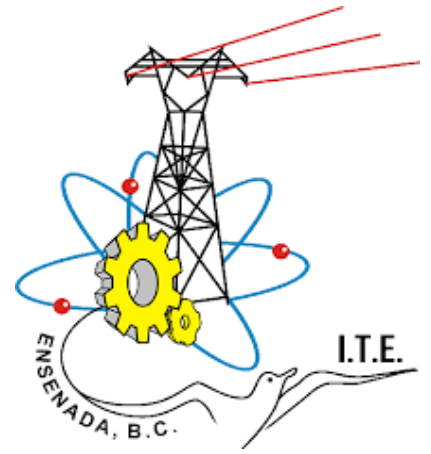




**TECNOLÓGICO
NACIONAL DE MÉXICO**



Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Proyecto Final

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Métodos Numéricos

Descripción:

Los métodos numéricos son técnicas matemáticas que permiten resolver problemas que son difíciles o imposibles de resolver de manera analítica. Estas técnicas son esenciales en campos como la ingeniería, la física, la economía y las ciencias computacionales. Proveen soluciones aproximadas a ecuaciones diferenciales, integrales y otros problemas matemáticos complejos.

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

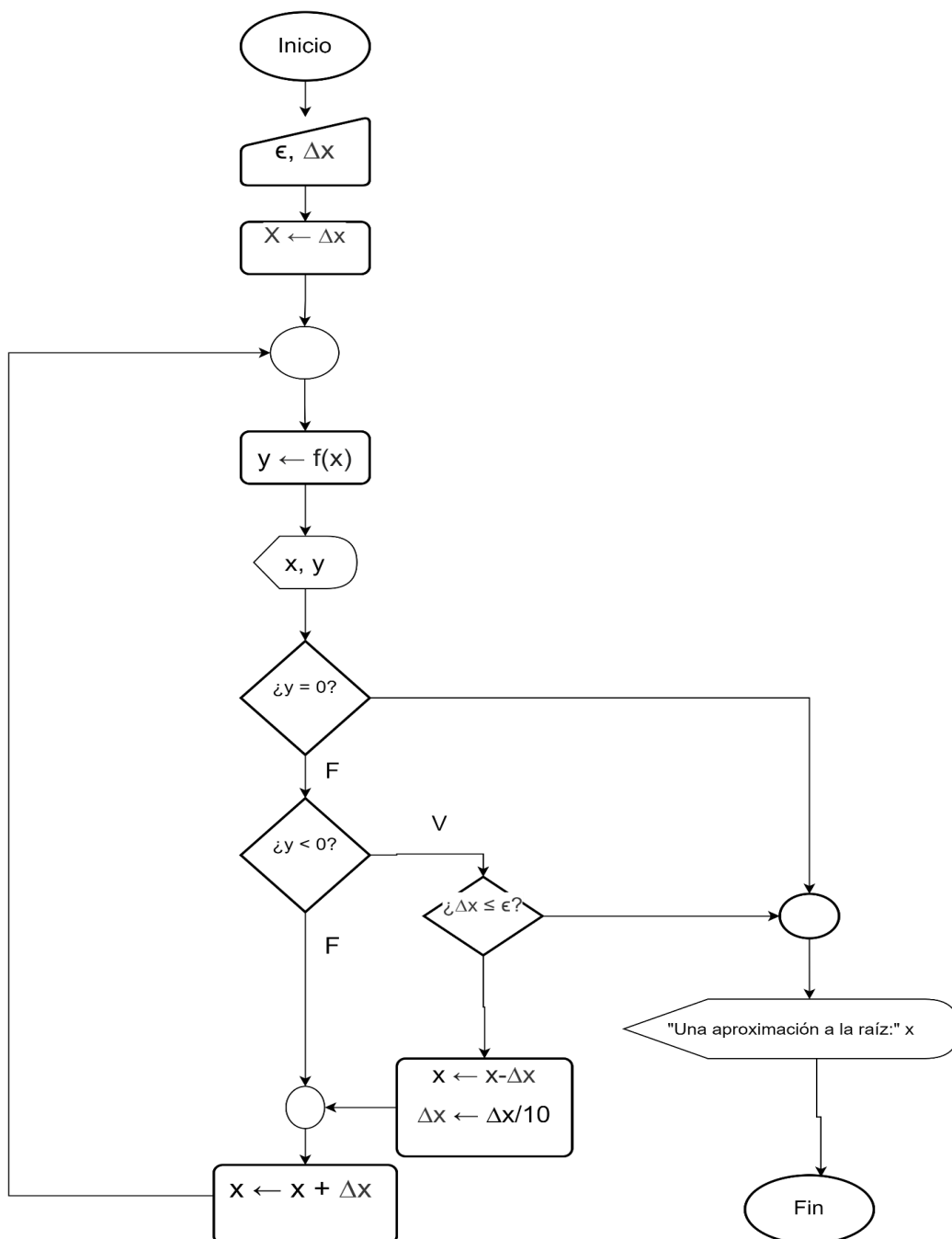
Método Tanteos

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Tanteos

Descripción: El Método de Tanteos es un método iterativo de búsqueda que aproxima la raíz de una ecuación probando diferentes valores.

