



PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO  
EM ENGENHARIA CIVIL



**Universidade Federal de Alagoas – UFAL**  
**Centro de Tecnologia – CTEC**  
**Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC**

**Disciplina:** Técnicas Computacionais Avançadas (EES108)  
**Professor:** William Wagner Matos Lira  
**Período Letivo:** 2022.1

**Lista:** 03  
**Data de Recolhimento:** 27/06/2022

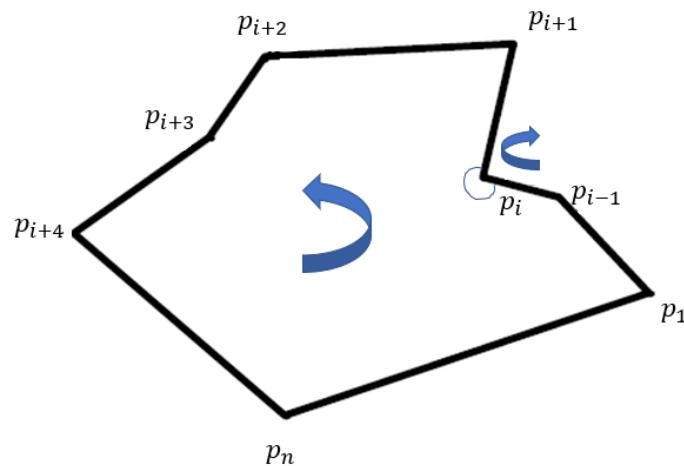
**Discente:** Gilberto Lucas Leandro dos Santos (2021106337)  
**Discente:** Otávio Bruno de Araújo Rodrigues (2021105957)

Maceió, junho de 2022

**Questão 1)**

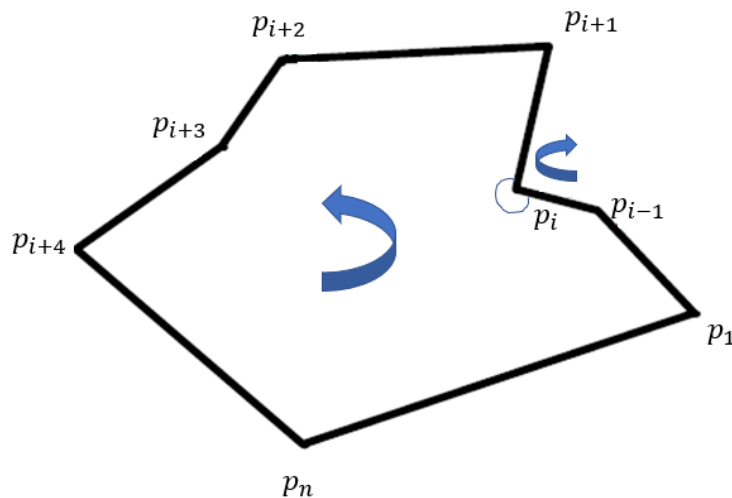
Um polígono simples tem arestas que não se interceptam. A orientação em sentido anti-horário de um polígono implica em seus vértices ordenados no mesmo sentido. Um ângulo orientado negativo tem orientação em sentido horário, conforme ilustrado na Figura 1 para o ângulo formado entre  $p_{i-1}$ ,  $p_i$  e  $p_{i+1}$ .

Figura 1 – Polígono simples em sentido anti-horário e com um ângulo orientado negativo.



Note também que o ângulo interno de  $p_i$  é sempre maior que  $180^\circ$  ao haver um sentido de orientação contrário entre o ângulo orientado e o polígono, conforme ilustrado na Figura 2. Portanto,  $p_i$  não é vértice do fecho convexo de  $P$ .

