

הרצאה 10

תכנון דינאמי

כפל מטריצות, התאמת מחרוזות

בהינתן פונקציית משקל $w : \Sigma' \times \Sigma' \rightarrow \mathcal{R}$ המרחק בין שתי הרחבות בעלות אורך זהה, l , הוא:

$$\sum_{i=1}^l w(s'_1[i], s'_2[i])$$

ס	ו	ו	י	ב	ו	ו
ס	ב	–	י	ב	ו	ו

דוגמה 1.

ס	ו	ו	י	ב	–	ו
ס	–	–	ב	י	ו	ו

דוגמה 2.

עבור פונקציית המשקל

$$w(\alpha, \beta) = \begin{cases} 0 & \text{if } \alpha = \beta \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

אז המרחק בדוגמה 1 הוא 2 ובדוגמה 2 הוא 4.

הגדרה 2 (מרחק). המרחק בין שתי מחרוזות (לאו דווקא באורך זהה) מעל Σ הוא המרחק המינימלי האפשרי בין כל שתי הרחבות שלהן באורך זהה.

הערה: אם מניחים שפונקציית המשקל אי שלילית אז מספר ההרחבות הרלוונטיות הוא סופי.

מטרה: בהינתן שתי מחרוזות רוצים לחשב את המרחק ביניהן.

פתרון: נסמן $|r| = n$, $|s| = m$ ו- $\alpha(i, j)$ להיות המרחק בין $s[i \dots m-1]$ ל- $r[j \dots n-1]$.
ונחשב

$$\alpha(i, j) = \min \begin{cases} w(s[i], r[j]) + \alpha(i+1, j+1) \\ w(., r[j]) + \alpha(i, j+1) \\ w(s[i], .) + \alpha(i+1, j) \end{cases}$$

כמו כן מתקיים ש:

$$\alpha(m, n) = 0$$

$$\alpha(m, k) = w(., r[k]) + \alpha(m, k+1) \quad \forall 0 \leq k < n$$

$$\alpha(k, n) = w(s[k], .) + \alpha(k+1, n) \quad \forall 0 \leq k < m$$

סיבוכיות: אם מחשבים את ערכי נוסחת הנסיגה על ידי שימוש בטבלה, למשל, אז נדרש לחשב mn ערכים וחישוב של כל ערך לוקח $O(1)$ פעולות. בסך הכל מקבלים $O(mn)$ פעולות.