

הרצאה 2

חיפוש לעומק - Depth First Search (DFS)

תזכורת

בהינתן גרף G וצומת s רוצים למצוא עץ T שפורש את כל הצמתים ששייכים ל- s .

- אלגוריתם כללי

- BFS

- מימוש BFS באמצעות תור

DFS

1. אתחול: $U \leftarrow \{s\}, F \leftarrow \emptyset$, לכל $v \in V$ מציבים $p(v) \leftarrow nil, \alpha(v) \leftarrow -1$, $i \leftarrow 0, \alpha(s) \leftarrow 0, p(s) \leftarrow nil$

2. כל עוד ישנה קשת uv שחוצה את U ($u \in U$) בחר קשת עם $\alpha(u)$ מקסימלי

(א) $U \leftarrow U \cup \{v\}, F \leftarrow F \cup \{uv\}$

(ב) $p(v) \leftarrow u$

(ג) $\alpha(v) \leftarrow i$

(ד) $i \leftarrow i + 1$

דוגמה

מימוש על ידי מחסנית

1. אתחול:

(א) $U \leftarrow \{s\}$

(ב) $F \leftarrow \emptyset$

(ג) לכל $v \in V$ מציבים $p(v) \leftarrow nil, \alpha(v) \leftarrow -1$

(ד) $\alpha(s) \leftarrow 0$

(ה) $i \leftarrow 0$

(ו) $S \leftarrow (s)$

2. כל עוד המחסנית לא ריקה

(א) $u \leftarrow S.top()$

(ב) אם קיימת קשת uv שחוצה את U ($u \in U$)

i. $U \leftarrow U \cup \{v\}, F \leftarrow F \cup \{uv\}$

ii. $p(v) \leftarrow u$

iii. $\alpha(v) \leftarrow i$

iv. $i \leftarrow i + 1$

v. $S.push(v)$

(ג) אחרת $S.pop()$

טענה 1. במימוש בעזרת מחסנית, כל עוד קיימת קשת שחוצה את U , המחסנית לא ריקה

□

הוכחה. באינדוקציה על צעד האלגוריתם

טענה 2. המחסנית מונוטונית עולה ביחס ל- α

□

הוכחה. באינדוקציה על צעד האלגוריתם

טענה 3. הצמתים במחסנית מהווים מסלול מ- s לראש המחסנית ב- T

□

הוכחה. באינדוקציה על צעד האלגוריתם

מסקנה 1. עבור שני צמתים u ו- v , v צאצא של u בעץ אם ורק אם u נמצא במחסנית כאשר v מוכנס אליה.

הוכחה. כיוון ראשון מידי מטענה 3.

כיוון שני גם מטענה 3 כאשר האבחנה היא שבעץ, צומת u הוא אב קדמון של v אם ורק אם הוא נמצא על המסלול מ- s ל- v .
□

למה 1 (המסלול הלבן). אם כאשר צומת u מוכנס למחסנית, קיים פתרון מסלול לצומת v כך שכל הצמתים במסלול אינם ב- U אז v יהיה צאצא של u בעץ ה-DFS.

הוכחה. באינדוקציה על אורך המסלול, כאשר האבחנה היא שכאשר הצומת הראשון במסלול מוכנס למחסנית, u עדיין שם. □

סיווג קשתות

בהינתן גרף מכוון ותת עץ (מושרש) שלו מסווגים את קשתות הגרף ל-4 סוגים:

1. קשתות עץ

2. קשתות קדמיות

3. קשתות אחוריות

4. קשתות חוצות

הערה: בגרף לא מכוון נתייחס לקשתות קדמיות וקשתות אחוריות כקשתות אחוריות.

יער DFS

סיכום

מיון טופולוגי באמצעות DFS