

Probabilidade e Estatística



Cruzeiro do Sul Virtual
Educação a Distância

Material Teórico



Medidas de Posição

Responsável pelo Conteúdo:

Profa. Dra. Rosangela Maura Correia Bonici
Prof. Ms. Carlos Henrique de Jesus Costa

Revisão Textual:

Profa. Dra. Selma Aparecida Cesarin

UNIDADE

Medidas de Posição



- **Medidas de Posição**
- **Finalizando**



OBJETIVO DE APRENDIZADO

- A proposta deste estudo é conceituar as medidas de posição, em especial, as medidas de tendência central.
- Entre elas, você verá: o que é, como calcular e como interpretar as medidas de tendência central chamadas de média aritmética e ponderada, moda e mediana.



Orientações de estudo

Para que o conteúdo desta Disciplina seja bem aproveitado e haja uma maior aplicabilidade na sua formação acadêmica e atuação profissional, siga algumas recomendações básicas:



Assim:

- ✓ Organize seus estudos de maneira que passem a fazer parte da sua rotina. Por exemplo, você poderá determinar um dia e horário fixos como o seu “momento do estudo”.
- ✓ Procure se alimentar e se hidratar quando for estudar, lembre-se de que uma alimentação saudável pode proporcionar melhor aproveitamento do estudo.
- ✓ No material de cada Unidade, há leituras indicadas. Entre elas: artigos científicos, livros, vídeos e sites para aprofundar os conhecimentos adquiridos ao longo da Unidade. Além disso, você também encontrará sugestões de conteúdo extra no item **Material Complementar**, que ampliarão sua interpretação e auxiliarão no pleno entendimento dos temas abordados.
- ✓ Após o contato com o conteúdo proposto, participe dos debates mediados em fóruns de discussão, pois irão auxiliar a verificar o quanto você absorveu de conhecimento, além de propiciar o contato com seus colegas e tutores, o que se apresenta como rico espaço de troca de ideias e aprendizagem.

Contextualização

Sobre a importância da Média Aritmética, o autor Alex Bellos, em seu livro **Alex no País dos Números**, destaca que, no fim do século XIX, o matemático francês Henri Poincaré suspeitava que sua padaria local, em Paris, estava roubando no peso dos pães e por isso decidiu utilizar a “Média Aritmética”, no interesse da justiça.



Figura 1
Fonte: iStock/Getty Images

Todos os dias, durante um ano, pesou seu “quilo” diário de pão. Poincaré sabia que, se pesasse menos de um quilo algumas vezes, isso não seria prova de má-fé, pois é de se esperar que o peso varie um pouco para cima e um pouco para baixo de um quilo. Ele imaginava que o peso do pão poderia variar em virtude de erros na fabricação do pão, como a quantidade de farinha usada e o tempo que o pão ficava no forno, que são aleatórios.

Depois de um ano, ele examinou todos os dados que tinha reunido e a “Média Aritmética” do peso dos pães foi de 950 gramas, e não um quilo, como se anunciava. A suspeita de Poincaré confirmou-se. O eminente cientista estava sendo enganado, por cinquenta gramas em média, em cada quilo de pão. Diz a lenda que Poincaré alertou as autoridades parisienses e o padeiro foi seriamente advertido.

O método utilizado por Poincaré, o cálculo da Média Aritmética do peso dos pães durante um ano, agora serve de base teórica para proteção do consumidor. Quando as lojas vendem produtos com pesos específicos, o produto não precisa, legalmente, ter aquele peso exato (não pode ter, porque o processo de fabricação, inevitavelmente, resultará em artigos mais pesados do que outros). Uma das tarefas dos escritórios de normas comerciais é pegar amostras aleatórias de produtos à venda e traçar gráficos de peso. Para qualquer produto que avaliam, a distribuição de peso tem de estar dentro da curva centrada na média anunciada.

Em outro trecho do livro, o autor Alex Bellos diz que o cientista Francis Galton (século XIX), primo-irmão de Charles Darwin, tinha paixão por medir coisas e se utilizava da Média Aritmética para tirar conclusões. Ele construiu um “laboratório antropométrico” (é um ramo da Antropologia que estuda as medidas e dimensões das diversas partes do corpo humano) em Londres, onde qualquer um podia entrar para ter altura, peso, força da mão, velocidade de golpe, visão e outros atributos físicos medidos por ele.

O laboratório reuniu informações minuciosas sobre mais de 10 mil pessoas, e Galton ficou tão famoso que até o primeiro ministro William Gladstone apareceu para medir a cabeça.

Num artigo publicado na *Nature*, em 1885, ele contou que, enquanto assistia a uma reunião muito chata, começou a medir a frequência com que seus colegas se mexiam e, por meio do cálculo da média dessas frequências, pode determinar o nível de tédio que uma plateia manifesta durante um evento.

Galton continuou avançando em suas pesquisas e se pôs a teorizar sobre como guiar a evolução humana por meio de suas médias aritméticas. Ele se interessava pela hereditariedade da inteligência e se perguntava como seria possível melhorar o nível geral de inteligência de uma população por intermédio do aumento da média.



Figura 1
Fonte: iStock/Getty Images

Com esse objetivo, sugeriu um novo campo de estudos sobre “cultivo da raça”, ou aperfeiçoamento da linhagem de uma população pela reprodução seletiva. Apesar de muitos intelectuais liberais do fim do século XIX e começo do século XX terem apoiado seus estudos como forma de melhorar a sociedade. O desejo de “criar” seres humanos mais inteligentes foi uma ideia que não demorou a ser distorcida e desacreditada. Nos anos 1930, seus estudos tornaram-se sinônimo de políticas nazistas homicidas para criar uma raça ariana superior.

Olhando para trás, é fácil ver que traços classificatórios, como inteligência e pureza racial, podem levar à discriminação e ao preconceito. Por surgir quando se medem características humanas, a curva sobre a média ficou associada à tentativa de classificar alguns seres humanos como intrinsecamente melhores do que outros. O exemplo mais explícito disso foi a publicação, em 1994, de um livro polêmico e discutido com mais veemência nos últimos anos dos autores Richard J. Herrnstein e Charles Murray, que afirma que as diferenças de QI (Quociente de Inteligência) entre grupos raciais comprovam diferenças biológicas.

A
Z

QI significa Quociente de Inteligência, mede o desempenho cognitivo de um indivíduo comparando pessoas do mesmo grupo etário.

As escalas de inteligência foram propostas pelo psicólogo Lewis Madison Terman (1877-1956), com base em vários trabalhos sobre crianças superdotadas. Com base em novos estudos, David Wechsler (1896-1981) criou um teste desenvolvido exclusivamente para adultos, definindo a Escala de Inteligência Wechsler para Adultos (em inglês, WAIS – Wechsler Adult Intelligence Scale), que já passou por revisões.

Os níveis de inteligência são classificados com base no resultado do teste, de acordo com a seguinte escala:

- Igual ou superior a 130: superdotação;
- 120 a 129: inteligência superior;
- 110 a 119: inteligência acima da média;
- 90 a 109: inteligência média;
- 80 a 89: normal fraco;
- 70 a 79: limite da deficiência;
- Igual ou inferior a 69: deficiente mental.

Fonte: <<https://www.significados.com.br/qi/>>



Bellos, Alex. **Alex no País dos Números** – Uma Viagem ao Mundo Maravilhoso da Matemática. São Paulo: Cia das Letras, 2011.

Sobre a importância da média aritmética em nosso dia a dia, veja a notícia publicada no site **Portal Brasil**, em 28/07/2014 (Fonte: Ministério da Educação): “**MEC explica conceito de Média Aritmética utilizado no balanço de desempenho do Enem**”.

Segue resumo da reportagem:

O Ministério da Educação (MEC) divulgou nesta segunda-feira (12/09/2011) a média das notas do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) de 2010, por estabelecimento de ensino. Logo após o anúncio, o Ministério publicou nota em seu site explicando o conceito de Média Aritmética utilizado no balanço.

Segundo o MEC, é natural que cerca de 50% dos estudantes tenham apresentado desempenho abaixo da média, por mera questão estatística. Qualquer que seja a média estabelecida para diferentes valores, como peso, altura e desempenho em provas, sempre um número próximo à metade estará abaixo da média.

A nota diz ainda que “se os alunos com desempenho abaixo da média estiverem dispersos em um número maior de escolas em relação aos estudantes com notas superiores à média de instituições que concentram grande número de matrículas, a quantidade de unidades de ensino abaixo da média será superior”.



Saiba mais em: Portal MEC Brasil: <https://goo.gl/5S5KsT>

Medidas de Posição

As Medidas de Posição mais importantes são as **Medidas de Tendência Central** e as **Medidas Separatrizes**. As Medidas de Tendência Central recebem esse nome por se posicionarem no centro da variável em estudo. As principais são: **média aritmética, moda e mediana**. Outras menos usadas são as **médias: geométrica, harmônica, quadrática, cúbica e biquadrática**.

As medidas separatrizes são números reais que dividem a variável em estudo, quando está ordenada, em n partes que contém a mesma quantidade de elementos. As principais medidas separatrizes são: a própria mediana, os quartis, os quintis, os decis e os percentis.

Neste estudo, trabalharemos com as Medidas de Tendência Central por serem as mais importantes e as mais utilizadas na prática.

