Kuliah
Aljabar Linear

Pertemuan 1

Afriyanti Dwi Kartika, S.Pd., M.T.

Aturan Kelas

- Datang tepat waktu
- Berpakaian sopan dan rapi
- Bijak menggunakan gadget
- Semua aturan yang berlaku di Unand

Penilaian

Sebelum UTS

Tugas	: 15%
UTS	: 35%

Setelah UTS

Kuis	: 20%
UAS	: 30%

Note:

UAS hanya akan dinilai jika memenuhi kehadiran **minimal 75%.** Kehadiran hanya dihitung untuk mahasiswa yang **hadir di kelas tepat waktu**

Tugas dan UTS hanya akan dinilai jika dikumpulkan **tepat waktu**

Tidak ada susulan ataupun remedial tugas dan UTS

Materi Pertemuan 1-7

Pertemuan 1:

- Konsep matriks
- Jenis-jenis matriks
- Matriks identitas
- Transpose matriks
- Ordo matriks

Pertemuan 2 dan 3:

- Penjumlahan matriks
- Pengurangan matriks
- Perkalian matriks
- Perkalian matriks dengan scalar linear

Pertemuan 4 dan 5:

- Determinan matriks
- Inverse matriks
- Sifat-sifat matriks

Pertemuan 6 dan 7

- Sistem persamaan linear
- Operasi baris elementer
- Eliminasi Gauss-Jordann
- Penerapan sistem persamaan linear

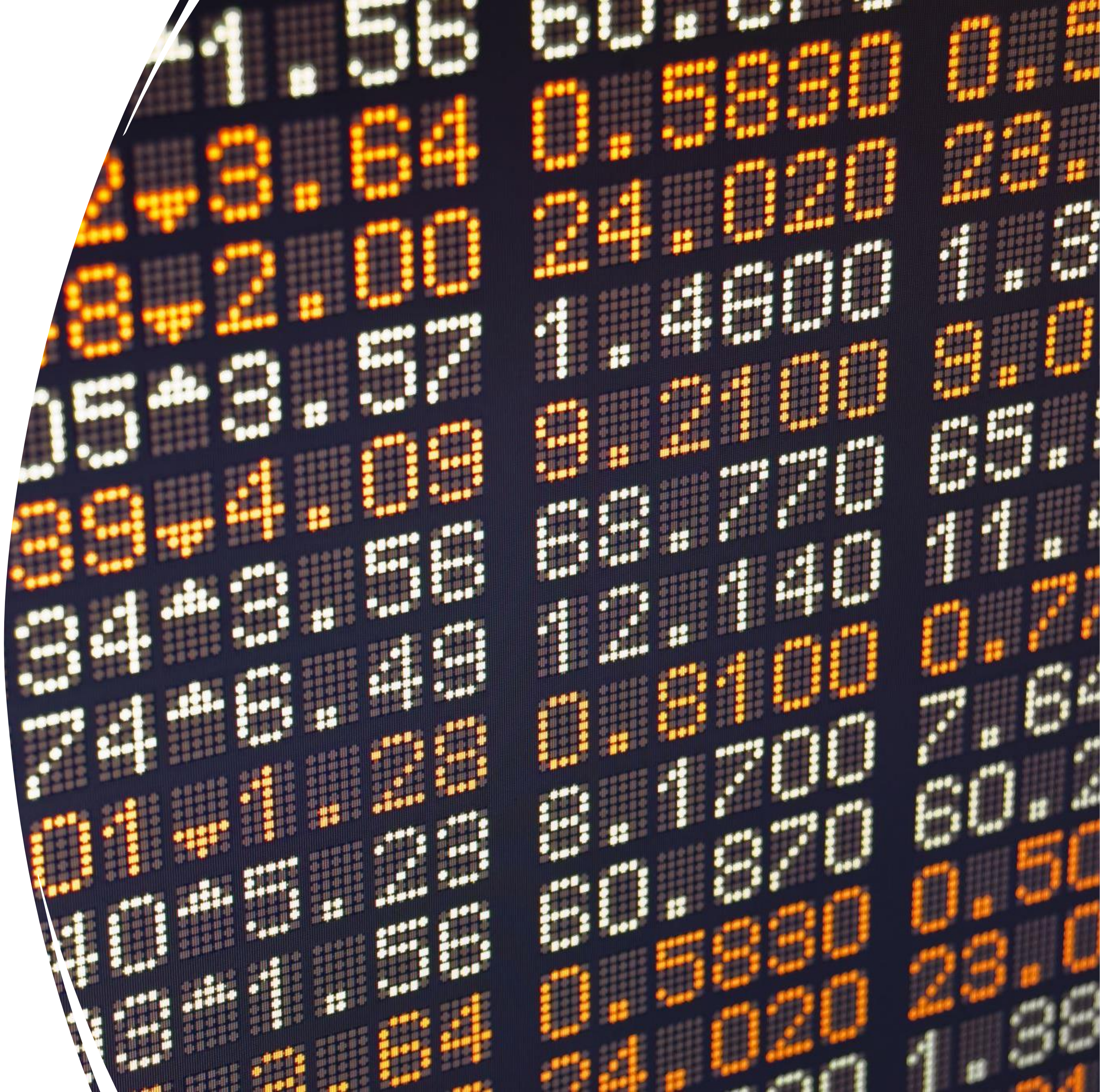
Ms.Teams

- Link: https://teams.microsoft.com/l/team/19%3aUOFaH4HKjsmLhNerUTu9OFALLqbEflxqvXDwRzFu_lg1%40thread.tacv2/conversations?groupId=51c87755-4825-4428-8362-42e09893253d&tenantId=34627874-ed3a-497c-8fb9-16ce7e9764f1

Matrix Notation and Terminology

Definition

- A ***matrix*** is a rectangular array of numbers.



