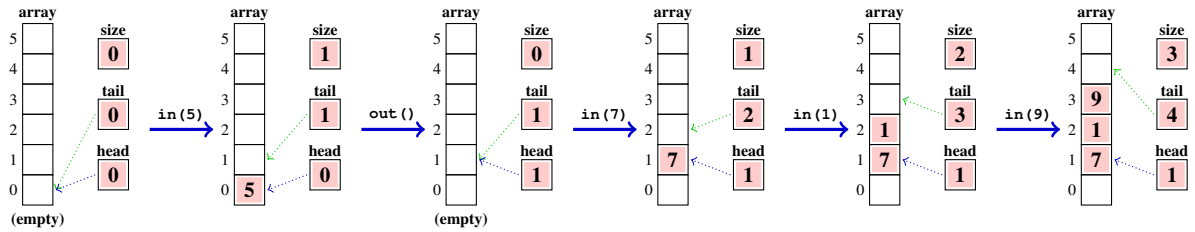
10.20

Fila: implementação em vector

- A forma mais eficiente de implementar é uma estrutura conhecida como *buffer circular*.
- Requer 4 atributos:
  - O vector que armazena os elementos.
  - O número de elementos.
  - O índice do próximo elemento a ser retirado (*cabeça* da fila).
  - O índice do próximo elemento a ser ocupado (*cauda* da fila).
- Sempre que se insere ou retira um elemento, incrementa-se o índice respetivo em *aritmética modular*.
  - Ou seja, quando o índice atinge o limite, é reposto a zero.

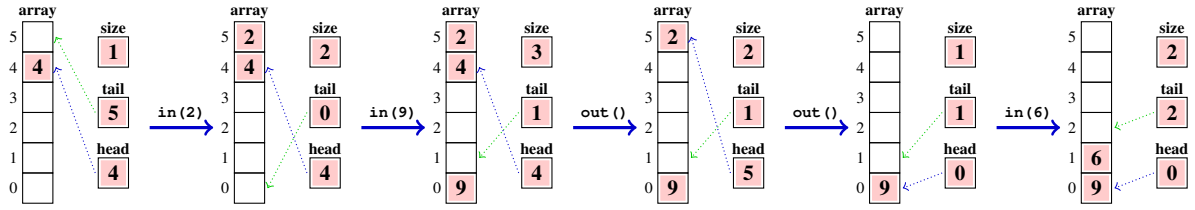
10.21

Fila: exemplo



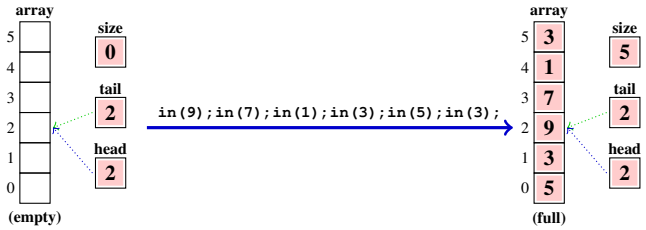
10.22

Fila: exemplo - gestão circular



10.23

Fila: exemplo - empty/full



10.24

Fila genérica: implementação em vector

```
public class Queue<E> {

   private E[] array;
   private int size;
   private int head;
   private int tail;

   public Queue(int maxSize) {
      assert maxSize >= 0;

      array = (T[]) new Object[maxSize];
      size = head = tail = 0;
   }

   public void in(E e) {
      assert !isFull();
      array[tail] = e;
      tail = nextPosition(tail);
      size++;
   }

   public void out() {
      assert !isEmpty();
      head = nextPosition(head);
      size--;
   }
```

```
   public E peek() {
      assert !isEmpty();
      return array[head];
   }

   public int size() {
      return size;
   }

   public boolean isEmpty() {
      return size == 0;
   }

   public boolean isFull() {
      return size == array.length;
   }

   public void clear() {
      head = tail = size = 0;
   }

   private int nextPosition(int p) {
      return (p + 1) % array.length;
   }

}
```

10.25

Lista	descrição	Pilha	Fila
addLast	acrescenta um elemento no fim da lista	-	in
addFirst	acrescenta um elemento no início da lista	push	-
first	devolve o primeiro elemento da lista	top	peek
removeFirst	remove o primeiro elemento da lista	pop	out

- Os tipos de dados abstratos das pilhas e filas correspondem a subconjuntos do tipo de dados abstrato da lista ligada.
- Podemos dizer que os tipos de dados abstratos das pilhas e filas são *açúcar sintático* para certos perfis de utilização das listas.

10.26

Pilhas e filas: complexidade

- Implementação em lista ligada:
  - Todos os métodos do tipo de dados abstrato têm complexidade constante ($O(1)$).
- Implementação em vector com dimensão fixa:
  - Todos os métodos do tipo de dados abstrato têm complexidade constante ($O(1)$).
- Implementação em vector com re-dimensionamento:

- Sempre que a pilha ou fila enche, temos que criar um novo vector e transferir a informação para esse vector.
- Nesses casos, a operação `push` passa a ter complexidade linear ($O(n)$).
- Os restantes métodos do tipo de dados abstrato têm complexidade constante ($O(1)$).