Introdução: Somatório – Notação Sigma (Σ)

Em Estatística, é muito utilizado o símbolo denominado somatório, indicado pela letra grega sigma maiúscula “ Σ ”, que representa a soma.

Codificamos a soma por meio da notação “Sigma”, conforme a representação a seguir:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n = \sum_{i=1}^n x_i$$

Operação de Adição entre as parcelas.

Parcela Genérica
Índice (posição)

$$\sum_{i=1}^n x_i \quad \text{Leitura: "Soma dos valores de } x_i \text{, para } i \text{ variando de 1 até } n\text{".}$$

Observação: Onde i é o índice do somatório. Assim, $i = 1$ indica o limite inferior (início do somatório) e n indica o limite superior (final do somatório).



Importante!

Para que a soma possa ser representada por essa notação, é fundamental que “ i ” assuma todos os valores inteiros consecutivos entre dois valores dados. Assim, a soma:

Representação INCORRETA, em virtude de a soma estar fora de sequência!

$$x_1 + x_2 + x_4 \neq \sum_{i=1}^4 x_i$$



Representação CORRETA:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \sum_{i=1}^4 x_i$$

Aprendendo com exemplos:

1) A Tabela a seguir representa a quantidade de farinha que uma Empresa alimentícia utiliza para a fabricação de seus pães ao longo de uma semana:

1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia	6º dia	7º dia
380 kg	430 kg	404 kg	360 kg	450 kg	296 kg	580 kg

Represente o total da farinha utilizando o símbolo de somatório.

Resolução:

Podemos representar cada elemento como x_i , em que i varia de 1 a 7. No caso, teríamos, então, $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ e x_7 que, somados, resultam 2.900 kg.

Em símbolo de somatório, a representação do total de farinha utilizada ao longo da semana é:

$$\sum_{i=1}^7 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$

Portanto:

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^7 x_i &= 380 + 430 + 404 + 360 + 450 + 296 + 580 \\ \sum_{i=1}^7 x_i &= 2.900 \text{ kg}\end{aligned}$$

2) Escreva na notação sigma, as seguintes somas (codificando-as):

a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = \sum_{i=1}^5 x_i$

b) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \sum_{i=1}^4 x_i$

c) $x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = \sum_{i=3}^6 x_i$

d) $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = \sum_{i=1}^4 x_i^2$

e) $(x_1 - 10)^2 + (x_2 - 10)^2 + (x_3 - 10)^2 = \sum_{i=1}^3 (x_i - 10)^2$

f) $2x_4 + 2x_5 + 2x_6 + 2x_7 = \sum_{i=4}^7 2x_i$

3) Escreva as parcelas da soma indicada (decodificando e obtendo as parcelas componentes):

g) $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2$

h) $\sum_{i=2}^5 (x_i - 3)^2 = (x_2 - 3)^2 + (x_3 - 3)^2 + (x_4 - 3)^2 + (x_5 - 3)^2$

i) $\sum_{i=1}^3 (x_i - b)^3 = (x_1 - b)^3 + (x_2 - b)^3 + (x_3 - b)^3$

j) $\sum_{i=1}^3 (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i = (x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + (x_3 - \bar{x})^2 \cdot f_3$

Atividades práticas

1) Escreva na notação sigma, as seguintes somas (codificando-as):

a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 =$

b) $x_2 + x_3 + x_4 + x_5 =$

c) $(x_1 + 2) + (x_2 + 2) + (x_3 + 2) =$

d) $(x_1 - 10) + (x_2 - 10) + (x_3 - 10) + (x_4 - 10) =$

e) $(x_{10} - 3)^4 + (x_{11} - 3)^4 + (x_{12} - 3)^4 =$

f) $(x_1 - 15)^2 \cdot f_1 + (x_2 - 15)^2 \cdot f_2 + (x_3 - 15)^2 \cdot f_2 =$

Respostas no final desta Unidade.

2) Escreva as parcelas da soma indicada (decodificando e obtendo as parcelas componentes):

g) $\sum_{i=2}^7 x_i =$

h) $\sum_{i=3}^6 x_i^2$

i) $\sum_{i=1}^4 (x_i - a)^2 \cdot f_i =$

j) $\sum_{i=1}^3 \left(\frac{3x_i}{2} - 5 \right)^2 =$

Respostas no final desta Unidade.

3) Calcule para a tabela abaixo, o valor numérico das somas indicadas:

i	xi	fi
1	3	2
2	4	5
3	6	3
4	8	2
Σ	Σ	Σ

- a) $\sum x_i$
- b) $\sum f_i =$
- c) $\sum x_i \cdot f_i =$
- d) $\sum i \cdot x_i =$
- e) $\sum x_i^2 \cdot f_i =$
- f) $\sum (x_i - 12)^2 \cdot f_i =$

Respostas no final desta Unidade.

Medidas de Tendência Central

É um valor intermediário da série, ou seja, um valor compreendido entre o menor e o maior valor da série. Em resumo, a **Medida de Tendência Central** procura estabelecer um número no eixo horizontal em torno do qual a série se concentra.

As principais medidas de tendência central são: a **média aritmética**, a **moda** e a **mediana**.

Média Aritmética (\bar{x})

Indicada por \bar{x} , a **média aritmética** é uma das médias mais utilizadas no nosso dia a dia. Mas você sabe que média é essa e como tiramos essa média?

Ela é aplicada nos cálculos de médias escolares, em muitas situações que vemos nos jornais, como em pesquisas de opinião e de variação de preço de mercadorias, entre outras. Você nunca se perguntou acerca da origem das informações dadas pelos institutos de pesquisa, como “no Brasil, cada mulher, tem em média 1,5 filhos”? Esses resultados vêm de análises estatísticas. Para esse caso em específico, escolheu-se um grupo de mulheres e foi perguntado a cada uma delas o número de filhos. Feito isso, somou-se o total de filhos, e o valor encontrado foi dividido pela quantidade de mulheres pesquisadas. Esse exemplo é um caso de cálculo de média aritmética.

A seguir vamos calcular a média de dados estatísticos não agrupados ou agrupados (**variável discreta** ou **variável contínua**), cada uma dessas situações deve ser tratada de forma diferenciada.

Dados Não Agrupados

Para calcular a **Média Aritmética** de **dados não agrupados**, usamos a seguinte fórmula.

Fórmula da Média Aritmética / Dados não agrupados

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Símbolo que representa Somatório
 Somar cada um dos valores
 que a variável (x_i) assume
 Total de elementos
 estudados (n)

Ou seja: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$

Aprendendo com exemplos

1) Sabendo-se que a venda de arroz “Tipo A”, durante uma semana, foi de 100, 140, 130, 150, 160, 180 e 120 quilos, qual foi a média de venda diária de arroz durante a semana?

Resolução

Temos os dados nas seguintes posições:

1	2	3	4	5	6	7
00	40	30	50	60	80	20

Substituindo na fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^7 x_i}{7}$$

Significa que devemos somar:
 $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$
 Significa que devemos dividir por 7, pois foram anotadas as vendas durante 7 dias da semana.

Calculando a média:

$$\begin{aligned}
 \bar{x} &= \frac{100 + 140 + 130 + 150 + 160 + 180 + 120}{7} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \bar{x} = \frac{980}{7} \\
 &\Rightarrow \bar{x} = 140
 \end{aligned}$$

Resposta

A média de venda de arroz na semana foi de 140 quilos por dia.

2) A sequência representa as notas de estudantes na Disciplina de Gestão Financeira X: 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8. Determine a média aritmética dessas notas.

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{4+5+5+6+6+7+7+8}{8} \Rightarrow \bar{x} = 6$$

Somamos todas as notas e dividimos por 8, pois foram observadas as notas de 8 estudantes.

Resposta

A média aritmética das notas dos alunos de Gestão Financeira foi 6.

Atividades Práticas

4) Calcule a Média Aritmética das séries:

- g) A: 2; 4; 5; 6; 8; 10; 13; 17; 25.
- h) B: 3; 3; 3; 5; 5; 9; 9; 9; 13; 13; 20; 20; 20.
- i) C: 7,8; 10,2; 10,9; 15,4; 18,5; 21,2.

Respostas no final desta Unidade.

5) Um produto é acondicionado em lotes contendo cada um deles 12 unidades. O lote só é aprovado se apresentar um peso superior a 50 quilos. Se as unidades que compõem determinado lote pesam: 2,8; 4; 4,2; 5; 3,5; 4; 5; 5,5; 4; 5; 7; 4, esse lote será aprovado? Qual o peso médio do produto?

Respostas no final desta Unidade.

Dados agrupados



Dados agrupados: O agrupamento dos dados facilita o cálculo das medidas de tendência central. Consiste em montar uma Tabela com o número de repetições dos elementos.

Para calcularmos a **Média Aritmética de dados agrupados**, usamos a seguinte fórmula da Média Aritmética Ponderada.

Fórmula da Média Aritmética Ponderada (\bar{x}) (Dados Agrupados)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^n f_i}$$

Soma dos produtos da multiplicação entre os valores de “ x_i ” e “ f_i ”.

Soma de todos os elementos observados

Ou Seja:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{(x_1 \cdot f_1) + (x_2 \cdot f_2) + (x_3 \cdot f_3) + \dots + (x_n \cdot f_n)}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$



Importante!

