

Nama : Gilang Dwi Yuwana
NIM : 2311081016

1. Jika $P(C) = 0.3$, $P(D) = 0.4$, dan $P(C \cap D) = 0.2$, berapakah $P(C' \cap D)$?

Diketahui: $P(C) = 0.3$, $P(D) = 0.4$, dan $P(C \cap D) = 0.2$.

Ditanya: $P(C' \cap D)$

$$P(D) = P(C \cap D) + P(C' \cap D)$$

$$0.4 = 0.2 + P(C' \cap D)$$

$$P(C' \cap D) = 0.4 - 0.2$$

$$P(C' \cap D) = 0.2$$

2. Sebuah gedung kuliah memiliki 2 buah ruang kuliah besar, 5 buah ruang kuliah medium, dan 7 buah ruang kuliah kecil. Seorang mahasiswa memasuki secara acak sebuah ruang kuliah di gedung itu. Berapa peluang dia memasuki ruang kelas medium jika diberikan bahwa ruangan yang dia masuki bukan ruang kuliah kecil?

Ruang bukan kecil (K') = Besar + Medium = $2 + 5 = 7$ ruang.

Peluang bersyarat:

$$P(M|K') = \frac{n(M \cap K')}{n(K')} = \frac{5}{7}$$

3. Dalam sebuah pilkada di sebuah kota, 55 orang memilih kandidat X, 40 orang diantaranya wanita, 70 orang memilih kandidat Y, 30 diantaranya wanita, dan 80 orang memilih kandidat Z, 40 diantaranya wanita. Seorang pemilih diambil secara acak. (a) Jika diketahui bahwa orang tersebut memilih kandidat X, berapa peluang dia adalah pria? (b) Jika diketahui bahwa orang tersebut adalah wanita, berapa peluang dia memilih kandidat Y?

a) Jika diketahui memilih X, peluang dia pria?

$$P(Pr\text{ia}|X) = \frac{\text{Jumlah Pr\text{ia} pemilih X}}{\text{Total pemilih X}} = \frac{15}{55} = \frac{3}{11}$$

b) Jika diketahui wanita, peluang memilih Y?

$$P(Y|Wanita) = \frac{\text{Jumlah Wanita pemilih Y}}{\text{Total Wanita}} = \frac{30}{110} = \frac{3}{11}$$

4. Fungsi padat peluang f dari peubah acak kontinu X adalah $f(x) = \begin{cases} cx+3, & -3 \leq x \leq -2 \\ -cx, & -2 < x \leq 0 \\ 0, & \text{lainnya} \end{cases}$ (a) Hitung nilai c (b) Berapa peluang kejadian $-2.5 \leq X \leq 2.5$? (c) Hitung distribusi kumulatif (fungsi distribusi) X

(a) Hitung nilai c Luas total di bawah kurva harus = 1.

$$\int_{-3}^{-2} (cx + 3)dx + \int_2^3 (3 - cx)dx = 1$$

$$\left[\frac{c}{2}x^2 + 3x \right]_{-3}^{-2} + \left[3x - \frac{c}{2}x^2 \right]_2^3 = 1$$

Setelah dihitung, hasil integral kiri = $0.5 - 2.5c$ (jika $c = 1$, luas=0.5) dan kanan simetris. Secara geometris (luas segitiga), $alas \times tinggi/2$. Agar luas total 1, luas masing-masing segitiga harus 0.5. Tinggi segitiga pada $x = -2$ adalah $-2c + 3$. Jika $c = 1$, tinggi=1, alas=1, Luas=0.5. **Maka, $c = 1$.**

(b) Peluang $-2.5 \leq X \leq 2.5$ Karena $f(x) = 0$ antara -2 sampai 2, kita hanya menghitung area pada interval $[-2.5, -2]$ dan $[2, 2.5]$.

$$P = \int_{-2.5}^{-2} (x + 3)dx + \int_2^{2.5} (3 - x)dx$$

$$P = 0.375 + 0.375 = \mathbf{0.75}$$

(c) Fungsi Distribusi Kumulatif $F(x)$ Diperoleh dengan mengintegralkan $f(x)$ dari batas bawah terujung.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ 0.5(x + 3)^2, & -3 \leq x \leq -2 \\ 0.5, & -2 < x < 2 \\ 0.5 + (3x - 0.5x^2 - 4), & 2 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

5. Misalkan peluang sebuah kota mengalami gempa bumi setiap bulan adalah 1/100. Diasumsikan bahwa kejadian gempa (atau tidak terjadi gempa) pada setiap bulan independen dari bulan lain. Sebuah perusahaan asuransi menawarkan asuransi rumah terhadap kejadian gempa bumi dengan nilai 10.000 dolar. Biaya asuransi adalah 150 dolar setiap bulan. Misalkan seorang pemilik rumah membayar 150 dolar setiap bulan, dan jika gempa terjadi maka perusahaan membayar 10.000 dolar kepada pemilik rumah, dan pada tahap ini kontrak antara kedua belah pihak berakhir. (a) Berapa keuntungan yang diharapkan perusahaan dari asuransi sebuah rumah? (b) Berapa varians keuntungan tersebut?

(a) Keuntungan ekspektasi:

$$E[G] = 150 E[T] - 10\,000.$$

Untuk Geometrik, $E[T] = 1/p = 100$. Jadi

$$E[G] = 150 \cdot 100 - 10\,000 = 15\,000 - 10\,000 = 5\,000.$$

Jadi diharapkan perusahaan untung \$5,000.

(b) Variansi keuntungan:

$$\text{Var}(G) = 150^2 \text{Var}(T).$$

Untuk Geometrik, $\text{Var}(T) = \frac{1-p}{p^2} = \frac{0.99}{0.0001} = 9,900$. Maka

$$\text{Var}(G) = 150^2 \cdot 9,900 = 22,500 \cdot 9,900 = 222,750,000.$$

(Variansi dalam satuan dolar kuadrat; $\text{SD}(G) = \sqrt{222,750,000}$ jika diperlukan.)