

Nama : Gilang Dwi Yuwana
NIM : 2311081016

1.

Diketahui: $P(C) = 0,3$, $P(D) = 0,4$, dan $P(C \cap D) = 0,2$.

Ditanya: $P(C' \cap D)$

$$P(D) = P(C \cap D) + P(C' \cap D)$$

$$0.4 = 0.2 + P(C' \cap D)$$

$$P(C' \cap D) = 0.4 - 0.2$$

$$P(C' \cap D) = \mathbf{0.2}$$

2.

Ruang bukan kecil (K') = Besar + Medium = $2 + 5 = 7$ ruang.

Peluang bersyarat:

$$P(M|K') = \frac{n(M \cap K')}{n(K')} = \frac{5}{7}$$

3.

a) Jika diketahui memilih X, peluang dia pria?

$$P(Pria|X) = \frac{\text{Jumlah Pria memilih } X}{\text{Total memilih } X} = \frac{15}{55} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{11}}$$

b) Jika diketahui wanita, peluang memilih Y?

$$P(Y|Wanita) = \frac{\text{Jumlah Wanita memilih } Y}{\text{Total Wanita}} = \frac{30}{110} = \frac{\mathbf{3}}{\mathbf{11}}$$

4.

(a) **Hitung nilai c** Luas total di bawah kurva harus = 1.

$$\int_{-3}^{-2} (cx + 3)dx + \int_2^3 (3 - cx)dx = 1$$

$$\left[\frac{c}{2}x^2 + 3x \right]_{-3}^{-2} + \left[3x - \frac{c}{2}x^2 \right]_2^3 = 1$$

Setelah dihitung, hasil integral kiri = $0.5 - 2.5c$ (jika $c = 1$, luas=0.5) dan kanan simetris. Secara geometris (luas segitiga), $alas \times tinggi/2$. Agar luas total 1, luas masing-masing segitiga harus 0.5. Tinggi segitiga pada $x = -2$ adalah $-2c + 3$. Jika $c = 1$, tinggi=1, alas=1, Luas=0.5. **Maka, $c = 1$.**

(b) **Peluang** $-2.5 \leq X \leq 2.5$ Karena $f(x) = 0$ antara -2 sampai 2, kita hanya menghitung area pada interval $[-2.5, -2]$ dan $[2, 2.5]$.

$$P = \int_{-2.5}^{-2} (x + 3)dx + \int_2^{2.5} (3 - x)dx$$

$$P = 0.375 + 0.375 = \mathbf{0.75}$$

(c) **Fungsi Distribusi Kumulatif $F(x)$** Diperoleh dengan mengintegralkan $f(x)$ dari batas bawah terujung.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -3 \\ 0.5(x + 3)^2, & -3 \leq x \leq -2 \\ 0.5, & -2 < x < 2 \\ 0.5 + (3x - 0.5x^2 - 4), & 2 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

5.

(a) Keuntungan ekspektasi:

$$E[G] = 150 E[T] - 10\,000.$$

Untuk Geometrik, $E[T] = 1/p = 100$. Jadi

$$E[G] = 150 \cdot 100 - 10\,000 = 15\,000 - 10\,000 = 5\,000.$$

Jadi diharapkan perusahaan untung \$5,000.

(b) Variansi keuntungan:

$$\text{Var}(G) = 150^2 \text{Var}(T).$$

Untuk Geometrik, $\text{Var}(T) = \frac{1-p}{p^2} = \frac{0.99}{0.0001} = 9,900$. Maka

$$\text{Var}(G) = 150^2 \cdot 9,900 = 22,500 \cdot 9,900 = 222,750,000.$$

(Variansi dalam satuan dolar kuadrat; $\text{SD}(G) = \sqrt{222,750,000}$ jika diperlukan.)