Também indicada por \bar{x} , a Média Aritmética Ponderada difere da Média Aritmética por apresentar multiplicações (que representam frequências “ f_i ”, ponderações, pesos) indicando quantas vezes cada elemento se repete.

Aprendendo com exemplos

Cálculo da Média Aritmética para a Variável Discreta (Dados Agrupados Sem Faixas de Valores)

- 1) Foram observadas 34 famílias e anotado o “número de filhos do sexo masculino” que cada uma delas tem em uma distribuição de frequência variável discreta. Determine a média aritmética.

Distribuição de Frequência da Variável Discreta. “Quantidade de Meninos”

Qte. de Meninos (x_i)	Famílias Freq. Abs. (f_i)
0	2
1	6
2	10
3	12
4	4
Total	34

Resolução

As frequências (f_i) são números indicadores da intensidade de cada valor da variável; elas funcionam como fatores de ponderação.

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar os valores na seguinte Tabela:

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
0	2	$0 \cdot 2 = 0$
1	6	$1 \cdot 6 = 6$
2	10	$2 \cdot 10 = 20$
3	12	$3 \cdot 12 = 36$
4	4	$4 \cdot 4 = 16$
Total	$\sum f_i = 34$	$x_i \cdot f_i$

$$\bar{x} = \frac{\sum xi \cdot fi}{\sum fi} = \frac{78}{34} = 2,3$$

Cálculo da Média:

ou

$$\bar{x} = \frac{\sum xi \cdot fi}{\sum fi} = \frac{0.2 + 1.6 + 2.10 + 3.12 + 4.4}{2 + 6 + 10 + 12 + 4} = \frac{0 + 6 + 20 + 36 + 16}{34} = \frac{78}{34} = 2,3$$

Resposta

Essas famílias possuem em média 2,3 meninos.

2) Obtenha a média aritmética das estaturas de 50 mulheres, o que originou a seguinte distribuição:

Distribuição de Frequência da Variável Discreta. “Estatura de mulheres”.

Estatura em cm (x)	Qte. de pessoas. (fi)
155	6
158	4
160	24
162	12
165	4
Total	50

Resolução

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar os valores na seguinte Tabela:

xi	fi	xi . fi
155	6	155 . 6 = 930
158	4	158 . 4 = 632
160	24	160 . 24 = 3840
162	12	162 . 12 = 1944
165	4	165 . 4 = 660
Total	$\sum fi = 50$	$\sum xi \cdot fi = 8006$

Cálculo da Média:

$$\bar{x} = \frac{\sum xi \cdot fi}{\sum fi} = \frac{8006}{50} = 160,12$$

ou

Resposta

$$\bar{x} = \frac{\sum xi \cdot fi}{\sum fi} \Rightarrow \frac{155.6 + 158.4 + 160.24 + 162.12 + 165.4}{6 + 4 + 24 + 12 + 4} \Rightarrow \frac{930 + 632 + 3840 + 1944 + 660}{50} \Rightarrow \frac{8006}{50} \Rightarrow 160,12$$

A estatura média das mulheres é de 160,12 cm.

Atividades práticas

- 6) Calcule a média da série a seguir:

Distribuição de Frequência Variável Discreta.

xi	fi
2	1
3	4
4	3
5	2

Respostas no final desta Unidade.

- 7) Calcule o número médio de acidentes por dia em uma determinada esquina.

Distribuição de Frequência Variável Discreta.

Nº de Acidentes por dia "xi"	Nº de Dias "fi"
0	20
1	9
2	5
3	3
4	2
5	1

Respostas no final desta Unidade.

Cálculo da Média Aritmética para a Variável CONTÍNUA (Dados Agrupados COM Faixas de Valores):

- 1) Calcular a estatura média de bebês em certa comunidade conforme a Tabela:

Distribuição de Frequência da Variável Contínua.
"Estatura de Bebês".

Observe que neste caso, a variável xi está agrupada por faixas de valores. →

Estaturas (cm)	"fi"
50 —4	4
54 —58	9
58 —62	11
62 —66	8
66 —70	5
70 —74	3
Totais	40

$$\bar{x} = \frac{\sum xi \cdot fi}{\sum fi} \longrightarrow$$

Para usar esta fórmula,
temos de ter o valor
de "xi" e do "fi".

Resolução

Para podermos calcular a média, é preciso achar o "xi" de cada faixa da Tabela. Consideramos, então, que "xi" é o ponto médio entre o limite inferior (l_i) e o limite superior (L_i) de cada uma das classes.

Fazemos, então:

$$\text{Ponto médio "xi"} = \frac{l_i + L_i}{2}$$

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar as variáveis na seguinte Tabela:

Estaturas (cm)	f_i	Ponto Médio x_i	$x_i \cdot f_i$
50 — 54	4	$\frac{50+54}{2} = 52$	$4 \cdot 52 = 208$
54 — 58	9	$\frac{54+58}{2} = 56$	$9 \cdot 56 = 504$
58 — 62	11	$\frac{58+62}{2} = 60$	$11 \cdot 60 = 660$
62 — 66	8	$\frac{62+66}{2} = 64$	$8 \cdot 64 = 512$
66 — 70	5	$\frac{66+70}{2} = 68$	$5 \cdot 68 = 340$
70 — 74	3	$\frac{70+74}{2} = 72$	$3 \cdot 72 = 216$
Total	$\sum f_i = 40$	-	$\sum x_i \cdot f_i = 2.440$

- Na primeira coluna, temos os intervalos de classes das estaturas, separados de 4 em 4 centímetros;
- Na segunda coluna, a quantidade de cada um "f_i";
- Na terceira coluna, o "x_i" encontrado após o cálculo do ponto médio;
- Na quarta coluna, o produto (multiplicação) "x_i.f_i".

Cálculo da Média

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{2440}{40} \Rightarrow \bar{x} = 61$$

ou

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{4.52 + 9.56 + 11.60 + 8.64 + 5.68 + 3.72}{4 + 9 + 11 + 8 + 5 + 3} \Rightarrow$$

Resposta

A estatura média dos bebês é de 61 centímetros.

- 2) O quadro de distribuição de frequências representa os salários mensais de 30 empregados de uma Empresa. Calcule o salário médio mensal desses empregados.

Distribuição de Frequência Variável Contínua

Salários em Reais	Frequência "f _i "
1.800 — 2.000	8
2.000 — 2.200	12
2.200 — 2.400	6
2.400 — 2.600	4

Resolução

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar as variáveis na seguinte Tabela:

Distribuição de Frequência Variável Contínua

Salários em Reais	Frequência "f _i "	Ponto Médio "x _i "	x _i . f _i
1.800 — 2.000	8	$\frac{1800 + 2000}{2} = 1900$	$8 \times 1900 = 15200$
2.000 — 2.200	12	$\frac{2000 + 2200}{2} = 2100$	$12 \times 2100 = 25200$
2.200 — 2.400	6	$\frac{2200 + 2400}{2} = 2300$	$6 \times 2300 = 13800$
2.400 — 2.600	4	$\frac{2400 + 2600}{2} = 2500$	$4 \times 2500 = 10000$
Total	$\sum f_i = 30$		$\sum x_i \cdot f_i = 64200$

Cálculo da Média

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{64200}{30} \Rightarrow \bar{x} = 2140$$

ou

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{8.1900 + 12.2100 + 6.2300 + 4.2500}{8 + 12 + 6 + 4} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \bar{x} = \frac{15200 + 25200 + 13800 + 10000}{30} \Rightarrow \bar{x} = \frac{64200}{30} \Rightarrow \bar{x} = 2140 \end{aligned}$$

Resposta

O salário médio mensal dos funcionários da empresa é de R\$ 2.140,00.

Atividades práticas

8) Uma Empresa de aviação observou em seus registros recentes o tempo de mão de obra gasto na revisão completa de um motor de jato. O seguinte quadro foi obtido:

Distribuição de Frequência Variável Contínua

Classe "i"	Tempo de mão de obra (horas)	Nº de motores "f _i "
1	0 — 5	2
2	5 — 10	6
3	10 — 15	9
4	15 — 20	12
5	20 — 25	3

- a) Determine o número médio de horas de mão de obra necessário para a revisão de cada motor;
- b) Com base nessa informação, qual deve ser o tempo total previsto de mão de obra para a revisão de 5 motores que aguardam revisão?;
- c) Se a Empresa dispõe no momento de 2 homens trabalhando 9 horas por dia nessas revisões, conseguirá, provavelmente, revisar esses 5 motores em 4 dias?

Respostas no final desta Unidade

9) Calcular a altura média de uma série de pilares (colunas de concreto) de uma obra, conforme a tabela a seguir:

Distribuição de Frequência Variável Contínua

Altura dos Pilares em cm	Frequência "f _i "
60 — 67	11
67 — 74	8
74 — 81	14
81 — 88	12
88 — 95	18

Respostas no final desta Unidade.

Moda (mo)

Indicada por **mo**, é o valor que ocorre com maior frequência em uma sequência ou série de valores. Por exemplo, o salário mais comum em uma fábrica é chamado de salário modal, isto é, o salário recebido pelo maior número de empregados.

