

## הרצאה 2

חיפוש לעומק - Depth First Search (DFS)

## תזכורת

בהינתן גרף  $G$  וצומת  $s$  רוצים למצוא עץ  $T$  שפורש את כל הצמתים ששייכים ל- $s$ .

- אלגוריתם כללי

- BFS

- מימוש BFS באמצעות תור

## DFS

1. אתחול:  $U \leftarrow \{s\}, F \leftarrow \emptyset$ , לכל  $v \in V$  מציבים  $p(v) \leftarrow nil, \alpha(v) \leftarrow -1$ ,  $i \leftarrow 0, \alpha(s) \leftarrow 0, p(s) \leftarrow nil$

2. כל עוד ישנה קשת  $uv$  שחוצה את  $U$  ( $u \in U$ ) בחר קשת עם  $\alpha(u)$  מקסימלי

(א)  $U \leftarrow U \cup \{v\}, F \leftarrow F \cup \{uv\}$

(ב)  $p(v) \leftarrow u$

(ג)  $\alpha(v) \leftarrow i$

(ד)  $i \leftarrow i + 1$

## דוגמה

### מימוש על ידי מחסנית

1. אתחול:

(א)  $U \leftarrow \{s\}$

(ב)  $F \leftarrow \emptyset$

(ג) לכל  $v \in V$  מציבים  $p(v) \leftarrow nil, \alpha(v) \leftarrow -1$

(ד)  $\alpha(s) \leftarrow 0$

(ה)  $i \leftarrow 0$

(ו)  $S \leftarrow (s)$

2. כל עוד המחסנית לא ריקה

(א)  $u \leftarrow S.top()$

(ב) אם קיימת קשת  $uv$  שחוצה את  $U$  ( $u \in U$ )

i.  $U \leftarrow U \cup \{v\}, F \leftarrow F \cup \{uv\}$

ii.  $p(v) \leftarrow u$

iii.  $\alpha(v) \leftarrow i$

iv.  $i \leftarrow i + 1$

v.  $S.push(v)$

(ג) אחרת  $S.pop()$

**טענה 1.** במימוש בעזרת מחסנית, כל עוד קיימת קשת שחוצה את  $U$ , המחסנית לא ריקה

□

הוכחה. באינדוקציה על צעד האלגוריתם

**טענה 2.** המחסנית מונוטונית עולה ביחס ל- $\alpha$

□

הוכחה. באינדוקציה על צעד האלגוריתם

**טענה 3.** הצמתים במחסנית מהווים מסלול מ- $s$  לראש המחסנית ב- $T$

□

הוכחה. באינדוקציה על צעד האלגוריתם

**מסקנה 1.** עבור שני צמתים  $u$  ו- $v$ ,  $v$  צאצא של  $u$  בעץ אם ורק אם  $u$  נמצא במחסנית כאשר  $v$  מוכנס אליה.

הוכחה. כיוון ראשון מיידי מטענה 3.

כיוון שני גם מטענה 3 כאשר האבחנה היא שבעץ, צומת  $u$  הוא אב קדמון של  $v$  אם ורק אם הוא נמצא על המסלול מ- $s$  ל- $v$ .  
□

**למה 1** (המסלול הלבן). אם כאשר צומת  $u$  מוכנס למחסנית, קיים פתרון מסלול לצומת  $v$  כך שכל הצמתים במסלול אינם ב- $U$  אז  $v$  יהיה צאצא של  $u$  בעץ ה-DFS.

הוכחה. באינדוקציה על אורך המסלול, כאשר האבחנה היא שכאשר הצומת הראשון במסלול מוכנס למחסנית,  $u$  עדיין שם. □

## סיווג קשתות

בהינתן גרף מכוון ותת עץ (מושרש) שלו מסווגים את קשתות הגרף ל-4 סוגים:

1. קשתות עץ

2. קשתות קדמיות

3. קשתות אחוריות

4. קשתות חוצות

**הערה:** בגרף לא מכוון נתייחס לקשתות קדמיות וקשתות אחוריות כקשתות אחוריות.