Utilidad: Es útil para obtener una solución rápida cuando se conoce el rango en el que se encuentra la raíz.



pseudocódigo del Método de Tanteos

1. Inicio
2. Entrada:
 - Función $f(x)$ para la cual queremos encontrar la raíz
 - Tolerancia ε para la aproximación de la raíz
 - Incremento Δx para ajustar los valores iniciales
 - Número máximo de iteraciones NMI
3. Proceso:
 - $k = 0$: Inicializar el contador de iteraciones
 - $x_0 = 0$: Establecer el primer valor inicial como 0
 - $x_1 = \Delta x$: Establecer el segundo valor inicial como el incremento Δx
 - Mientras ($k < \text{NMI}$):
 - $f_0 = f(x_0)$
 - $f_1 = f(x_1)$
 - Si $|f_0| < \varepsilon$ o $|x_1 - x_0| < \varepsilon$ entonces:
 - Salida: x_0 es una aproximación de la raíz
 - Si no:
 - Si $f_0 * f_1 < 0$ entonces:
 - $\Delta x = |x_1 - x_0| / 2$: Reducir el incremento a la mitad
 - $x_1 = x_0 + \Delta x$: Actualizar el segundo valor inicial
 - Si no:
 - $x_0 = x_1$: Actualizar el primer valor inicial como el segundo valor inicial
 - $x_1 = x_1 + \Delta x$: Actualizar el segundo valor inicial sumando el incremento
 - $k = k + 1$: Incrementar el contador de iteraciones
 - Fin Mientras
4. Salida:
 - Si ($|f_0| < \varepsilon$ o $|x_1 - x_0| < \varepsilon$) entonces:
 - Imprimir "El método de tanteos encontró una aproximación de la raíz después de iteraciones."
 - Imprimir "Aproximación de la raíz: $x = \text{valor}$ "
 - Si no, entonces:
 - Imprimir "El método de tanteos no converge a una solución dentro del número máximo de iteraciones."
5. Fin

Código:

```
double delta, e, x, y;
printf("Ingrese el valor del salto: ");
scanf("%lf", &delta);
printf("Ingrese el valor del error: ");
scanf("%lf", &e);

x = delta;
for(int i = 0; i < 10000; i++){
```

```
y = fun(x);
if(y == 0){
    printf("%Lf es un aproximado a la raiz", x);
    return;
}else{
    if(y < 0){
        if(delta <= e){
            printf("%Lf es un aproximado a la raiz", x);
            return;
        }else{
            x = x - delta;
            delta = delta / 10;
        }
    }
    x = x + delta;
}
```

Prueba de escritorio

Ingrese el valor del salto: .1

Ingrese el valor del error: 0.001

Iteracion 1:

$x = 0.100000$

$y = -1.990000$

delta antes de la actualizacion: 0.100000

x despues de restar delta: 0.000000

delta despues de dividir por 10: 0.010000

x despues de sumar delta: 0.010000

Iteracion 2:

$x = 0.010000$

$y = -1.999900$

delta antes de la actualizacion: 0.010000

x despues de restar delta: 0.000000

delta despues de dividir por 10: 0.001000

x despues de sumar delta: 0.001000

Iteracion 3:

$x = 0.001000$

$y = -1.999999$

0.001000 es un aproximado a la raiz

Raices de ecuaciones

Elige el metodo a usar

1.Metodo de tanteos

2.Metodo de punto fijo

3.Metodo de Newton-Raphson

4.Metodo de Newton 2do orden

5.Metodo de Biseccion

6.Metodo de Falsa Posicion(cerrado)

7.Metodo Secante (Hibrido)