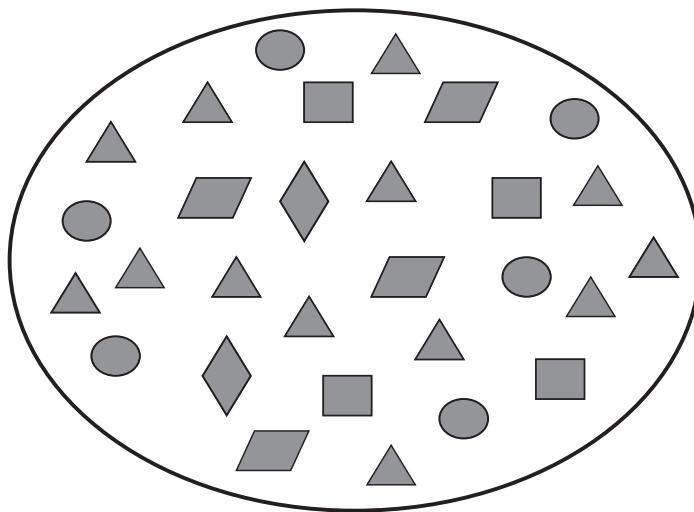


A Moda tem um significado intuitivo, na medida em que popularmente associamos esse termo a algo que é encontrado ou utilizado com bastante frequência, quando, então, dizemos que "está na moda". Um exemplo disso é quando vamos comprar um Celular ou uma Roupa de acordo com o que "está na moda".

Esse termo foi criado em 1895, pelo matemático britânico Karl Pearson (1857-1936), que contribui muito para o desenvolvimento da Estatística como Disciplina Científica séria e independente.

No exemplo a seguir, podemos dizer que o triângulo é figura geométrica que aparece com maior frequência; portanto, a figura geométrica modal é o triângulo.

Você concorda?



Uma sequência pode ser classificada de acordo com o número de modas que possui em:

- Nenhuma moda – Amodal
- Uma moda – Unimodal ou modal
- Duas modas – Bimodal
- Mais de duas modas – Polimonal

Aprendendo com exemplos

CÁLCULO DA MODA envolvendo Rol (DADOS NÃO AGRUPADOS)

1) Na série X: 7 , 8 , 9 , **10** , **10** , **10** , 11 , 12 , a moda é **10**. Dizemos que **mo = 10** e que essa série é **unimodal ou modal**, pois tem uma moda.

Há séries que apresentam apenas um valor repetido; chamamos de série UNIMODAL ou MODAL.

2) A série Z: 3 , 5 , 8 , 10 , 12 não apresenta moda; portanto, dizemos que a série é **amodal**.

Há séries que não têm valor modal, isto é, nenhum valor aparece mais vezes que outros; então, chamamos de série **AMODAL**.

3) A série W: 2 , 3 , **4** , **4** , 4 , 5 , 6 , **7** , **7** , **7** , 8 , 9 apresenta duas modas $mo = 4$ e $mo = 7$. A série, então, é **bimodal**.

Há séries em que pode haver dois valores de concentração; chamamos de série **BIMODAL**.

CÁLCULO DA MODA quando os dados estão agrupados EM tabela ou DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA Variável Discreta (SEM INTERVALOS DE CLASSE):

1) Qual a temperatura mais comum medida segundo a Tabela a seguir:

Distribuição de Frequência da Variável Discreta

Temperaturas "xi"	Frequência ou "fi"
0º C	1
1º C	5
2º C	12
3º C	6
Total	$\sum fi = 24$

Resolução

Quando os dados estão agrupados, é possível determinar imediatamente a moda. Basta fixar o valor da variável de maior frequência. No caso, é fácil verificar que a temperatura que mais se repete é 2º C.

Resposta

A temperatura modal é de 2º C, pois é a de maior frequência. Dizemos que $mo = 2º C$ e que essa sequência é **modal ou unimodal**.

2) Calcule a moda da série:

Distribuição de Frequência Variável Discreta

xi	fi
4	3
5	7
6	7
8	3
Total	$\Sigma 20$

Resolução

Nesse caso, é fácil observarmos que há duas modas, os números 5 e 6 se repetem 7 (sete) vezes cada um; portanto possuem a maior frequência.

Resposta

A moda é igual a $mo = 5$ e $mo = 6$, dizemos que essa sequência é **bimodal**.

CÁLCULO DA MODA quando os dados estão agrupados em tabela ou distribuição de frequência Variável Contínua

1) Calcule a estatura modal dos bebês conforme a Tabela a seguir:

Tabela da Variável Contínua

Estaturas em cm ou "h"	Frequência ou "fi"
54 — 58	9
58 — 62	11
62 — 66	8
66 — 70	5
Σfi	33

A classe (linha da Tabela) que apresenta a maior frequência "fi" é chamada de Classe Modal.

Observação: Pela definição, podemos afirmar que a Moda, nesse caso, está entre os limites da classe modal 58 |— 62. Para determinarmos o cálculo da moda em Variável Contínua, precisaremos utilizar a fórmula de **Czuber** (Emanuel Czuber 1851-1925), por ser a mais precisa e completa, pois leva em consideração a frequência da classe modal.

Resolução

Para ajudar o cálculo da moda, vamos utilizar a seguinte fórmula:

Fórmula de Czuber para Moda (Mo)

$$M_o = li(m_o) + \frac{fi(m_o) - fi(ant)}{2.fi(m_o) - [fi(ant) + fi(post)]} \cdot h$$

li(mo) = limite inferior da classe modal.

fi(mo) = frequência da classe modal.

fi(ant) = frequência da classe anterior à classe modal.

fi(post) = frequência da classe posterior à classe modal.

h = amplitude do intervalo de classe (Li – li).

Em relação à fórmula e observando os dados da Tabela, temos:

li(mo) = 58	fi(mo)= 11	fi(ant) = 9	fi(post)= 8	h= 4
-------------	------------	-------------	-------------	------

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$Mo = 58 + \frac{11-9}{2.11-[9+8]} \cdot 4 = 58 + \frac{2}{22-17} \cdot 4 = 58 + \frac{2}{5} \cdot 4 = 58 + 0,4 \cdot 4 = 58 + 1,6 = 59,6$$



Fique atento à sequência das operações para não errar nos cálculos, ok!

Resposta

A moda das estaturas dos bebês é igual a 59,6 cm, ou ainda, a estatura de bebês mais frequente é 59,6 cm.

2) Calcule a moda para a distribuição a seguir que representa os salários de 20 funcionários selecionados em uma Empresa.

Distribuição de Frequência Variável Contínua

Classes "i"	Salários em Reais	Nº de funcionários "fi"	
1	1.000 — 1.300	3	
2	1.300 — 1.600	5	
3	1.600 — 1.900	8	← Classe Modal
4	1.900 — 2.200	3	
5	2.200 — 2.500	1	
—	Total	$\sum fi = 20$	

Resolução

Em relação à fórmula e observando os dados da Tabela, temos:

$li(mo) = 1.600$	$fi(mo) = 8$	$fi(ant) = 5$	$fi(post) = 3$	$h = 300$
------------------	--------------	---------------	----------------	-----------

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$M_o = li(m_o) + \frac{fi(m_o) - fi(ant)}{2.f_i(m_o) - [f_i(ant) + f_i(post)]} \cdot h$$

$$Mo = 1600 + \frac{8-5}{2.8-[5+3]} \cdot 300 \Rightarrow Mo = 1600 + \frac{3}{16-3} \cdot 300 \Rightarrow Mo = 1600 + \frac{3}{8} \cdot 300 \Rightarrow \\ \Rightarrow Mo = 1600 + 0,375 \cdot 300 \Rightarrow Mo = 1600 + 112,50 \Rightarrow Mo = 1712,50$$

Resposta

A moda dos salários entre os 20 funcionários da Empresa é R\$ 1.712,50 ou, ainda, o salário mais frequente entre os funcionários é no valor de R\$ 1.712,50.

Atividades práticas

10) Calcule a moda para a distribuição de valores de 54 Notas Fiscais emitidas na mesma data, selecionadas em uma Loja de Departamentos:

Distribuição de Frequências Variável Contínua

Classes "i"	Consumo por nota R\$	Nº de notas "fi"
1	0 — 50	10
2	50 — 100	28
3	100 — 150	12
4	150 — 200	2
5	200 — 250	1
6	250 — 300	1
—	Total	$\sum f_i = 54$

Respostas no final desta Unidade.

11) Calcule a moda para a distribuição a seguir, que representa a nota de 60 alunos em uma prova de *Marketing*:

Distribuição de Frequência Variável Contínua

Classes "i"	Notas	Nº de alunos "xi"
1	0 — 2	5
2	2 — 4	20
3	4 — 6	12
4	6 — 8	20
5	8 — 10	3
—	Total	$\sum f_i = 60$

Respostas no final desta Unidade.

Mediana (md)

Indicada por **md**, a **mediana** é o valor real que separa o rol (dados já organizados) em duas partes, deixando à sua direita o mesmo número de elementos que à sua esquerda.

Aprendendo com exemplos

Cálculo da mediana quando temos um número ímpar de elementos, o termo de ordem $\left(\frac{n+1}{2}\right)^0$ corresponde à mediana (dados não agrupados).

