

STATISTIKA

Program Studi Teknologi Rekayasa Perangkat Lunak

by Dani Rofianto

Ukuran Simpangan & Dispersi



1. Ukuran Dispersi

Ukuran dispersi adalah ukuran keragaman data dari pusatnya (*mean/median*).

Tujuannya: untuk melihat seberapa jauh data menyebar (*homogen atau heterogen*).

Jenis-jenis ukuran dispersi:

1. Rentang (*Range*) → nilai terbesar – nilai terkecil.
2. Jangkauan antar kuartil (*Interquartile Range, IQR*) → $Q3 - Q1$.
3. Variansi (*Variance*) → rata-rata kuadrat selisih tiap data dengan rata-rata.
4. Simpangan baku (*Standard Deviation, SD*) → akar kuadrat dari variansi.
5. Koefisien variasi (*Coefficient of Variation, CV*) → perbandingan simpangan baku terhadap rata-rata (dalam persen).

2. Ukuran Simpangan

Ukuran simpangan = bagian dari ukuran dispersi yang khusus menghitung **simpangan (deviation)** data dari rata-rata.

Biasanya berupa rata-rata selisih absolut atau kuadrat selisih dari mean.

Contoh ukuran simpangan:

1. Simpangan rata-rata (Mean Deviation/MD)
2. Variansi (Variance)
3. Simpangan baku (Standard Deviation)

Kesimpulan

Ukuran Dispersi → konsep umum untuk mengukur penyebaran data.

Ukuran Simpangan → bagian dari ukuran dispersi yang lebih fokus pada jarak data terhadap pusat (mean).

Dispersi=Variansi data=keragaman data

Adalah data yang menggambarkan bagaimana suatu kelompok data menyebar terhadap pusatnya data atau ukuran penyebaran suatu kelompok data terhadap pusatnya data

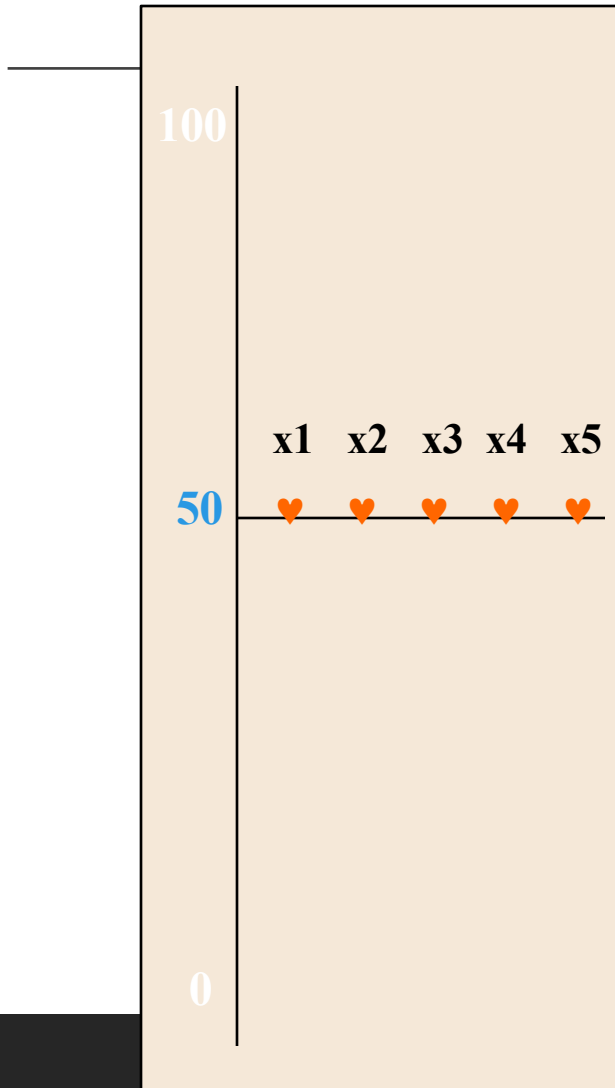
Contoh : Ada 3 kelompok data

- (a) 50, 50, 50, 50, 50 —————→ rata-rata hitung = 50 (homogen)
- (b) 50, 40, 30, 60, 70 —————→ rata-rata hitung = 50 (heterogen)
- (c) 100, 40, 80, 20, 10 —————→ rata-rata hitung = 50 (heterogen)

