

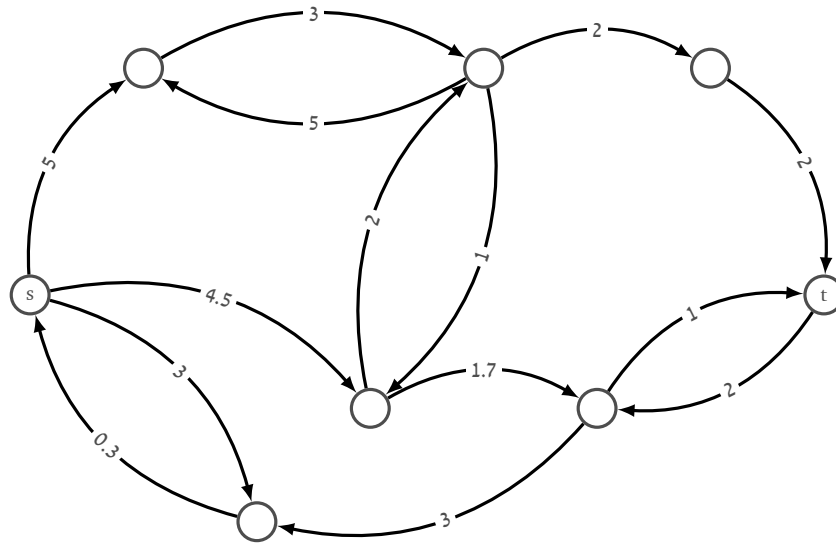
## הרצאה 11

רשתות זרימה

## הקדמה

**הגדרה 1** (רשת זרימה). רשת זרימה היא גרף מכוון,  $G = (V, E)$  עם קיבולים על הקשתות,  $c: E \rightarrow \mathbb{R}_+$ , צומת מקור,  $s \in V$ , וצומת בור,  $t \in V$ .

**דוגמה:**



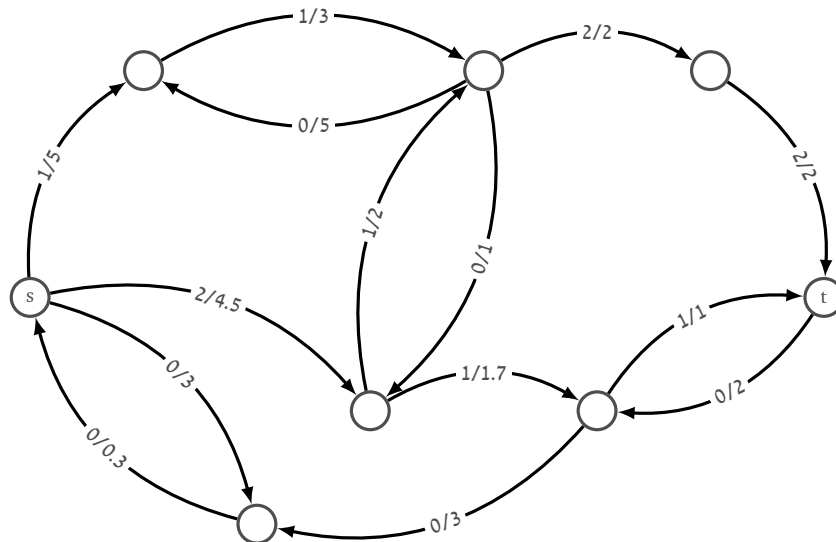
**הגדרה 2** (זרימה). בהינתן רשת זרימה,  $(G, c, s, t)$ , זרימה היא פונקציה,  $f: E \rightarrow \mathbb{R}_+$ , אשר מקיימת

$$1. \text{ חוק הקשת } \forall e \in E \quad 0 \leq f(e) \leq c(e)$$

$$2. \text{ חוק הצומת } \forall v \in V \setminus \{s, t\} \quad \sum_{uv \in E} f(uv) - \sum_{vw \in E} f(vw) = 0$$

נסמן ב- $\delta(u) := \{uv : uv \in E\}$  את אוסף הקשתות שיוצאות מצומת  $u$  וב- $\rho(v) := \{uv : uv \in E\}$  את אוסף הקשתות שנכנסות לצומת  $v$ .

נגדיר:  $f(v) := \sum_{e \in \delta(v)} f(e) - \sum_{e \in \rho(v)} f(e)$  ונסמן ב- $|f| := f(s)$  את ערך הזרימה.  
**דוגמה:**  $|f| = 3$



## חתך-st

**הגדרה 3** (חתך-st). חתך-st הוא תת קבוצה של צמתים שמכילה את  $s$  ואינה מכילה את  $t$ .

נרחיב את הסימונים  $\delta(S)$  ו- $\rho(S)$  עבור קבוצת צמתים, כלומר  $\delta(S) = \{uv \in E : u \in S \wedge v \notin S\}$  ו- $\rho(S) = \{uv \in E : u \notin S \wedge v \in S\} \cap E$ .

נגדיר  $f(S) = \sum_{e \in \delta(S)} f(e) - \sum_{e \in \rho(S)} f(e)$  נשים לב שלכל  $S \subseteq V$  מתקיים

$$f(S) = \sum_{v \in S} f(v)$$

**טענה 1.** לכל חתך- $st$ ,  $S$ , מתקיים  $f(S) = |f|$ .