Examples of Matrices

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad [2 \quad 1 \quad 0 \quad -3], \quad \begin{bmatrix} e & \pi & -\sqrt{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad [4]$$

The size of a matrix (ORDO)

is described in terms of the number of ***rows*** (horizontal lines) and ***columns*** (vertical lines) it contains

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \longrightarrow \mathbf{3 \times 2}$$

$$\begin{bmatrix} e & \pi & -\sqrt{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \longrightarrow \mathbf{3 \times 3}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -3 \end{bmatrix} \longrightarrow \mathbf{1 \times 4}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} \longrightarrow \mathbf{2 \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix} \longrightarrow \mathbf{1 \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

A row vector (or a ***row matrix***)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

A column vector (or a ***column matrix***)

$$\begin{bmatrix} 4 \end{bmatrix}$$

is both a row *vector* and a column vector

- use ***capital letters to denote matrices*** and ***lowercase letters to denote numerical quantities***

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{or} \quad C = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix}$$

- The entry that occurs in **row *i*** and **column *j*** of a matrix A will be denoted by $\boldsymbol{a_{ij}}$

a general 3×4 matrix

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \end{bmatrix}$$

a general $m \times n$ matrix

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Notation

$$[a_{ij}]_{m \times n} \quad \text{or} \quad [a_{ij}]$$

- The entry in row *i* and column *j* of a matrix *A* is also commonly denoted by the symbol $(A)_{ij}$

$$(A)_{ij} = a_{ij}$$

- Example

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 7 & 0 \end{bmatrix}$$

$(A)_{11} = 2$

$(A)_{12} = -3$

$(A)_{21} = 7$

$(A)_{22} = 0$

- A matrix A with ***n* rows** and ***n* columns** is called a ***square matrix of order n***, and the shaded entries $a_{11}, a_{22}, \ldots, a_{nn}$ are said to be on the ***main diagonal*** of A

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Jenis-Jenis Matriks

1. Vektor Baris dan Vektor Kolom

- Matriks berukuran 1xn disebut ***vektor baris***, matriks berukuran mx1 disebut ***vektor kolom***

$$P = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \end{pmatrix} \qquad Q = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ P adalah vektor baris dan Q adalah vektor kolom.

2. Matriks Bujur Sangkar

- Matriks bujur sangkar jika ***jumlah baris dan kolom matriks sama*** yaitu n buah

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 9 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 5 & -6 & 2 \\ -4 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

3. Elemen Diagonal

- Jika A matriks bujur sangkar maka elemen ***a_{ii}* *disebut elemen diagonal dari A***, dan elemen-elemen lain merupakan elemen diluar diagonal A.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$

a_{11}, a_{22}, a_{33} adalah elemen diagonal

a_{11}, a_{22}, a_{33} disebut juga diagonal utama

4. Matriks Diagonal

- Jika A matriks bujur sangkar dan elemen **$a_{ii} \neq 0$** sedangkan semua elemen diluar diagonal A **$a_{ij} = 0, i \neq j$**, maka matrik A disebut matriks diagonal.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{pmatrix}$$

5. Matriks Skalar

Jika A matriks bujur sangkar dan elemen $a_{ii} = \alpha, \forall\, i = 1, \ldots, n$ dimana α adalah suatu skalar sedangkan semua elemen diagonal A $a_{ij} = 0, i \neq j$ maka matriks A disebut **matriks skalar**.

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

6. Matriks Identitas

Jika A adalah matriks skalar dimana $a_{ii} = 1, \forall\, i = 1, \ldots, n$, maka matriks A disebut **matriks identitas**, matriks A dapat ditulis dengan I_n .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Matriks Null

- Jika A adalah matriks dimana ***semua elemennya bernilai 0*** maka A disebut ***matriks null***, sering dituliskan dengan matriks O

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Matriks Segitiga Bawah

- Jika A matriks bujur sangkar dimana ***semua elemen diatas diagonal utama adalah nol*** maka A disebut ***matriks segitiga bawah***.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

9. Matriks Segitiga Atas

- Jika A matriks bujur sangkar dimana ***semua elemen dibawah diagonal utama adalah nol*** maka A disebut ***matriks segitiga atas***

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

Transpose Matriks

Definisi

Jika *A* adalah matriks *mxn* maka transpos *A* (ditulis A^T) adalah matriks berukuran *nxm* yang didapatkan dengan mempertukarkan baris dengan kolom dari *A*. $A = (a_{ij})$ dan $A^T = (a_{ji})$. Jika *A* matriks bujur sangkar dan $A^T = A$ maka *A* adalah **matriks simetri**.

Contoh

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -3 & 4 & 5 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & 8 \\ 4 & 8 & 7 \end{pmatrix} \Rightarrow B^T = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & 8 \\ 4 & 8 & 7 \end{pmatrix}$$

matriks *B* adalah matriks simetri