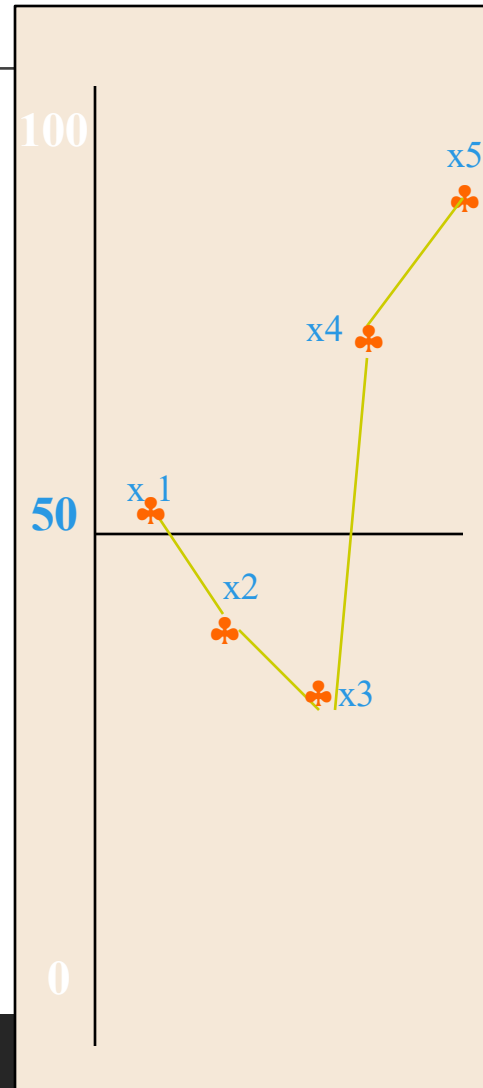
Tapi kelompok (c), lebih Heterogen dibandingkan (b)