1) Dada à série de valores X: 5, 2, 6, 13, 9, 15, 10, determine a mediana.

Resolução

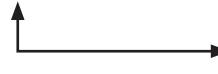
De acordo com a definição de mediana, vamos, primeiramente, ordenar (crescente ou decrescente) os valores.

Ordenando, temos:

Posição:	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a
Elementos de X:	2	5	6	9	10	13	15

3 elementos antes e

3 elementos depois.



Elemento que ocupa a posição central da série.

Assim, fazendo o cálculo da posição do elemento, confirmamos que:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{7+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{8}{2}\right)^0 = 4^0 \quad \leftarrow \text{O valor "9" ocupa a } 4^{\text{a}} \text{ posição.}$$

Resposta

O valor que divide a série em duas partes iguais é o número 9. Logo, a mediana dessa sequência é 9 ($md = 9$). Podemos dizer que 50% dos valores da sequência X são menores do que 9 e 50% dos valores são maiores do que 9.

2) As onze turmas de 1º Ano da Engenharia têm, respectivamente: 42, 37, 28, 40, 41, 48, 45, 37, 37, 41 e 44 alunos. Calcule a Mediana.

Resolução

Fazendo o cálculo da posição do elemento da mediana, temos:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{11+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{12}{2}\right)^0 = 6^0 \quad \leftarrow \text{A mediana é a turma que ocupa a } 6^{\text{a}} \text{ posição no Rol.}$$

Assim, posicionando os elementos em Rol (ordem crescente), encontramos:

Posição:	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a	11 ^a
Turmas:	28	37	37	37	40	41	41	42	44	45	48



Turma que ocupa a posição central da série.

Resposta

A mediana será o termo que ocupa a 6^a posição, ou seja, a mediana é 41 ($md = 41$). Dizemos que 50% das turmas do 1º Ano de Engenharia possuem menos de 41 alunos e 50% mais ou iguais a 41 alunos.

Cálculo da mediana quando o número de elementos é par, a mediana é obtida calculando-se a média aritmética entre os dois termos de ordem

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 \text{ e } \left(\frac{n+1}{2}\right)^0 \text{ (dados não agrupados).}$$

1) Determine a mediana da sequência Z: 7, 21, 13, 15, 10, 8, 9, 13.

Resolução

Ordenando, temos:

Posição:	<u>a</u>							
Elementos de Z:	7	8	9	10	13	13	15	21

O valor “10” ocupa a 4^a posição. O valor “13” ocupa a 5^a posição.

Elementos que ocupam as posições centrais da série.

Logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{8}{2}\right)^0 = 4^0 \quad e \quad \left(\frac{n}{2} + 1\right)^0 = \left(\frac{8}{2} + 1\right)^0 = (4 + 1)^0 = 5^0$$

Temos um problema!
A Mediana não pode ser dois números.
E agora?

Portanto, a mediana será a **Média Aritmética entre 10 e 13**, assim temos:

$$md = \frac{10+13}{2} = \frac{23}{2} = 11,5$$

Resposta

A mediana da sequência Z é 11,5. Podemos dizer que 50% dos valores dessa sequência são menores do que 11,5 e 50% são maiores do que 11,5.

2) As dez turmas de 1º Ano da Engenharia têm, respectivamente: 37, 28, 40, 41, 48, 37, 37, 41, 46 e 44 alunos. Calcule a Mediana.

Resolução

Logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{10}{2}\right)^0 = 5^0 \quad e \quad \left(\frac{n}{2} + 1\right)^0 = \left(\frac{10}{2} + 1\right)^0 = (5 + 1)^0 = 6^0$$

A mediana é a Media Aritmética das turmas que ocupam as posições 5 e 6 no Rol.

Assim, posicionando os elementos em Rol (ordem crescente), encontramos:

Posição:	1 ^a	2 ^a	3 ^a	4 ^a	5 ^a	6 ^a	7 ^a	8 ^a	9 ^a	10 ^a
Turmas:	28	37	37	37	40	41	41	44	46	48



Turmas que ocupam as posições centrais da série.

Portanto, a mediana será a **Média Aritmética** entre 40 e 41. Assim, temos:

$$md = \frac{40 + 41}{2} = \frac{81}{2} = 40,5$$

Resposta

A mediana será 40,5 ($md = 40,5$). Dizemos que 50% das turmas do 1º Ano de Engenharia possuem menos de 40,5 alunos e 50% mais de 40,5 alunos.



Importante!

Quando o número de elementos da série estatística for **ímpar**, haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série.

Quando o número de elementos da série estatística for **par**, nunca haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série. A mediana será sempre a **Média Aritmética** dos dois elementos centrais da série.

CÁLCULO DA MEDIANA quando os dados estão agrupados EM tabela ou DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS Variável Discreta (SEM INTERVALOS DE CLASSE)

- Determinar a mediana que representa as notas de alunos da Disciplina de Língua Portuguesa, conforme a Tabela a seguir.

Notas (xi)	f _i
2,0	3
5,0	4
8,0	9
10	5
Total	$\sum f_i = 21$

← Número ÍMPAR de elementos.

Resolução

Nesse caso, os dados já estão ordenados e agrupados em uma Tabela de Frequência e a série é composta por **21 elementos**, que é **ÍMPAR**; portanto, só admite um termo central.

Fazendo o cálculo da posição do elemento da mediana, temos:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{21+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{22}{2}\right)^0 = 11^0 \quad \leftarrow \text{A mediana é a nota que ocupa a } 11^{\text{a}} \text{ posição na Tabela.}$$



E agora, para descobrir qual é a 11^{a} nota da Tabela?

Nessa situação, para facilitar nossos cálculos, abriremos ao lado da coluna das frequências (f_i) outra coluna que chamaremos de fac , ou seja, frequência acumulada.

Nessa coluna, iremos acumular em cada linha as frequências absolutas (f_i) da seguinte forma:

Notas (x_i)	f_i	fac	Posição dos elementos da sequência:
2,0	3	3	1 ^a até 3 ^a
5,0	4	3 + 4 = 7	4 ^a até 7 ^a
8,0	9	7 + 9 = 16	8 ^a até 16 ^a
10	5	16 + 5 = 21	17 ^a até 21 ^a
Total	$\sum f_i = 21$	-	-

Veja que a 11^{a} posição está entre a 8^a e a 16^a posições, então a mediana é a nota 8,0.

Resposta

A nota mediana de Língua Portuguesa é 8 ($md = 8$). Podemos dizer que 50% das notas são menores ou iguais a 8 e 50% são maiores ou iguais a 8.

2) Determine a mediana das temperaturas conforme a tabela a seguir:

Temperaturas em °C “ x_i ”	f_i
0°	3
1°	5
2°	8
3°	10
5°	6
Total	$\sum f_i = 32$

← Número PAR de elementos.

Resolução

A série é composta por 32 temperaturas; portanto, tem um número de elementos **PAR**, o que quer dizer que admite dois termos centrais.

Logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{32}{2}\right)^0 = 16^0 \quad e \quad \left(\frac{n+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{32+1}{2}\right)^0 = (16+1)^0 = 17^0$$

↑

A Mediana é a Média Aritmética das temperaturas, que ocupam as posições 16 e 17 na Tabela.



E agora, para achar a 16^a e 17^a notas na Tabela?

É fácil! Lembra-se?

Abriremos ao lado da coluna das frequências (f_i) outra coluna, que chamaremos de fac , ou seja, frequência acumulada.

Nessa coluna, iremos acumular em cada linha as frequências absolutas (f_i), da seguinte forma:

Temperaturas em °C "xi"	f_i	fac	Posição dos elementos da sequência
0°	3	3	1 ^a até 3 ^a
1°	5	3 + 5 = 8	4 ^a até 8 ^a
2°	8	8 + 8 = 16	9 ^a até 16 ^a
3°	10	16 + 10 = 26	17 ^a até 26 ^a
5°	6	26 + 6 = 32	27 ^a até 32 ^a
Total	$\sum f_i = 32$	—	—

Sabemos que a mediana é apenas um número; portanto, a mediana será a **Média Aritmética entre as temperaturas 2°C e 3°C**, assim temos:

$$md = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

Resposta

A temperatura mediana é 2,5°C ($md = 2,5°C$), ou seja, 50% das temperaturas pesquisadas são menores que 2,5°C e 50% maiores que 2,5°C.

Atividades práticas

12) Calcule a mediana da distribuição:

Distribuição de Frequência Variável Discreta

xi	f_i
2	5
4	20
5	32
6	40
8	2
Total	$\sum f_i = 99$

← Número ÍMPAR de elementos.

Respostas no final desta Unidade.

13) Calcule a mediana para a série representativa da idade de 50 alunos de uma classe do primeiro ano de um determinado Curso de Graduação.

Distribuição de Frequência Variável Discreta

Idade (anos) "xi"	Nº de alunos "fi"
17	3
18	18
19	17
20	8
21	4
Total	$\sum fi = 50$

Respostas no final desta Unidade.