10.27

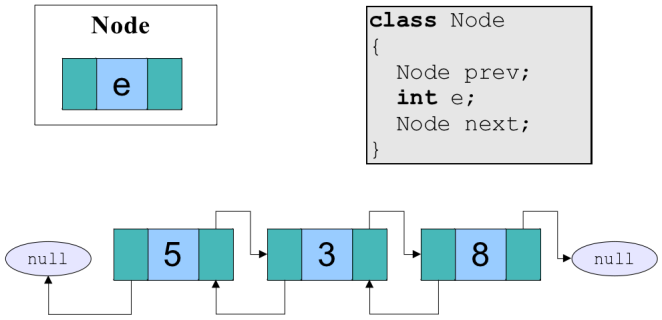
2 Listas biligadas

Lista biligada

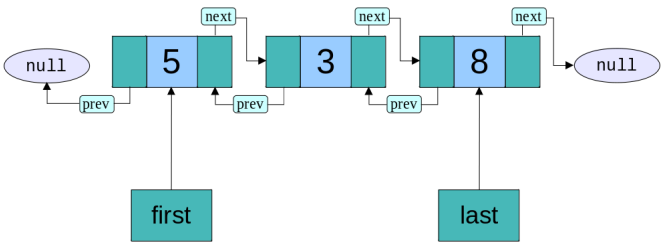
- Estrutura de dados sequencial em que cada elemento da lista contém uma referência para o próximo elemento e outra para o anterior.
  - Cada uma dessas referências terá o valor `null` caso o elemento a que se refere não exista.
- Ao contrário da lista ligada, permite um acesso sequencial do fim para o início.
- Facilita a remoção do último elemento (`removeLast`).

10.28

Lista biligada: nós e ligações



10.29



10.30

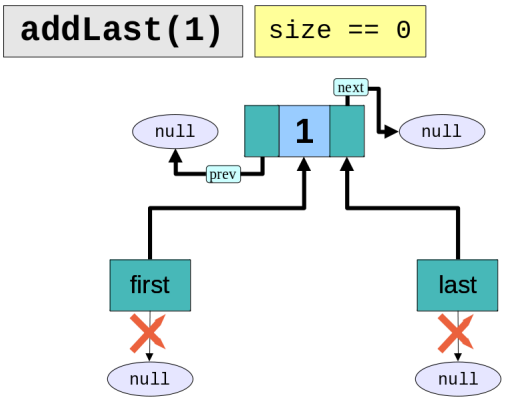
Lista biligada: tipo de dados abstrato

- Nome do módulo:
  - `LinkedList`
- Serviços:
  - `addFirst`: insere um elemento no início da lista.
  - `addLast`: insere um elemento no fim da lista.
  - `first`: devolve o primeiro elemento da lista.
  - `last`: devolve o último elemento lista.
  - `removeFirst`: retira o elemento no início da lista.
  - `removeLast`: retira o elemento no início da lista.
  - `size`: devolve a dimensão actual da lista.

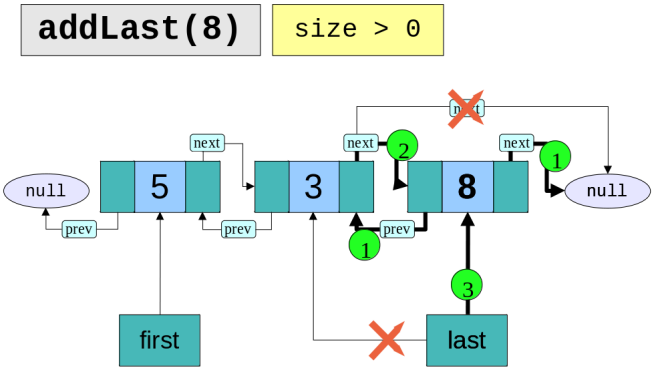
– `isEmpty`: verifica se a lista está vazia.

– `clear`: limpa a lista (remove todos os elementos).

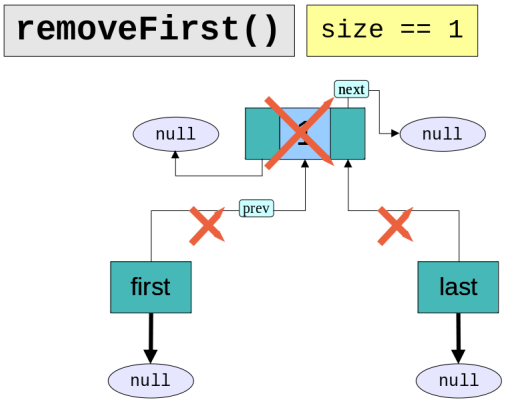
10.31



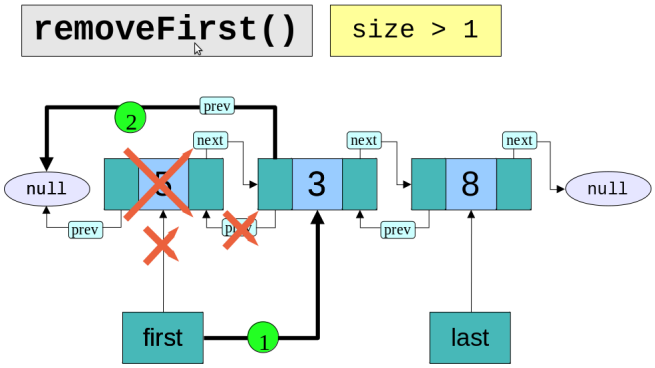
10.32



10.33



10.34



10.35

3 Comparação entre diferentes tipos de listas ligadas

Tipo de Lista	Simples	Simples	Circular Simples	Biligada	Circular Biligada
Atributos / **Operações**	first	first last	last	first last	first (last)
insert first	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
remove first	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
insert last	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$	$O(1)$
remove last	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(1)$	$O(1)$
scan forward	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
scan backward	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(n)$	$O(n)$
insert middle	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$
remove middle	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$	$O(n)$

10.36