Diagram Rata-rata hitung

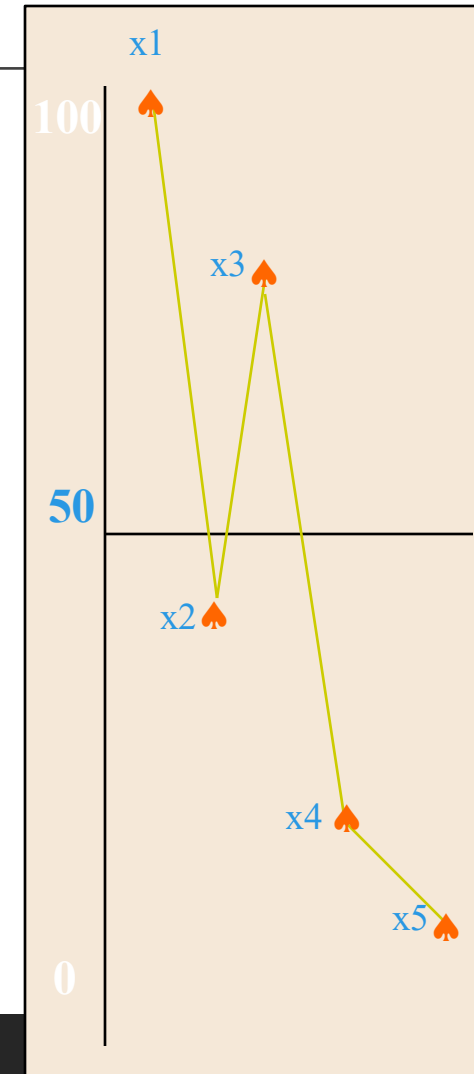
(1) Homogen

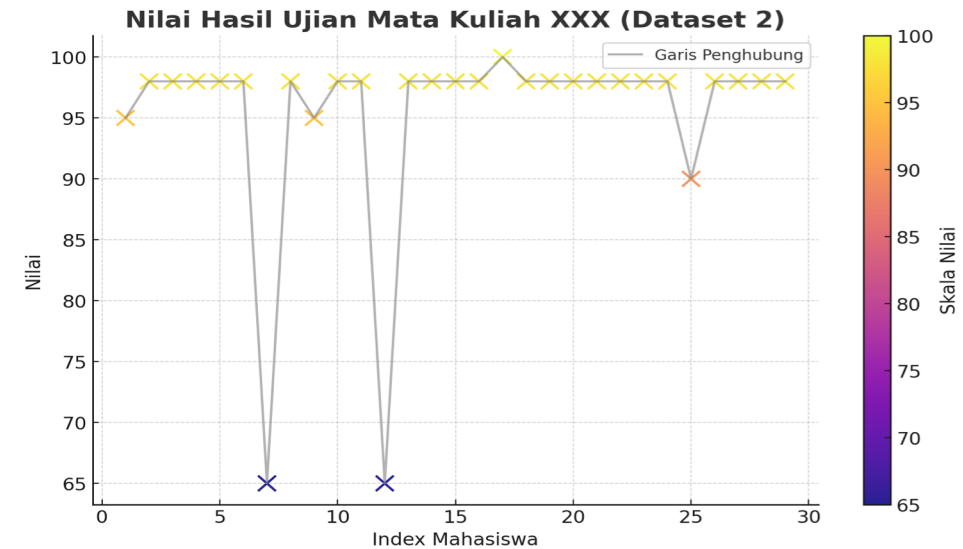
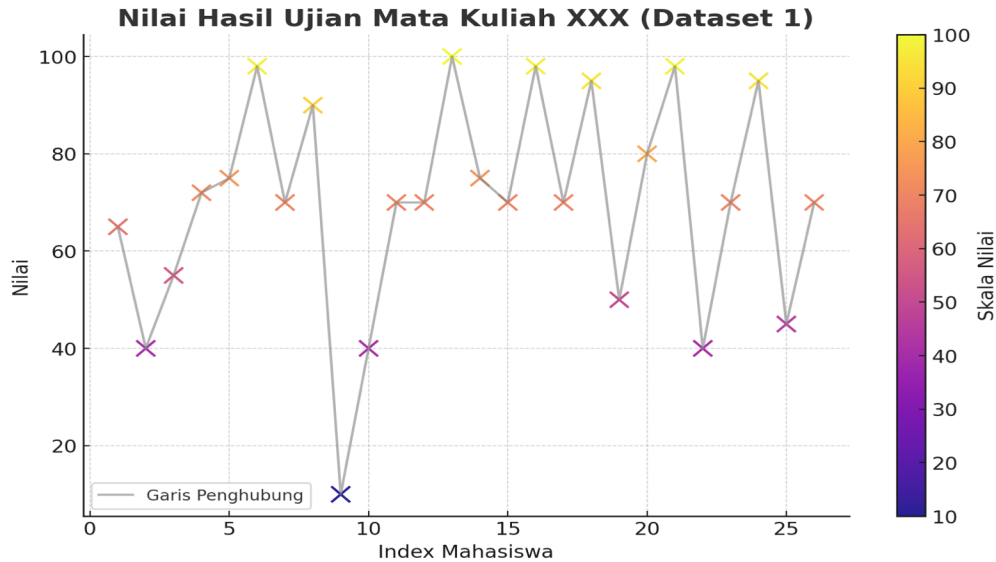


(2) Relatif Homogen



(3) Heterogen





Perbandingan Dispersi Kedua Dataset

- **Dataset 1** (tinggi keragaman): menunjukkan perbedaan kompetensi yang signifikan. Ada gap besar antar mahasiswa.
- **Dataset 2** (rendah keragaman): menunjukkan homogenitas. Mahasiswa hampir seragam nilainya, cenderung di level sangat baik (98).

Indikasi Homogenitas Nilai

Pada **dataset kedua**, sebagian besar mahasiswa mendapat nilai **98**, hanya beberapa yang berbeda (65, 90, 95, 100).

Hal ini bisa menunjukkan dua hal:

- **Positif**: mahasiswa memang menguasai materi dengan baik → hasil belajar seragam.
- **Negatif**: adanya kemungkinan **ketidaknormalan distribusi** (misalnya mencontek, atau jawaban dibocorkan), karena pola nilai terlalu seragam dan mendekati sempurna.

Rentang

Ukuran variansi yang paling mudah adalah rentang. Rentang adalah selisih bilangan terbesar dengan bilangan terkecil.

Rentang = Data Terbesar - Data Terkecil

Contoh:

Jika data hasil pengamatan adalah: 9,3,2,4,5,2,6,2,9,10,14,13, dan 4

Data terbesar = 14

Data terkecil = 2

Rentang = $14 - 2 = 12$

Rentang Antar Kuartil

$$RAK = K_3 - K_1$$

dengan :

K_1 = kuartil ke - 1

K_3 = kuartil ke - 3

Contoh RAK

Interval Kelas	F
0.2 - 1.2	10
1.3 - 2.3	21
2.4 - 3.4	16
3.5 - 4.5	8
4.6 - 5.6	2
5.7 - 6.7	3

$$LK_1 = \frac{1(60+1)}{4} = 15.25$$

$$LK_3 = \frac{3(60+1)}{4} = 45.75$$

$$K_1 = 1.25 + 1.1 \left(\frac{\frac{1 \cdot 60}{4} - 10}{21} \right) = 1.51 \quad K_3 = 2.35 + 1.1 \left(\frac{\frac{3 \cdot 60}{4} - 31}{16} \right) = 3.31$$

$$RAK = K_3 - K_1 = 1.80$$

Simpangan Antar Kuartil

$$SK = \frac{1}{2}(K_3 - K_1) = \frac{1}{2} RAK$$

Contoh:

Dengan RAK = 1.80

Maka SK = 0.90

Rata-rata Simpangan

Data tunggal

$$RS = \frac{\sum_{i=1}^n |x_i - \bar{x}|}{n}$$

dengan :

x_i = data ke -i

\bar{x} = rata - rata hitung

n = jumlah data

Contoh:

**Jika diperoleh hasil
pengamatan**

8,7,10,11.

**Tentukan rata-rata
simpangannya!**

$$\bar{x} = \frac{8 + 7 + 10 + 11}{4} = 9$$

$$RS = \frac{|8-9| + |7-9| + |10-9| + |11-9|}{4} = \frac{6}{4}$$

Rata-rata Simpangan

Data kelompok

$$RS = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

dengan :

f_i = frekuensi kelas ke -i

x_i = nilai tengah kelas ke -i

\bar{x} = rata - rata hitung

$$n = \sum_{i=1}^n f_i$$

Contoh

Interval Kelas	f	xi	$f_i \cdot x_i$	$ x_i - \bar{x} $	$f_i x_i - \bar{x} $
0.2 - 1.2	10	0.7	7	1.83	18.33
1.3 - 2.3	21	1.8	37.8	0.73	15.4
2.4 - 3.4	16	2.9	46.4	0.37	5.87
3.5 - 4.5	8	4.0	32	1.47	11.73
4.6 - 5.6	2	5.1	10.2	2.57	5.13
5.7 - 6.7	3	6.2	18.6	3.67	11
	60		152		67.47

$$\bar{x} = \frac{152}{60} = \frac{38}{15} = 2.53$$

$$RS = \frac{\sum_{i=1}^n f_i |x_i - \bar{x}|}{n}$$

$$= \frac{67.47}{60} = 1.12$$

Variansi

Untuk sampel berukuran n dan rata-ratanya \bar{x} maka variansinya

Data tunggal

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad \text{atau} \quad s^2 = \frac{n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2}{n(n-1)}$$

dengan :

x_i = data ke - i

\bar{x} = rata - rata hitung

n = jumlah data

Contoh variansi 1

Berapakah varians dari 5, 7, 2, 2, 4?

$$\bar{x} = \frac{5 + 7 + 2 + 2 + 4}{5} = 4$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

$$s^2 = \frac{(5-4)^2 + (7-4)^2 + (2-4)^2 + (2-4)^2 + (4-4)^2}{5-1}$$
$$= 4.5$$

Variansi

Data kelompok

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

atau

$$s^2 = \frac{n \sum_{i=1}^n f_i x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^n f_i x_i \right)^2}{n(n-1)}$$

dengan : -1

x_i = nilai tengah ke -i

\bar{x} = rata - rata hitung

$$n = \sum_{i=1}^n f_i$$

Contoh

Tentukan Varians dari tabel berikut

<u>Nilai</u>	<u>Frekuensi</u>
63-67	3
68-72	2
73-77	7
78-82	3
83-87	4
88-92	1
Total	20

Penyelesaian

Nilai	Frekuensi	x_i	$f_i \cdot x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
63-67	3	65	195	-11,5	132,25	396,75
68-72	2	70	140	-6,5	42,25	144,5
73-77	7	75	525	-1,5	2,25	15,75
78-82	3	80	240	3,5	12,25	36,75
83-87	4	85	340	8,5	72,25	289
88-92	1	90	90	13,5	182,25	182,25
Total	20		1.530			1.065

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{195 + 140 + 525 + 240 + 340 + 90}{20} = \frac{1530}{20} = 76,5$$

$$S^2 = \frac{\sum f_i (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{1065}{20} = 53,25$$

Jadi, varians kelompok tersebut adalah 53,25

Simpangan Baku

Akar positif dari varians

Data Tunggal

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Data Kelompok

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n f_i (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

Contoh

Tentukan Variansi dan simpangan baku dari data berikut :

