

## הרצאה 10

### תכנון דינאמי

כפל מטריצות, התאמת מחרוזות



כדי לדעת אילו תיקונים להציע רוצים למדוד את המרחק בין המחרוזות שהוקלדה לבין המילה המוצעת. בהינתן א"ב  $\Sigma$  נגדיר  $\Sigma' = \Sigma \cup \{\_ \}$ . ונגדיר:

**הגדרה 1** (הרחבה). מחרוזת  $s' \in \Sigma'^*$  היא הרחבה של  $s \in \Sigma^*$  אם לאחר מחיקת כל תווי ה- $\_$  מ- $s'$  מקבלים את  $s$ . בהינתן פונקציית משקל  $w : \Sigma' \times \Sigma' \rightarrow \mathcal{R}$  המרחק בין שתי הרחבות בעלות אורך זהה,  $l$ , הוא:

$$\sum_{i=1}^l w(s'_1[i], s'_2[i])$$

**דוגמה 1.**

ס	ו	ו	י	ב	ו	ו
ס	ב	_	י	ב	ו	ו

**דוגמה 2.**

ס	ו	ו	י	ב	_	ו	ו
ס	_	_	_	ב	י	ו	ו

עבור פונקציית המשקל

$$w(\alpha, \beta) = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha = \beta \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

אז המרחק בדוגמה 1 הוא 2 ובדוגמה 2 הוא 4.

**הגדרה 2** (מרחק). המרחק בין שתי מחרוזות (לאו זוקא באורך זהה) מעל  $\Sigma$  הוא המרחק המינימלי האפשרי בין כל שתי הרחבות שלהן מאורך זהה.

**הערה:** אם מניחים שפונקציית המשקל אי שלילית אז מספר ההרחבות הרלוונטיות הוא סופי. **מטרה:** בהינתן שתי מחרוזות רוצים לחשב את המרחק ביניהן.

**פתרון:** נסמן  $|s| = m$ ,  $|r| = n$  ו- $\alpha(i, j)$  להיות המרחק בין  $s[i \dots m-1]$  ל- $r[j \dots n-1]$ . ונחשב

$$\alpha(i, j) = \min \begin{cases} w(s[i], r[j]) + \alpha(i+1, j+1) \\ w(\_, r[j]) + \alpha(i, j+1) \\ w(s[i], \_) + \alpha(i+1, j) \end{cases}$$

כמו כן מתקיים ש:

$$\alpha(m, n) = 0$$

$$\alpha(m, k) = w(\_, r[k]) + \alpha(m, k+1) \quad \forall 0 \leq k < n$$

$$\alpha(k, n) = w(s[k], \_) + \alpha(k+1, n) \quad \forall 0 \leq k < m$$

**סיבוכיות:** אם מחשבים את ערכי נוסחת הנסיגה על ידי שימוש בטבלה, למשל, אז נדרש לחשב  $mn$  ערכים וחישוב של כל ערך לוקח  $O(1)$  פעולות. בסך הכל מקבלים  $O(mn)$  פעולות.