

הרצאה 5

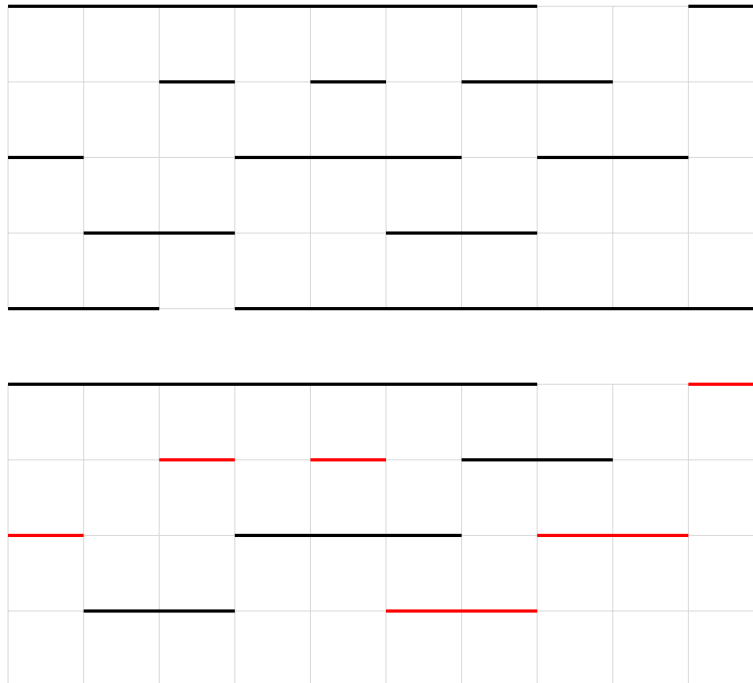
אלגוריתמים חמדניים

הקדמה

לעיתים קרובות אפשר לייצג בעיות אופטימזציה כקבוצה של אלמנטים כאשר פתרון חוקי הוא תת קבוצה של אלמנטים שמקיימת תכונות מסוימות. למשל, עץ פורש מינימלי. בדרך כלל יש פונקציית מחיר / רווח לכל תת קבוצה והמטרה שלנו היא למזער / למקסם את הערך הזה. אלגוריתם חמדן, באופן לא פורמלי, הוא כזה שבונה פתרון (תת קבוצה של אלמנטים) באופן איטרטיבי ובכל שלב מוסיף / מסיר מהקבוצה

שיבוץ אינטרוולים

נתונים n אינטרוולים $A = \{(a_1, b_1), \dots, (a_n, b_n)\}$, $a_i, b_i \in \mathbb{R}_+$ וכן $a_i \leq b_i$ רוצים למצוא תת קבוצה בגודל מקסימלי $I \subseteq A$ כך שהאינטרוולים ב- I זרים בזוגות, כלומר לכל $i \leq j$ כך ש- $(a_i, b_i), (a_j, b_j) \in I$ אחד התנאים מתקיים: $b_i < a_j$ או ש- $a_i > b_j$. דוגמה:



אלגוריתם חמדן:

1. אתחול: $b \leftarrow 0, I \leftarrow \emptyset$

2. עבור כל אינטרוול (a_i, b_i) בסדר לא יורד של ערכי b_i :

(א) אם $a_i \geq b$

i. $I \leftarrow I \cup \{(a_i, b_i)\}$

ii. $b \leftarrow b_i$

הוכחת נכונות: נוכיח את הטענה הבאה, בכל פעם שהאלגוריתם מוסיף אינטרוול אז קיים שיבוץ אופטימלי שמכיל את I