CÁLCULO DA MEDIANA quando os dados estão agrupados EM tabela ou DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS Variável CONTÍNUA (COM INTERVALOS DE CLASSE):

Neste caso, é preciso seguir as etapas:

- **1^a Etapa:** calculamos a posição da mediana, considerando se o número de elementos da série é par ou ímpar;
- **2^a Etapa:** para identificarmos o intervalo de classe na qual se encontra a mediana, determinamos as frequências acumuladas “fac”;
- **3^a Etapa:** calculamos a mediana “md” estimada pela fórmula a seguir.

Fórmula para o cálculo da Mediana (md):

$$md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - fac(ant)}{fi(md)}.h$$

li(mo) = limite inferior da classe modal.

li(md) = limite inferior da classe mediana.

f(ac)ant = frequência acumulada à classe anterior a classe mediana.

fi(md) = frequência absoluta da classe mediana.

h = amplitude do intervalo de classe (Li – li).

n = número de termos.

- 1) Dada à tabela a seguir, que representa as estaturas de 40 pessoas, calcule o valor da mediana:

Distribuição de Frequência Variável Contínua

Estaturas (cm)	f_i
50 — 54	4
54 — 58	9
58 — 62	11
62 — 66	8
66 — 70	5
70 — 74	3
Total	$\sum f_i = 40$

Número PAR
de elementos.

Resolução

Vamos seguir as etapas descritas anteriormente.

1ª Etapa

Calculamos a posição da mediana, considerando se o número de elementos da série é par ou ímpar.

Essa série tem 40 elementos; portanto, é **PAR**, logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{40}{2}\right)^0 = 20^0 \text{ e } \left(\frac{n}{2} + 1\right)^0 = \left(\frac{40}{2} + 1\right)^0 = (20 + 1)^0 = 21^0$$



A Mediana é a Média Aritmética das estaturas que ocupam as posições 20 e 21 na Tabela.

2ª Etapa

Identificamos o intervalo de classe em que se encontra a mediana e determinamos as frequências acumuladas “**fac**”.

Estaturas (cm)	f_i	fac	Posição dos elementos na sequência
50 — 54	4	4	1ª até 4ª
54 — 58	9	4 + 9 = 13	5ª até 13ª
58 — 62	11	13 + 11 = 24	14ª até 24ª
62 — 66	8	24 + 8 = 32	25ª até 32ª
66 — 70	5	32 + 5 = 37	33ª até 37ª
70 — 74	3	37 + 3 = 40	38ª até 40ª
Total	$\sum f_i = 40$	—	—

A 20ª e 21ª estaturas estão na linha 3 e terão um valor compreendido entre 58 |— 62.



Chamamos essa linha de classe mediana.

3^a Etapa

Calculamos a mediana “**md**” pela seguinte fórmula:

$$md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - fac(ant)}{fi(md)} \cdot h$$

Verificamos os valores na Tabela e encontramos o seguinte:

li(md) = 58	n = 40	fac(ant) = 13	fi(md) = 11	h = 4
-------------	--------	---------------	-------------	-------

Aplicando os valores na fórmula, temos:

$$md = 58 + \frac{\frac{40}{11} - 13}{11} \cdot 4 \Rightarrow md = 58 + \frac{20 - 13}{11} \cdot 4 \Rightarrow md = 58 + \frac{7}{11} \cdot 4 \Rightarrow \\ md = 58 + 0,6364 \cdot 4 \Rightarrow md = 58 + 2,5456 \Rightarrow md = 60,55$$

Resposta

A mediana estimada das estaturas é igual a 60,55 cm ($md = 60,55$). Significa que 50% das pessoas observadas têm estaturas inferiores a 60,55 cm e 50% têm estaturas superiores a 60,55 cm.

Atividades Práticas

14) O consumo de energia elétrica verificado em 250 residências de famílias da classe média, com dois filhos, revelou a distribuição a seguir. Calcule a mediana da distribuição.

Classes	Consumo kWh	Nº de famílias
1	0 — 50	2
2	50 — 100	15
3	100 — 150	32
4	150 — 200	47
5	200 — 250	50
6	250 — 300	80
7	300 — 350	24
Total		$\Sigma fi = 250$

Respostas no final desta Unidade.

Relação entre a Média, a Moda e a Mediana

Em uma série, a média, a mediana e a moda não têm, necessariamente, o mesmo valor. Como o próprio nome sugere, o valor da mediana (que ocupa a posição central numa distribuição de frequência), deve estar em algum ponto entre o valor da média e o valor da moda, mas pode também ser igual à moda e à média.

A mediana depende da posição do elemento na série ordenada. A média aritmética depende dos valores dos elementos. Essa é uma das diferenças marcantes entre mediana e média. A média se deixa influenciar, e muito, pelos valores extremos.

Aprendendo com um exemplo

1) Determine a média e a mediana nas sequências:

a) Z: 5, 7, 10, 13, 15

b) Y: 5, 7, 10, 13, 65

Resoluções

a) Sequência Z: 5, 7, 10, 13, 15

Cálculo da média

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{5+7+10+13+15}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

Cálculo da mediana

Z: 5, 7, 10, 13, 15, temos que a mediana vale 10.

Resposta

A sequência Z tem média aritmética igual a 10 e mediana igual a 10.

b) Sequência Y: 5, 7, 10, 13, 65

Cálculo da média

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{5+7+10+13+65}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

Cálculo da mediana

Y: 5, 7, 10, 13, 65 temos que a mediana vale 10.

Resposta

A sequência Y tem média aritmética igual a 20 e mediana igual a 10.

Concluindo

Se compararmos os valores da sequência Z e Y, verificamos que:

Sequência Z	Sequência Y
A sequência Z tem valores próximos uns dos outros. Os valores próximos influenciam a média aritmética; porém, de forma leve. A mediana não sofre influência dos valores da sequência, por considerar a posição dela.	A sequência Y tem valores bem distantes uns dos outros. Os valores distantes influenciam a média aritmética, de forma acentuada. A mediana não sofre influência dos valores da sequência, por considerar a posição dela.

RESOLUÇÕES DAS ATIVIDADES PRÁTICAS

Somatório

1) Escreva na notação sigma, as seguintes somas (codificando-as):

a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = \sum_{i=1}^6 x_i$

b) $x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = \sum_{i=2}^5 x_i$

c) $(x_1 + 2) + (x_2 + 2) + (x_3 + 2) = \sum_{i=1}^3 (x_i + 2)$

d) $(x_1 - 10) + (x_2 - 10) + (x_3 - 10) + (x_4 - 10) = \sum_{i=1}^4 (x_i - 10)$

e) $(x_{10} - 3)^4 + (x_{11} - 3)^4 + (x_{12} - 3)^4 = \sum_{i=10}^{12} (x_i - 3)^4$

f) $(x_1 - 15)^2 \cdot f_1 + (x_2 - 15)^2 \cdot f_2 + (x_3 - 15)^2 \cdot f_3 = \sum_{i=1}^3 (x_i - 15)^2 \cdot f_i$

2) Escreva as parcelas da soma indicada (decodificando e obtendo as parcelas complementares):

a) $\sum_{i=2}^7 x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$

b) $\sum_{i=3}^6 x_i^2 = x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2$

c) $\sum_{i=1}^4 (x_i - a)^2 \cdot f_i = (x_1 + a)^2 \cdot f_1 + (x_2 - a)^2 \cdot f_2 + (x_3 - a)^2 \cdot f_3 + (x_4 - a)^2 \cdot f_4$

d) $\sum_{i=1}^3 \left(\frac{3x_i}{2} - 5 \right)^2 = \left(\frac{3x_1}{2} - 5 \right)^2 + \left(\frac{3x_2}{2} - 5 \right)^2 + \left(\frac{3x_3}{2} - 5 \right)^2$

3) Observe o passo a passo dos cálculos conforme Tabela a seguir:

i	x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$	$i \cdot x_i$	$x_i^2 \cdot f_i$	$(x_i - 12)^2 \cdot f_i$
1	3	2	$3 \cdot 2 = 6$	$1 \cdot 3 = 3$	$3^2 \cdot 2 = 18$	$(3 - 12)^2 \cdot 2 = 162$
2	4	5	$4 \cdot 5 = 20$	$2 \cdot 4 = 8$	$4^2 \cdot 5 = 80$	$(4 - 12)^2 \cdot 5 = 320$
3	6	3	$6 \cdot 3 = 18$	$3 \cdot 6 = 18$	$6^2 \cdot 3 = 108$	$(6 - 12)^2 \cdot 3 = 108$
4	8	2	$8 \cdot 2 = 16$	$4 \cdot 8 = 32$	$8^2 \cdot 2 = 128$	$(8 - 12)^2 \cdot 2 = 32$
$\Sigma 10$	$\Sigma 21$	$\Sigma 12$	$\Sigma 60$	$\Sigma 61$	$\Sigma 334$	$\Sigma 622$

a) $\sum x_i = 21$

b) $\sum f_i = 12$

c) $\sum x_i \cdot f_i = 60$

d) $\sum i \cdot x_i = 61$

e) $\sum x_i^2 \cdot f_i = 334$

f) $\sum (x_i - 12)^2 \cdot f_i = 622$

Média Aritmética

4) Calcule a Média Aritmética das séries

a) A: 2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 13 ; 17 ; 25.

$$\bar{x} = \frac{2+4+5+6+8+10+13+17+25}{9} \Rightarrow \frac{90}{9} \Rightarrow 10$$

b) B: 3 ; 3 ; 3 ; 5 ; 5 ; 9 ; 9 ; 9 ; 13 ; 13 ; 20 ; 20 ; 20.

$$\bar{x} = \frac{3+3+3+5+5+9+9+9+13+13+20+20+20}{13} \Rightarrow \frac{132}{13} \Rightarrow 10,2$$

c) C: 7,8 ; 10,2 ; 10,9 ; 15,4 ; 18,5 ; 21,2.

$$\bar{x} = \frac{7,8+10,2+10,9+15,4+18,5+21,2}{6} \Rightarrow \frac{84}{6} \Rightarrow 14$$

5) Cálculo do peso:

$$2,8 + 4 + 4,2 + 5 + 3,5 + 4 + 5 + 5,5 + 4 + 5 + 7 + 4 = 54 \text{ quilos}$$

Cálculo da média

$$\bar{x} = \frac{54}{12} \Rightarrow 4,5 \text{ quilos}$$

Resposta

O lote foi aprovado, pois pesa 54 quilos (superior a 50 quilos) e 4,5 quilos é o peso médio de cada produto.