8.Volver

1

Metodo de tanteos

Ingrese el valor del salto: 1

Ingrese el valor del error: 1

Se encontro una raiz aproximada: 2.000000

El tiempo de ejecucion fue: 0.000000 segundos

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

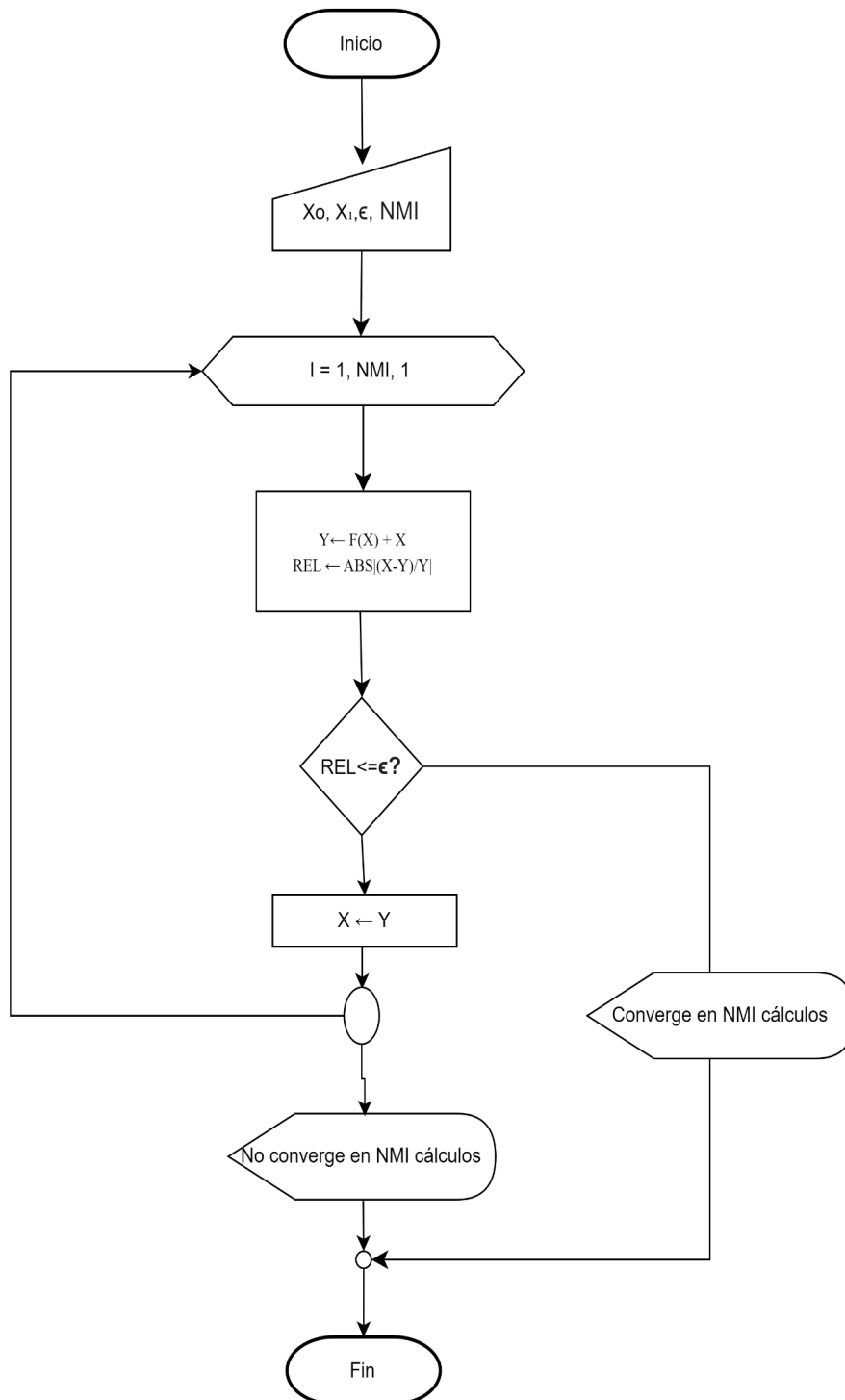
Método de Punto Fijo

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Punto Fijo

Descripción: El Método de Punto Fijo transforma una ecuación en una función iterativa que converge hacia una solución.

Utilidad: Se utiliza para resolver ecuaciones no lineales, pero requiere una buena elección de la función iterativa para converger.



Pseudocódigo del Método del Punto Fijo

Inicio

Leer X_0 , X_1 , ε , NMI

$I \leftarrow 1$

Repetir desde $I = 1$ hasta NMI con incremento de 1

$Y \leftarrow F(X_0) + X_0$

$REL \leftarrow ABS(X_0 - Y) / Y$

Si $REL \leq \varepsilon$ Entonces

Imprimir "Converge en ", I , " cálculos"

Terminar

FinSi

$X_0 \leftarrow Y$

FinRepetir

Imprimir "No converge en NMI cálculos"

Fin

Código:

```
double nmi, e,x,y,rel;

printf("Ingresa el valor de X:");

scanf("%lf", &x);

printf("Ingresa el valor del error:");

scanf("%lf", &e );

printf("Ingresa el numero de iteraciones:");

scanf("%lf", &nmi );

for(int i=0;i<=nmi;i++){

    printf("entro %lf \n", x);

    y=fun(x) + x;

    rel = (x-y)/y;

    if(rel<0)

        rel*=-1;

    printf("y= %lf \n rel= %lf", y, rel);

    if(rel<=e){

        printf("si converge en %lf iteraciones, y= %lf", nmi, y);

        return;

    }else{

        x=y;

    }

}

printf("No converge en %lf iteraciones", nmi);

return;
```

Prueba de escritorio:

Ingresa el valor de X:0.5

Ingresa el valor del error:0.001

Ingresa el numero de iteraciones:10

i = 0,10

$y \leftarrow \lfloor 0.500000 \rfloor^2 - 0.5 + (0.500000) = 0.250000$

$rel \leftarrow |(0.500000 - 0.250000)/0.250000| = 1.000000$

rel ≤ e? Falso

x ← y

i = 1,10

$y \leftarrow \lfloor 0.250000 \rfloor^2 - 0.5 + (0.250000) = -0.187500$

$rel \leftarrow |(0.250000 - -0.187500)/(-0.187500)| = 2.333333$

rel ≤ e? Falso

x ← y

i = 2,10

$y \leftarrow \lfloor 0.187500 \rfloor^2 - 0.5 + (-0.187500) = -0.652344$

$rel \leftarrow |(-0.187500 - -0.652344)/(-0.652344)| = 0.712575$

rel ≤ e? Falso

x ← y

i = 3,10

$y \leftarrow \lfloor 0.652344 \rfloor^2 - 0.5 + (-0.652344) = -0.726791$

$rel \leftarrow |(-0.652344 - -0.726791)/(-0.726791)| = 0.102433$

rel ≤ e? Falso

x ← y

i = 4,10

$y \leftarrow \lfloor 0.726791 \rfloor^2 - 0.5 + (-0.726791) = -0.698566$

$\text{rel} \leftarrow |(-0.726791 - -0.698566)/(-0.698566)| = 0.040405$

$\text{rel} \leq e$? Falso

$x \leftarrow y$

$i = 5, 10$

$y \leftarrow \lfloor 0.698566 \rfloor^2 - 0.5 + (-0.698566) = -0.710572$

$\text{rel} \leftarrow |(-0.698566 - -0.710572)/(-0.710572)| = 0.016896$

$\text{rel} \leq e$? Falso

$x \leftarrow y$

$i = 6, 10$

$y \leftarrow \lfloor 0.710572 \rfloor^2 - 0.5 + (-0.710572) = -0.705660$

$\text{rel} \leftarrow |(-0.710572 - -0.705660)/(-0.705660)| = 0.006961$

$\text{rel} \leq e$? Falso

$x \leftarrow y$

$i = 7, 10$

$y \leftarrow \lfloor 0.705660 \rfloor^2 - 0.5 + (-0.705660) = -0.707704$

$\text{rel} \leftarrow |(-0.705660 - -0.707704)/(-0.707704)| = 0.002889$

$\text{rel} \leq e$? Falso

$x \leftarrow y$

$i = 8, 10$

$y \leftarrow \lfloor 0.707704 \rfloor^2 - 0.5 + (-0.707704) = -0.706859$

$\text{rel} \leftarrow |(-0.707704 - -0.706859)/(-0.706859)| = 0.001196$

$\text{rel} \leq e$? Falso

$x \leftarrow y$

$i = 9, 10$

$y \leftarrow \left[(0.706859) \right]^2 - 0.5 + (-0.706859) = -0.707209$

$rel \leftarrow |(-0.706859 - -0.707209)/(-0.707209)| = 0.000495$

$rel \leq e$? Verdadero

si converge en 10 iteraciones, $y = -0.707209$

Ejecución:

```
Metodo de punto fijo
Ingresa el valor de X:0.5
Ingresa el valor del error:0.001
Ingresa el numero de iteraciones:10
entro 0.500000
y= 0.250000
rel= 1.000000
entro 0.250000
y= -0.187500
rel= 2.333333
entro -0.187500
y= -0.652344
rel= 0.712575
entro -0.652344
y= -0.726791
rel= 0.102433
entro -0.726791
y= -0.698566
rel= 0.040405
entro -0.698566
y= -0.710572
rel= 0.016896
entro -0.710572
y= -0.705660
rel= 0.006961
entro -0.705660
y= -0.707704
rel= 0.002889
entro -0.707704
y= -0.706859
rel= 0.001196
entro -0.706859
y= -0.707209
rel= 0.000495
Tiempo de ejecucion: 0.003000 segundos
Si converge en 10.000000 iteraciones, y= -0.707209
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

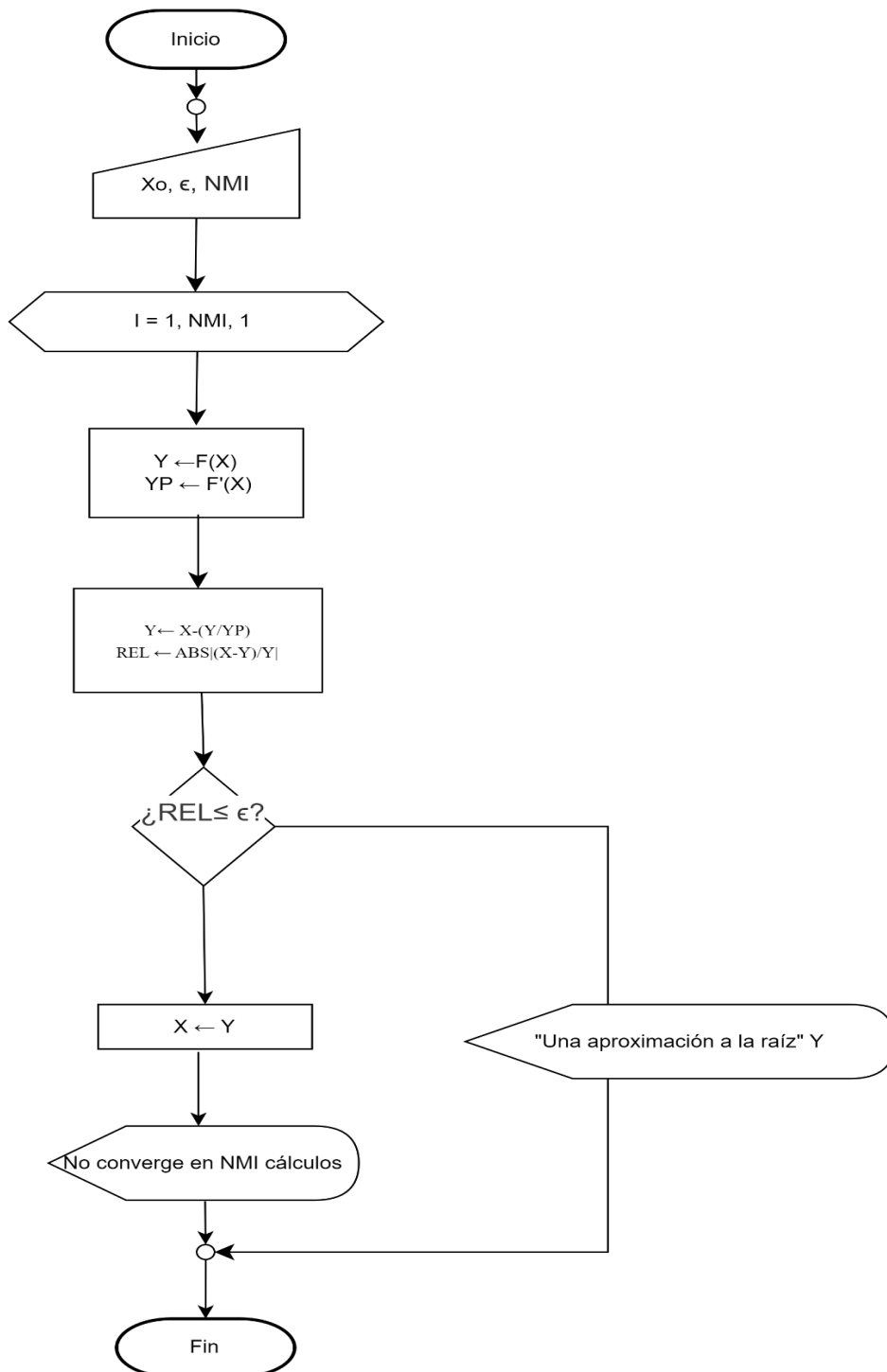
Método de Newton-Raphson

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Newton-Raphson

Descripción: El Método de Newton-Raphson es un método iterativo que usa la derivada de la función para encontrar raíces.

Utilidad: Es muy eficiente y converge rápidamente si se está cerca de la raíz, adecuado para problemas donde se requiere alta precisión.



Pseudocódigo del Método de Newton-Raphson

Inicio

Entrada:

- Función $f(x)$ para la cual queremos encontrar la raíz
- Valor inicial de tanteo x_0
- Tolerancia ε para la aproximación de la raíz
- Número máximo de iteraciones NMI

Proceso: Para i de 1 a NMI con paso 1:

- $y = f(x)$: Calcular el valor de $f(x)$
- $yp = f'(x)$: Calcular el valor de la derivada de $f(x)$
- $x = x - (y / yp)$: Actualizar x usando la fórmula de Newton-Raphson
- $REL = \text{abs}((x - y) / y)$: Calcular el error relativo
- Si $REL \leq \varepsilon$, detenerse y salir del bucle.

Salida:

- Si el algoritmo converge (es decir, $REL \leq \varepsilon$), imprimir el valor aproximado de la raíz.
- Si el algoritmo no converge dentro del número máximo de iteraciones, imprimir un mensaje indicando que no se encontró una solución.

Fin

Código:

```
int nmi;
double y, yp, rel, x, e;
printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x);
printf("Ingresa el valor del error: ");
scanf("%lf", &e);
printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%d", &nmi);
for(int i=0;i<=nmi;i++){
    //printf("x= %lf\n y= %lf\n rel=%lf\n", x, y, rel);
    y=fun(x);
    yp=fun2(x);
    y=x-(y/yp);
    rel = (y-x)/y;
    if(rel<0)
        rel*=-1;
    if(rel<=e){
        printf("Una aproximacion a la raiz %lf",y);
        return;
    }else{
        x=y;
    }
}
printf("No convcergue en %d calculos", nmi);
return;
```

Prueba de escritorio:

Ingresa el valor de X: 0

Ingresa el valor del error: 0.001

Ingresa el numero de iteraciones: 10

Iteracion 0:

Calculando $f(x)$:

$$f(x) = -3.000000$$

Calculando $f'(x)$:

$$f'(x) = 12.000000$$

Calculando el nuevo x:

$$x_{\text{new}} = x - f(x)/f'(x) = 0.000000 - (-3.000000/12.000000) = 0.250000$$

Calculando la relacion de convergencia:

$$\text{rel} = |(x_{\text{new}} - x)/x_{\text{new}}| = |(0.250000 - 0.000000)/0.250000| = 1.000000$$

Verificando si $\text{rel} \leq e$:

Falso

Actualizando x: $x \leftarrow x_{\text{new}}$

Iteracion 1:

Calculando $f(x)$:

$$f(x) = -0.531250$$

Calculando $f'(x)$:

$$f'(x) = 7.875000$$

Calculando el nuevo x:

$$x_{\text{new}} = x - f(x)/f'(x) = 0.250000 - (-0.531250/7.875000) = 0.317460$$

Calculando la relacion de convergencia:

$$\text{rel} = |(x_{\text{new}} - x)/x_{\text{new}}| = |(0.317460 - 0.250000)/0.317460| = 0.212500$$

Verificando si $\text{rel} \leq e$:

Falso

Actualizando x : $x \leftarrow x_{\text{new}}$

Iteracion 2:

Calculando $f(x)$:

$$f(x) = -0.033518$$

Calculando $f'(x)$:

$$f'(x) = 6.890401$$

Calculando el nuevo x :

$$x_{\text{new}} = x - f(x)/f'(x) = 0.317460 - (-0.033518/6.890401) = 0.322325$$

Calculando la relacion de convergencia:

$$\text{rel} = |(x_{\text{new}} - x)/x_{\text{new}}| = |(0.322325 - 0.317460)/0.322325| = 0.015092$$

Verificando si $\text{rel} \leq e$:

Falso

Actualizando x : $x \leftarrow x_{\text{new}}$

Iteracion 3:

Calculando $f(x)$:

$$f(x) = -0.000168$$

Calculando $f'(x)$:

$$f'(x) = 6.821514$$

Calculando el nuevo x :

$$x_{\text{new}} = x - f(x)/f'(x) = 0.322325 - (-0.000168/6.821514) = 0.322349$$

Calculando la relacion de convergencia:

$rel = |(x_{new} - x)/x_{new}| = |(0.322349 - 0.322325)/0.322349| = 0.000076$

Verificando si $rel \leq e$:

Verdadero

Una aproximacion a la raiz es 0.322349

Ejecución:

```
Raices de ecuaciones
Elige el metodo a usar
1.Metodo de tanteos
2.Metodo de punto fijo
3.Metodo de Newton-Raphson
4.Metodo de Newton 2do orden
5.Metodo de Biseccion
6.Metodo de Falsa Posicion(cerrado)
7.Metodo Secante (Hibrido)
8.Volver
3
Metodo de Newton-Raphson
Ingresa el valor de X: 0
Ingresa el valor del error: 0.001
Ingresa el numero de iteraciones: 10
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
Una aproximacion a la raiz 0.322349
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