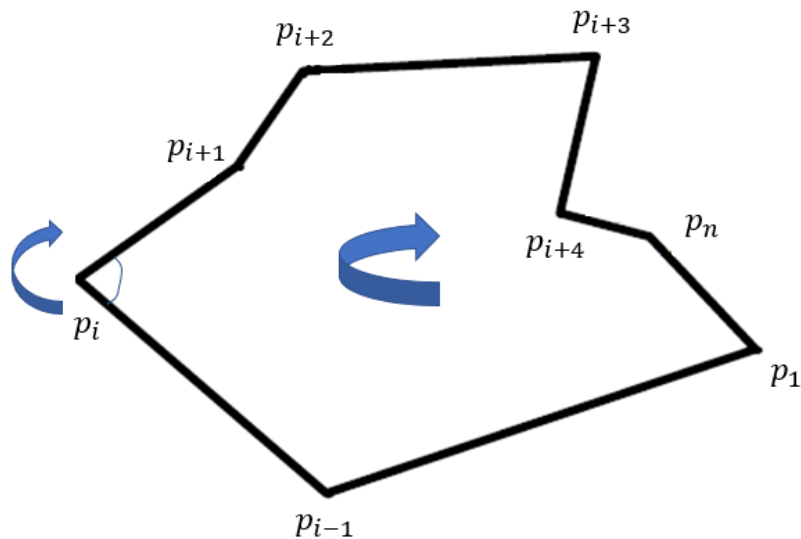
Figura 2 – Ângulo interno no vértice  $p_i$ .



A recíproca é verdadeira, pois para um polígono orientado no sentido horário e um ângulo orientado positivo (sentido horário) tem-se um vértice do fecho convexo, conforme

ilustrado na Figura 3. Note ainda que  $p_{i+1}$  não pertence ao fecho convexo, pois é um ângulo orientado no sentido anti-horário.

Figura 3 – Ângulo interno no vértice  $p_i$ .

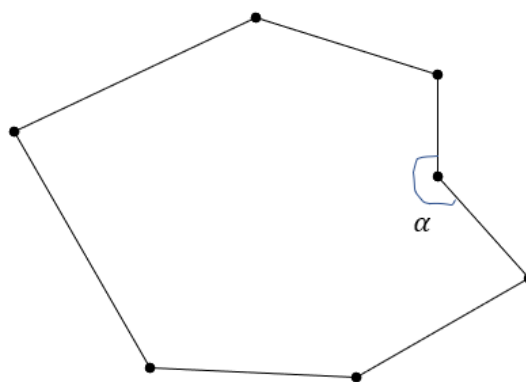


## Questão 2)

a)

Suponha por contradição que o polígono simples de maior área não é um fecho convexo, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Área de um polígono simples

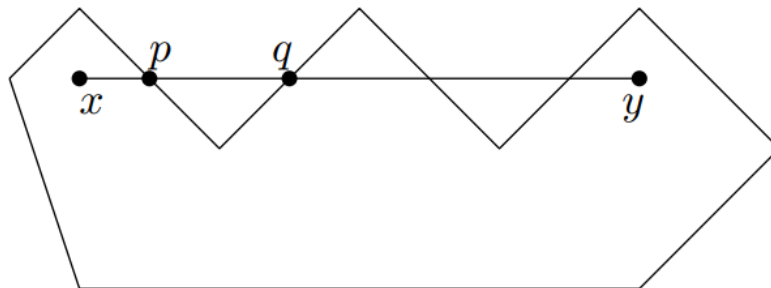


À medida que  $\alpha$  se aproxima de  $180^\circ$ , a área do polígono aumenta. Logo, o polígono não convexo não tem a maior área. Portanto, o polígono de maior área deve ser o fecho convexo.

b)

Suponha por contradição que o polígono simples de menor perímetro para um dado conjunto de pontos não é um fecho convexo. Então, para  $x$  e  $y$ , o segmento de linha atravessa esse polígono, conforme ilustrado na Figura 2, por exemplo.

Figura 2 – Segmento de reta e um polígono.



Note que o segmento de reta entre  $x$  e  $y$  intercepta o polígono em dois pontos:  $p$  e  $q$ . Além disso, a menor distância entre quaisquer dois pontos é uma linha reta. Isso diminui o perímetro do nosso polígono e contradiz a suposição de que o polígono de menor perímetro não é um fecho convexo. Portanto, o polígono de menor perímetro deve ser o fecho convexo que constitui o menor dos conjuntos convexos.

## REFERÊNCIAS

Lira, W. W. M., Técnicas Computacionais Avançadas, Notas de Aula. Universidade Federal de Alagoas – UFAL, 2022.