Média Aritmética Ponderada

6) Calcule a média da série a seguir:

Distribuição de Frequência Variável Discreta

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
2	1	2.1 = 2
3	4	3.4 = 12
4	3	4.3 = 12
5	2	5.2 = 10
Total	$\sum f_i = 10$	$\sum x_i \cdot f_i = 36$

Cálculo da Média Ponderada

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{36}{10} \Rightarrow \bar{x} = 3,6$$

Resposta

A média dos dados da série é 3,6.

7) Calcule o número médio de acidentes por dia em uma determinada esquina.

Distribuição de Frequência Variável Discreta

Nº de Acidentes por dia "xi"	Nº de Dias "fi"	xi.fi
0	20	0.20 = 0
1	9	1.9 = 9
2	5	2.5 = 10
3	3	3.3 = 9
4	2	4.2 = 8
5	1	5.1 = 5
Total	$\sum fi = 40$	$\sum xi \cdot fi = 41$

Cálculo da Média Ponderada

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{41}{40} \Rightarrow \bar{x} = 1,03$$

Resposta

A média é 1,03 acidentes por dia.

Média Aritmética Variável Contínua

8) Para ajudar nos cálculos, vamos organizar as variáveis na seguinte Tabela:

Distribuição de Frequência Variável Contínua

Classe "i"	Tempo de mão de obra (horas)	Nº de motores "fi"	Ponto Médio "xi"	xi . fi
1	0 — 5	2	$\frac{0+5}{2} = 2,5$	$2 \times 2,5 = 5$
2	5 — 10	6	$\frac{5+10}{2} = 7,5$	$6 \times 7,5 = 45$
3	10 — 15	9	$\frac{10+15}{2} = 12,5$	$9 \times 12,5 = 112,5$
4	15 — 20	12	$\frac{15+20}{2} = 17,5$	$12 \times 17,5 = 210$
5	20 — 25	3	$\frac{20+25}{2} = 22,5$	$3 \times 22,5 = 67,5$
Total		$\sum fi = 32$	—	$\sum xi \cdot fi = 440$

- a) Determine o número médio de horas de mão de obra necessário para a revisão de cada motor.

Cálculo da Média

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{440}{32} \Rightarrow \bar{x} = 13,75$$

Resposta

A média de horas para a revisão de cada motor é 13,75 horas.

- b) Com base nessa informação, qual deve ser o tempo total previsto de mão de obra para a revisão de 5 motores que aguardam revisão?

Para calcular o tempo total, vamos apenas multiplicar a média de horas por 5.
 Então:

$$13,75 \text{ horas} \times 5 \text{ motores} = 68,75 \text{ horas}$$

Resposta

Como temos em média 13,75 horas para cada motor, para 5 motores o tempo total previsto de mão de obra será de 68,75 horas.

- c) Se a Empresa dispõe no momento de 2 homens trabalhando 9 horas por dia nessas revisões, conseguirá provavelmente revisar esses 5 motores em 4 dias?

Vamos primeiro calcular o total de horas dos 2 homens trabalhando 9 horas por dia em 4 dias. Então:

$$2 \text{ homens} \times 9 \text{ horas} \times 4 \text{ dias} = 72 \text{ horas no total}$$

Agora é fácil verificar que o total de horas dos homens disponíveis (72 horas) é suficiente para a revisão dos 5 motores e que, conforme a alternativa anterior, são necessárias 68,75 horas para a revisão.

Resposta

Sim, a Empresa conseguirá revisar esses 5 motores em 4 dias.

- 9) Para ajudar nos cálculos, vamos organizar as variáveis na seguinte Tabela:

Distribuição de Frequência Variável Contínua

Altura dos Pilares em cm	Frequência "fi"	Ponto Médio "xi"	$xi \cdot fi$
60 — 67	11	$\frac{60+67}{2} = 63,5$	$11 \times 63,5 = 698,5$
67 — 74	8	$\frac{67+74}{2} = 70,5$	$8 \times 70,5 = 564$
74 — 81	14	$\frac{74+81}{2} = 77,5$	$14 \times 77,5 = 1085$

Altura dos Pilares em cm	Frequência "fi"	Ponto Médio "xi"	$xi \cdot fi$
81 — 88	12	$\frac{81+88}{2} = 84,5$	$12 \times 84,5 = 1014$
88 — 95	18	$\frac{88+95}{2} = 91,5$	$18 \times 91,5 = 1647$
Total	$\sum fi = 63$	—	$\sum xi \cdot fi = 5008,5$

Cálculo da Média

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{5008,5}{63} \Rightarrow \bar{x} = 79,5$$

Resposta

A altura média dos pilares (colunas de concreto) da obra é de 79,5 cm.

Moda Variável Contínua

10)

Distribuição de Frequências Variável Contínua

Classes "i"	Consumo por nota R\$	Nº de notas "fi"
1	0 — 50	10
2	50 — 100	28
3	100 — 150	12
4	150 — 200	2
5	200 — 250	1
6	250 — 300	1
—	Total	$\sum fi = 54$

← Classe Modal.

Resolução

Em relação à fórmula e observando os dados da Tabela, temos:

$li(mo) = 50$	$fi(mo) = 28$	$fi(ant) = 10$	$fi(post) = 12$	$h = 50$
---------------	---------------	----------------	-----------------	----------

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$M_0 = li(m_o) + \frac{fi(m_o) - fi(ant)}{2 \cdot fi(m_o) - [fi(ant) + fi(post)]} \cdot h$$

Resposta

A moda das Notas Fiscais é R\$ 76,47 ou, ainda, a Nota Fiscal mais frequente é no valor de R\$ 76.47.

11)

Distribuição de Frequências Variável Contínua

Classes "i"	Notas	Nº de alunos "xi"
1	0 — 2	5
2	2 — 4	20
3	4 — 6	12
4	6 — 8	20
5	8 — 10	3
—	Total	$\sum f_i = 60$

← 1^a Classe Modal.
 ← 2^a Classe Modal.

Resolução

Em relação à fórmula e observando os dados da Tabela, temos:

1^a Classe Modal

li(mo) = 2	fi(mo)= 20	fi(ant) = 5	fi(post)= 12	h= 2
------------	------------	-------------	--------------	------

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$M_o = li(m_o) + \frac{fi(m_o) - fi(ant)}{2 \cdot fi(m_o) - [fi(ant) + fi(post)]} \cdot h$$

$$\begin{aligned} Mo &= 2 + \frac{20 - 5}{2 \cdot 20 - [5 + 12]} \cdot 2 \Rightarrow Mo = 2 + \frac{15}{40 - 17} \cdot 2 \Rightarrow Mo = 2 + \frac{15}{23} \cdot 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow Mo = 2 + 0,6522 \cdot 2 \Rightarrow Mo = 2 + 1,30 \Rightarrow Mo = 3,30 \end{aligned}$$

2^a Classe Modal

li(mo) = 6	fi(mo)= 20	fi(ant) = 12	fi(post)= 3	h= 2
------------	------------	--------------	-------------	------

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$M_o = li(m_o) + \frac{fi(m_o) - fi(ant)}{2 \cdot fi(m_o) - [fi(ant) + fi(post)]} \cdot h$$

$$\begin{aligned} Mo &= 6 + \frac{20 - 12}{2 \cdot 20 - [12 + 3]} \cdot 2 \Rightarrow Mo = 6 + \frac{8}{40 - 15} \cdot 2 \Rightarrow Mo = 6 + \frac{8}{25} \cdot 2 \Rightarrow \\ &\Rightarrow Mo = 6 + 0,32 \cdot 2 \Rightarrow Mo = 6 + 0,64 \Rightarrow Mo = 6,64 \end{aligned}$$

Resposta

A moda das notas são duas: $mo = 3,30$ e $mo = 6,64$ ou, ainda, as notas mais frequentes na Disciplina de *Marketing* são 3,3 e 6,64.