Skor	Frekuensi
40-49	1
50-59	4
60-69	8
70-79	14
80-89	10
90-99	3

Penyelesaian

Skor	f_i	x_i	$f_i x_i$	$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$f_i(x_i - \bar{x})^2$
40-49	1	44,5	44,5	-29,25	855,56	855,56
50-59	4	54,5	218	-19,25	370,56	1.482,25
60-69	8	64,5	516	-9,25	85,56	684,48
70-79	14	74,5	1083	0,75	0,56	7,88
80-89	10	84,5	845	10,75	115,56	1.155,63
90-99	3	94,5	283,5	20,75	430,56	1.291,69
Jumlah	40		2950			5.477,49

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i x_i}{\sum f_i} = \frac{2950}{40} = 73,75$$

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k f_i (x_i - \bar{x})^2$$

$$S^2 = \frac{1}{40} (5.477,49) = 136,94$$

$$S = \sqrt{S^2} = \sqrt{136,94} = 11,70$$

Jadi, nilai Variansinya adalah 136,94 dan nilai simpangan bakunya 11,70

Koefisien Variasi

Koefisien Variasi adalah perbandingan [Simpangan Baku \(Standar Deviasi\)](#) dengan [Rata-rata Hitung](#) dan dinyatakan dalam bentuk persentase.

Kegunaan koefisien variasi adalah untuk melihat sebaran/distribusi data dari rata-rata hitungnya. Semakin kecil koefisien variasi maka data semakin homogen (seragam), sedangkan semakin besar koefisien variasi maka data semakin heterogen (bervariasi).

$$KV = \frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$$

Keterangan:

kv = koefisien variasi

s = standar deviasi

\bar{x} = rata-rata hitung

Interpretasi KV

Kategori (%)	Interpretasi KV
45 atau lebih	Sangat heterogen
40 – 44	Heterogen
30 – 39	Normal
25 – 29	Homogen
Kurang dari 25	Sangat homogen

Contoh KV

Menurut sensus pendapatan perbulan di Malaysia setara dengan Rp. 5.000.000,00 dengan simpangan baku Rp. 3.000.000,00. Di Indonesia rata-rata Rp. 4.000.000,00 dengan simpangan baku Rp. 2.000.000,00. Tunjukkanlah secara statistik negara mana yang lebih merata pendapatannya.

Contoh

Rata-rata nilai ujian statistika mahasiswa jurusan ekonomi adalah 75 dengan standar deviasi 9. Berapakah koefisien variasi nilai ujian statistika mahasiswa tersebut.

Penyelesaian:

Diketahui $\bar{x} = 75$ dan $s = 9$, maka koefisien variasinya adalah:

$$\begin{aligned} kv &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100\% \\ &= \frac{9}{75} \times 100\% \\ &= 12\% \end{aligned}$$

Contoh

Hasil ujicoba tes IQ kepada beberapa orang mahasiswa adalah sebagai berikut:

135, 110, 140, 100, 115, 110, 130

Hitunglah koefisien variasi hasil tes IQ mahasiswa tersebut!

Penyelesaian:

Nilai yang dibutuhkan untuk menghitung koefisien variasi adalah rata-rata hitung (\bar{x}) dan standar deviasi/simpangan baku (s). Langkah pertama yang harus kita lakukan adalah menghitung rata-rata hitung (\bar{x}) terlebih dahulu.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \\ &= \frac{1}{7}(135 + 110 + 140 + 100 + 115 + 110 + 130) \\ &= \frac{1}{7}(840) \\ &= 120\end{aligned}$$

Lanjutan

Selanjutnya
hitung standar
deviasi dengan
memanfaatkan
tabel berikut.

x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
135	15	225
110	-10	100
140	20	400
100	-20	400
115	-5	25
110	-10	100
130	10	100
$\sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 =$		1350

Nilai standar deviasi dihitung menggunakan rumus:

$$\begin{aligned}
 s &= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \\
 &= \sqrt{\frac{1}{7-1} 1350} \\
 &= \sqrt{225} \\
 &= 15
 \end{aligned}$$

Selanjutnya koefisien korelasi dihitung dengan rumus:

$$\begin{aligned}
 kv &= \frac{s}{\bar{x}} \times 100\% \\
 &= \frac{15}{120} \times 100\% \\
 &= 12,5\%
 \end{aligned}$$

Koefisien variasi hasil tes IQ mahasiswa adalah 12,5.

Latihan

Perhatikan data berkelompok berikut:

Uang saku (M)	Nilai Tengah	Frekuensi (f)
118 - 126	122	3
127 - 135	131	5
136 - 144	140	9
145 - 153	149	12
154 - 162	158	5
163 - 171	167	4
172 - 180	176	2
Jumlah		40

Carilah:

- a. Rentang antar kuartil
- b. Rata-rata simpangan
- c. Variansi
- d. Simpangan baku