Mediana Variável Discreta

12) Fazendo cálculo da posição do elemento da mediana com número **ÍMPAR** de elementos, temos:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{99+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{100}{2}\right)^0 = 50^0 \quad \text{A mediana é o elemento que ocupa a } 50^{\text{a}} \text{ posição na Tabela.}$$

Distribuição de Frequências Variável Discreta

x_i	f_i	f_{ac}	Posição dos elementos da sequência
2	5	5	1 ^a até 5 ^a
4	20	$5 + 20 = 25$	6 ^a até 25 ^a
5	32	$25 + 32 = 57$	26^a até 57^a
6	40	$57 + 40 = 97$	58 ^a até 97 ^a
8	2	$97 + 2 = 99$	98 ^a até 99 ^a
Total	$\sum f_i = 99$	–	–

Veja que a 50^a posição está entre a 26^a e 57^a posições; então, a mediana é o elemento 5.

Resposta

A mediana da distribuição é 5 ($md = 5$). Podemos dizer que 50% dos elementos são menores ou iguais a 5 e 50% são maiores ou iguais a 5.

13) Fazendo cálculo da posição do elemento da mediana com número **PAR** de elementos, temos:

Logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{50}{2}\right)^0 = 25^0 \quad \text{e} \quad \left(\frac{n}{2} + 1\right)^0 = \left(\frac{50}{2} + 1\right)^0 = (25 + 1)^0 = 26^0$$

A Mediana é a Média Aritmética das idades que ocupam as posições 25 e 26 na Tabela.

Distribuição de Frequências Variável Discreta

Idade (anos) "xi"	Nº de alunos "fi"	"fac"	Posição dos elementos da sequência
17	3	3	1ª até 3ª
18	18	3 + 18 = 21	4ª até 21ª
19	17	21 + 17 = 38	22ª até 38ª
20	8	38 + 8 = 46	39ª até 46ª
21	4	46 + 4 = 50	47ª até 50ª
Total	$\sum fi = 50$	-	-

A 25ª e 26ª idade procurada é 19 anos.

Nesse caso, não há necessidade de calcularmos a Média Aritmética das idades, pois a idade de 19 anos aparece tanto na 25ª como na 26ª posições, mas se efetuarmos o cálculo, vamos obter o mesmo valor, como,, por exemplo:

$$md = \frac{19+19}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

Resposta

A idade mediana é 19 anos ($md = 19$), ou seja, 50% dos alunos possuem idades menores ou iguais a 19 anos e 50% maiores ou iguais a 19 anos.

Mediana Variável Contínua

14)

1ª Etapa

Calculamos a posição da mediana, considerando se o número de elementos da série é par ou ímpar.

Essa série tem 250 elementos; portanto, é **PAR**, logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{250}{2}\right)^0 = 125^0 \text{ e } \left(\frac{n}{2} + 1\right)^0 = \left(\frac{250}{2} + 1\right)^0 = (125 + 1)^0 = 126^0$$

2^a Etapa

Identificamos o intervalo de classe em que se encontra a mediana e determinamos as frequências acumuladas “fac”.

Classes	Consumo kWh	Nº de famílias	fac	Posição dos elementos na sequência
1	0 ┌ 50	2	2	1 ^a até 2 ^a
2	50 ┌ 100	15	2 + 15 = 17	3 ^a até 17 ^a
3	100 ┌ 150	32	17 + 32 = 49	18 ^a até 49 ^a
4	150 ┌ 200	47	49 + 47 = 96	50 ^a até 96 ^a
5	200 ┌ 250	50	96 + 50 = 146	97 ^a até 146 ^a
6	250 ┌ 300	80	146 + 80 = 226	147 ^a até 226 ^a
7	300 ┌ 350	24	226 + 24 = 250	227 ^a até 250 ^a
Total		$\sum f_i = 250$	—	—

3^a Etapa

Calculamos a mediana “md” pela seguinte fórmula:

$$md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - fac(ant)}{fi(md)} \cdot h$$

Verificamos os valores na Tabela e encontramos o seguinte:

li(md) = 200	n = 250	fac(ant) = 96	fi(md) = 50	h = 50
--------------	---------	---------------	-------------	--------

Aplicando os valores na fórmula, temos:

$$md = 200 + \frac{\frac{250}{2} - 96}{50} \cdot 50 \Rightarrow md = 200 + \frac{125 - 96}{50} \cdot 50 \Rightarrow md = 200 + \frac{29}{50} \cdot 50 \Rightarrow \\ md = 200 + 0,58 \cdot 50 \Rightarrow md = 200 + 29 \Rightarrow md = 229$$

Resposta

A mediana estimada dos consumos de energia elétrica é igual a 229 Kwh ($md = 229$). Significa que 50% das famílias de classe média, com dois filhos, têm consumo de energia elétrica inferior a 229 Kwh e 50% tem consumo de energia elétrica superior a 229 Kwh.

Finalizando

Pessoal, esta Unidade teve muitos cálculos, não é mesmo?!

Conhecemos as Medidas de Posição e aprendemos que as principais são as Medidas de Tendência Central, que são: a média aritmética e ponderada, a moda e a mediana.

Tenho certeza de que conseguiram acompanhar e que estão satisfeitos por terem conseguido vencer mais uma etapa, e não deixem de realizar as atividades práticas.

Abraços a todos!

Continuem se esforçando sempre e até a próxima.

Material Complementar

Indicações para saber mais sobre os assuntos abordados nesta Unidade:



Sites

Gênio da Matemática

<https://goo.gl/NDkHxB>



Vídeos

Somatório – Explicação – ClickExatas

Explicação sobre o que é o símbolo estatístico Somatório (Σ).

<https://youtu.be/ValQ4awhJUY>

Estatística Básica #4: Medidas de Tendência Central (parte 1)

Média Aritmética e Ponderada.

<https://youtu.be/AxgY43xN0kA>

Média em uma Tabela de Dados Agrupados em Classes

Média Aritmética para uma Tabela ou Distribuição de Frequência Variável Contínua.

<https://youtu.be/O2FKsLrtCDM>

Aula de Estatística – Média, Mediana e Moda

Média, Mediana e Moda (Dados Não Agrupados e Agrupados).

<https://youtu.be/cgLVCUJvllw>

Estatística = #5/7 – Moda / Aula do Guto

Definição e exemplo de Moda.

<https://youtu.be/rMvuVHcpUns>

Estatística Básica #7: Moda para Dados Agrupados

Titio Trevas. Conteúdo: Cálculo da Moda utilizando a fórmula de Czuber (Variável Contínua). Tempo: 8:57 min.

https://youtu.be/9_mA1E0j-q4

Grings – Moda, Média e Mediana aula 4

Moda, Média e Mediana de dados não agrupados (Variável Discreta).

<https://youtu.be/UfupcG1ax6U>

▶ Vídeos

Grings – Média e Mediana dados agrupados aula 5

Média e a Mediana de uma Tabela ou Distribuição de Frequência Variável Contínua.
Tempo: 14:33 min.

<https://youtu.be/7djAJFHYyno>

Estatística (Média, Mediana, Moda, Variância e Desvio Padrão) – Prof. Gui

Média Aritmética, Mediana, Moda, Variância e Desvio Padrão.

https://youtu.be/CG_AGULJJz8

Mediana para tabela de distribuição contínua – Somatize

Mediana em tabela ou distribuição de frequência Variável Contínua.

<https://youtu.be/SQajFw3p46A>

Exercícios Resolvidos – Estatísticas – Prof. Gui.

Exercícios resolvidos de Estatística com Média Aritmética, Mediana, Moda, Variância e Desvio Padrão.

<https://youtu.be/v07FdggMK28>

Estatística (ENEM) – Média Aritmética, Mediana e Moda

Prof. Marcos Aba. Conteúdo: Exercícios envolvendo a Média Aritmética, a Mediana e a Moda.

<https://youtu.be/uAtPl64xep4>

Mediana – Falando Matemática

Prof. Allan. Conteúdo: Mediana para Variável Discreta e Variável Contínua.

<https://youtu.be/52GgnCbf9So>

Estatística Básica #8: Mediana para Dados Agrupados

Titio Trevas. Conteúdo: Cálculo da Mediana (Variável Contínua).

<https://youtu.be/QPSDMeP1g1E>

📘 Leitura

Estatística Descritiva

No site a seguir você irá encontrar material para consulta sobre Estatística Descritiva: PETERNELLI, L. A.

<https://goo.gl/vcPFb7>

Referências

- CRESPO A. A. **Estatística Fácil**. 11.ed. São Paulo: Saraiva, 1994.
- DOWNING, D. **Estatística Aplicada**. 2.ed. São Paulo: Saraiva, 2002.
- MORETTIN, L. G. **Estatística Básica**. 7.ed. São Paulo: Pearson, 2000.
- NEUFELD, J. L. **Estatística Aplicada à Administração Usando o Excel**. São Paulo: Pearson, 2003.
- SPIEGEL, M. R. **Estatística**. 3.ed. Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1994.
- _____. **Probabilidade e Estatística**. Coleção Schaum. São Paulo: Pearson, 1977.
- SILVA, E. M. **Estatística Para os Cursos de Economia, Administração e Ciências Contábeis**. 3.ed. São Paulo: Atlas, 1999.



Cruzeiro do Sul Virtual
Educação a Distância

www.cruzeirodosulvirtual.com.br
Campus Liberdade
Rua Galvão Bueno, 868
CEP 01506-000
São Paulo - SP - Brasil
Tel: (55 11) 3385-3000



Cruzeiro do Sul
Educacional