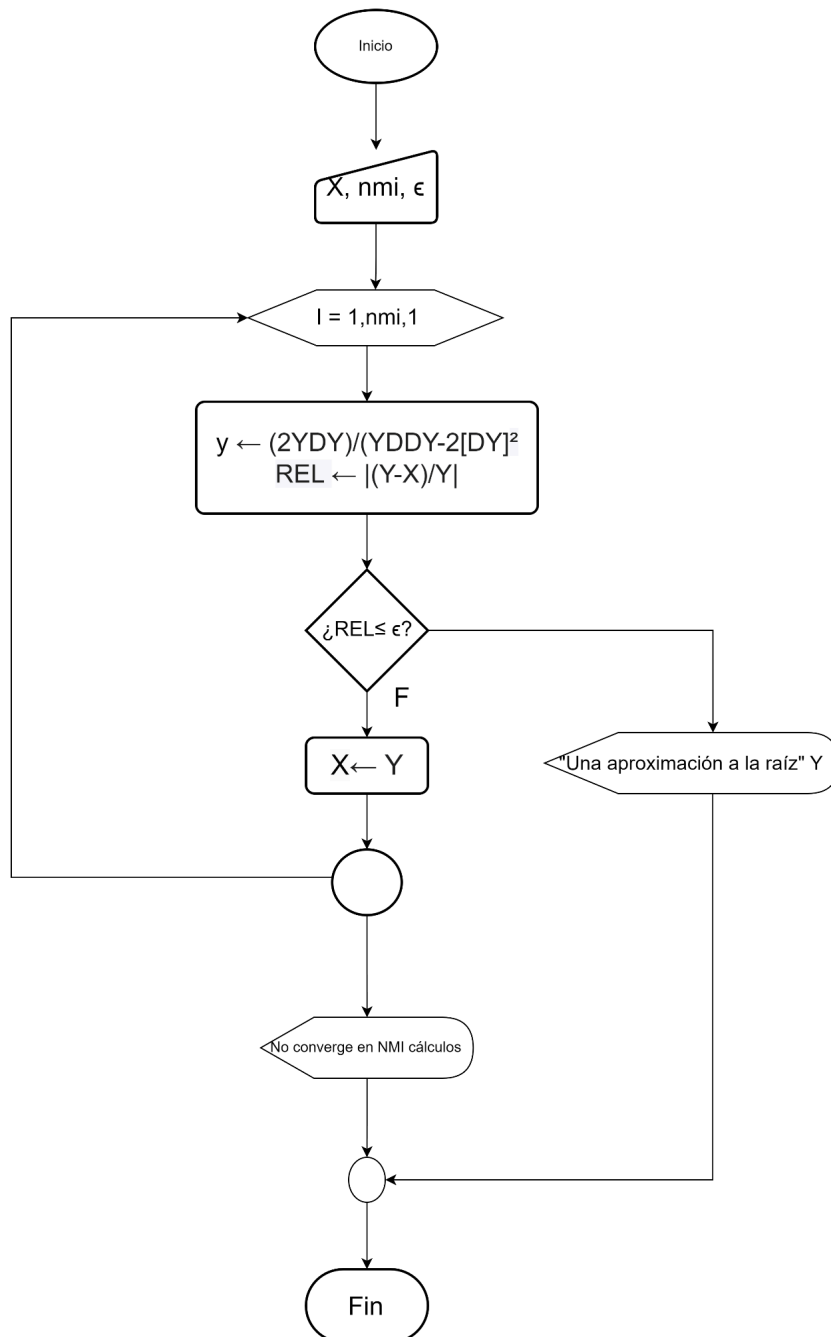
Método de Newton segundo orden

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Newton de Segundo Orden

Descripción: Una extensión del Método de Newton-Raphson que utiliza derivadas de segundo orden para mejorar la convergencia.

Utilidad: Ofrece mayor precisión y una convergencia más rápida en la solución de ecuaciones no lineales.



Pseudocodigo de newton segundo orden

Inicio

Entrada:

- Función $f(x)$ para la cual queremos encontrar la raíz
- Derivada $f'(x)$ de la función $f(x)$
- Valor inicial de tanteo x_0
- Tolerancia ϵ para la aproximación de la raíz
- Número máximo de iteraciones NMI

Proceso: Para i de 1 a NMI con paso 1:

- $y = f(x)$: Calcular el valor de $f(x)$
- $yp = f'(x)$: Calcular el valor de la derivada de $f(x)$
- $ypp = f''(x)$: Calcular el valor de la segunda derivada de $f(x)$
- $x = x - (y * yp) / (yp^2 - y * ypp)$: Actualizar x usando la fórmula de Newton-Raphson de segundo orden
- $REL = \text{abs}((x - y) / y)$: Calcular el error relativo
- Si $REL \leq \epsilon$, detenerse y salir del bucle.

Salida:

- Si el algoritmo converge (es decir, $REL \leq \epsilon$), imprimir el valor aproximado de la raíz.
- Si el algoritmo no converge dentro del número máximo de iteraciones, imprimir un mensaje indicando que no se encontró una solución.

Fin

Código:

```
int delta, nmi;

double e,x,y,yp,rel;

printf("Ingresa el valor del X: ");

scanf("%lf", &x);

printf("Ingresa el valor del error: ");

scanf("%lf", &e);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");

scanf("%d", &nmi);


for(int i=0;i<=nmi;i++){

    y= x - ( (fun(x)*fun2(x)) / ((fun2(x)*fun2(x))-(fun(x)*fun3(x)) ));

    rel=(y-x)/y;

    printf("x= %lf\n y= %lf\n rel=%lf\n", x, y, rel);

    if(rel<0)

        rel*=-1;

    if(rel<=e){

        printf("Una aproximacion a la raiz %lf",y);

        return;

    }else{

        x=y;

    }

}

printf("No convergue en %d iteraciones", nmi);

return;
```

Prueba de escritorio

Ingresa el valor de X: 0

Ingresa el valor del error: 0.001

Ingresa el numero de iteraciones: 10

Iteracion 0:

$x = 0.000000$

$f(x) = -3.000000$

$f'(x) = 12.000000$

$f''(x) = -18.000000$

Operacion de $y = x - ((f(x) * f'(x)) / ((f'(x) * f'(x)) - (f(x) * f''(x))))$:

$y = 0.400000$

$rel = 1.000000$

Iteracion 1:

$x = 0.400000$

$f(x) = 0.488000$

$f'(x) = 5.760000$

$f''(x) = -13.200000$

Operacion de $y = x - ((f(x) * f'(x)) / ((f'(x) * f'(x)) - (f(x) * f''(x))))$:

$y = 0.329053$

$rel = -0.215611$

Iteracion 2:

$x = 0.329053$

$f(x) = 0.045407$

$$f'(x) = 6.726707$$

$$f''(x) = -14.051369$$

$$\text{Operacion de } y = x - ((f(x) * f'(x)) / ((f'(x) * f'(x)) - (f(x) * f''(x)))):$$

$$y = 0.322396$$

$$\text{rel} = -0.020647$$

Iteracion 3:

$$x = 0.322396$$

$$f(x) = 0.000319$$

$$f'(x) = 6.820505$$

$$f''(x) = -14.131246$$

$$\text{Operacion de } y = x - ((f(x) * f'(x)) / ((f'(x) * f'(x)) - (f(x) * f''(x)))):$$

$$y = 0.322349$$

$$\text{rel} = -0.000145$$

Una aproximacion a la raiz: 0.322349

Ejecución:

```
Raices de ecuaciones
Elige el metodo a usar
1.Metodo de tanteos
2.Metodo de punto fijo
3.Metodo de Newton-Raphson
4.Metodo de Newton 2do orden
5.Metodo de Biseccion
6.Metodo de Falsa Posicion(cerrado)
7.Metodo Secante (Hibrido)
8.Volver
4
Metodo de Newton 2do orden
Ingresa el valor del X: 0
Ingresa el valor del error: 0.001
Ingresa el numero de iteraciones: 10
x= 0.000000
y= 0.400000
rel=1.000000
x= 0.400000
y= 0.329053
rel=-0.215611
x= 0.329053
y= 0.322396
rel=-0.020647
x= 0.322396
y= 0.322349
rel=-0.000145
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
Una aproximacion a la raiz 0.322349
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

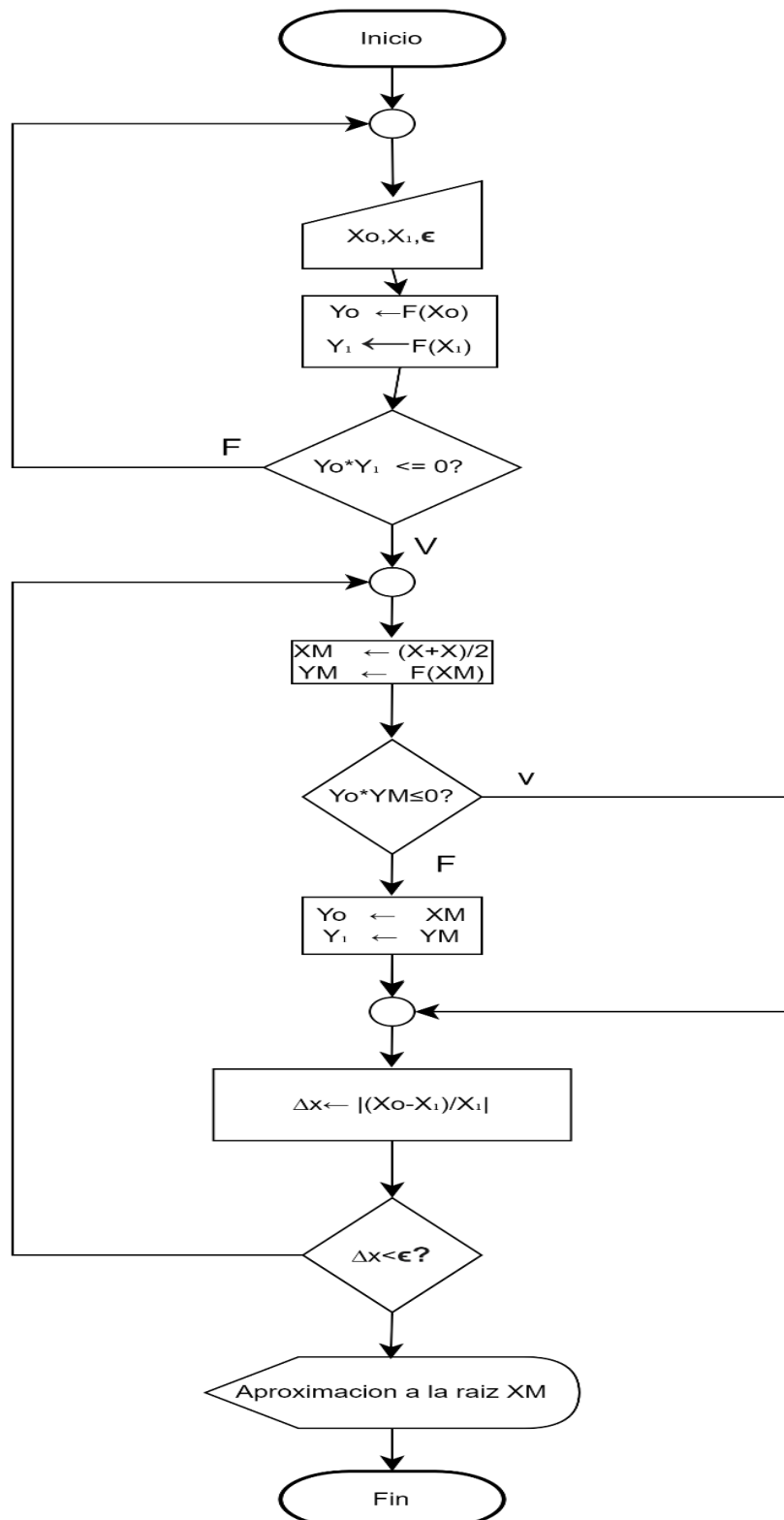
Método de Bisección

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Bisección

Descripción: El Método de Bisección es un método iterativo que divide el intervalo de búsqueda en dos y selecciona el subintervalo donde cambia el signo de la función.

Utilidad: Es robusto y garantiza la convergencia, aunque es más lento que otros métodos.



Pseudocódigo de bisección

Inicio

Leer x0

Leer x1

Leer e

$y_0 = \text{fun}(x_0)$

$y_1 = \text{fun}(x_1)$

Si $y_0 * y_1 \geq 0$:

Imprimir "Para que funcione, el producto de la multiplicación de x0 y x1 debe ser mayor a 0, cambiar los valores"

Llamar a la función bisección()

Sino:

i = 0

Repetir:

$x_m = (x_0 + x_1) / 2$

$y_m = \text{fun}(x_m)$

Si $y_0 * y_m < 0$:

$x_1 = x_m$

Sino:

$x_0 = x_m$

$y_0 = y_m$

$\text{delta} = (x_1 - x_0) / x_0$

Si $\text{delta} < 0$:

$\text{delta} *= -1$

Mientras $\text{delta} > e$

Imprimir "Un aproximado a la raíz es: ", x_m

Fin

Código:

```
double x0,x1,e,y0,y1,xm,ym,delta;

int i=0;

printf("Ingresa el valor de X0: ");

scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de X1: ");

scanf("%lf", &x1);

printf("Ingresa el valor del error: ");

scanf("%lf", &e);

y0=fun(x0);

y1=fun(x1);

if(y0*y1>=0){

    printf("Para que funcione, el producto de la multiplicacion de x0 y x1 debe ser mayor a 0, cambiar los valores\n");

    biseccion();

}else{

    do{

        xm = (x0+x1)/2;

        ym=fun(xm);

        if(y0*ym<0){

            x1=xm;

        }else{

            x0=xm;

            y0=ym;

        }

        delta= (x1-x0)/x0;

        if(delta<0)
```

```
        delta*=-1;

    }while(!delta<=e);

    printf("Un aproximado a la raiz es: %lf", xm);

}

return;
```


Prueba de escritorio

Ingresa el valor de X0: -1

Ingresa el valor de X1: 2

Ingresa el valor del error: 0.0001

Iteracion 0:

$x_0 = -1.000000$

$x_1 = 2.000000$

$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.500000$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 1.000000$

Cambiando $x_1 = x_m$

$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 1.500000$

Iteracion 1:

$x_0 = -1.000000$

$x_1 = 0.500000$

$x_m = (x_0 + x_1)/2 = -0.250000$

$y_m = \text{fun}(x_m) = -6.593750$

Cambiando $x_0 = x_m$

$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 3.000000$

Iteracion 2:

$x_0 = -0.250000$

$x_1 = 0.500000$

$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.125000$

$y_m = \text{fun}(x_m) = -1.636719$

Cambiando $x_0 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 3.000000$$

Iteracion 3:

$$x_0 = 0.125000$$

$$x_1 = 0.500000$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.312500$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = -0.067871$$

Cambiando $x_0 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.600000$$

Iteracion 4:

$$x_0 = 0.312500$$

$$x_1 = 0.500000$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.406250$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.523743$$

Cambiando $x_1 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.300000$$

Iteracion 5:

$$x_0 = 0.312500$$

$$x_1 = 0.406250$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.359375$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.242973$$

Cambiando $x_1 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.150000$$

Iteracion 6:

$$x_0 = 0.312500$$

$$x_1 = 0.359375$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.335938$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.091388$$

Cambiando $x_1 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.075000$$

Iteracion 7:

$$x_0 = 0.312500$$

$$x_1 = 0.335938$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.324219$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.012727$$

Cambiando $x_1 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.037500$$

Iteracion 8:

$$x_0 = 0.312500$$

$$x_1 = 0.324219$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.318359$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = -0.027329$$

Cambiando $x_0 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.018405$$

Iteracion 9:

$$x_0 = 0.318359$$

$$x_1 = 0.324219$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.321289$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = -0.007240$$

Cambiando $x_0 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.009119$$

Iteracion 10:

$$x_0 = 0.321289$$

$$x_1 = 0.324219$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.322754$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.002759$$

Cambiando $x_1 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.004559$$

Iteracion 11:

$$x_0 = 0.321289$$

$$x_1 = 0.322754$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.322021$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = -0.002237$$

Cambiando $x_0 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.002274$$

Iteracion 12:

$$x_0 = 0.322021$$

$$x_1 = 0.322754$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000262$$

Cambiando $x_1 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.001137$$

Iteracion 13:

$$x_0 = 0.322021$$

$$x_1 = 0.322388$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.322205$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = -0.000987$$

Cambiando $x_0 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.000568$$

Iteracion 14:

$$x_0 = 0.322205$$

$$x_1 = 0.322388$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.322296$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = -0.000363$$

Cambiando $x_0 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.000284$$

Iteracion 15:

$$x_0 = 0.322296$$

$$x_1 = 0.322388$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.322342$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = -0.000050$$

Cambiando $x_0 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.000142$$

Iteracion 16:

$$x_0 = 0.322342$$

$$x_1 = 0.322388$$

$$x_m = (x_0 + x_1)/2 = 0.322365$$

$$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000106$$

Cambiando $x_1 = x_m$

$$\text{delta} = (x_1 - x_0)/x_0 = 0.000071$$

Un aproximado a la raiz es: 0.322365

Ejecución:

```
x0 = 0.322021
x1 = 0.322388
xm = (x0 + x1)/2 = 0.322205
ym = fun(xm) = -0.000987
Cambiando x0 = xm
delta = (x1 - x0)/x0 = 0.000568
```

Iteracion 14:

```
x0 = 0.322205
x1 = 0.322388
xm = (x0 + x1)/2 = 0.322296
ym = fun(xm) = -0.000363
Cambiando x0 = xm
delta = (x1 - x0)/x0 = 0.000284
```

Iteracion 15:

```
x0 = 0.322296
x1 = 0.322388
xm = (x0 + x1)/2 = 0.322342
ym = fun(xm) = -0.000050
Cambiando x0 = xm
delta = (x1 - x0)/x0 = 0.000142
```

Iteracion 16:

```
x0 = 0.322342
x1 = 0.322388
xm = (x0 + x1)/2 = 0.322365
ym = fun(xm) = 0.000106
Cambiando x1 = xm
delta = (x1 - x0)/x0 = 0.000071
Tiempo de ejecucion: 0.013000 segundos
```

Un aproximado a la raiz es: 0.322365

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

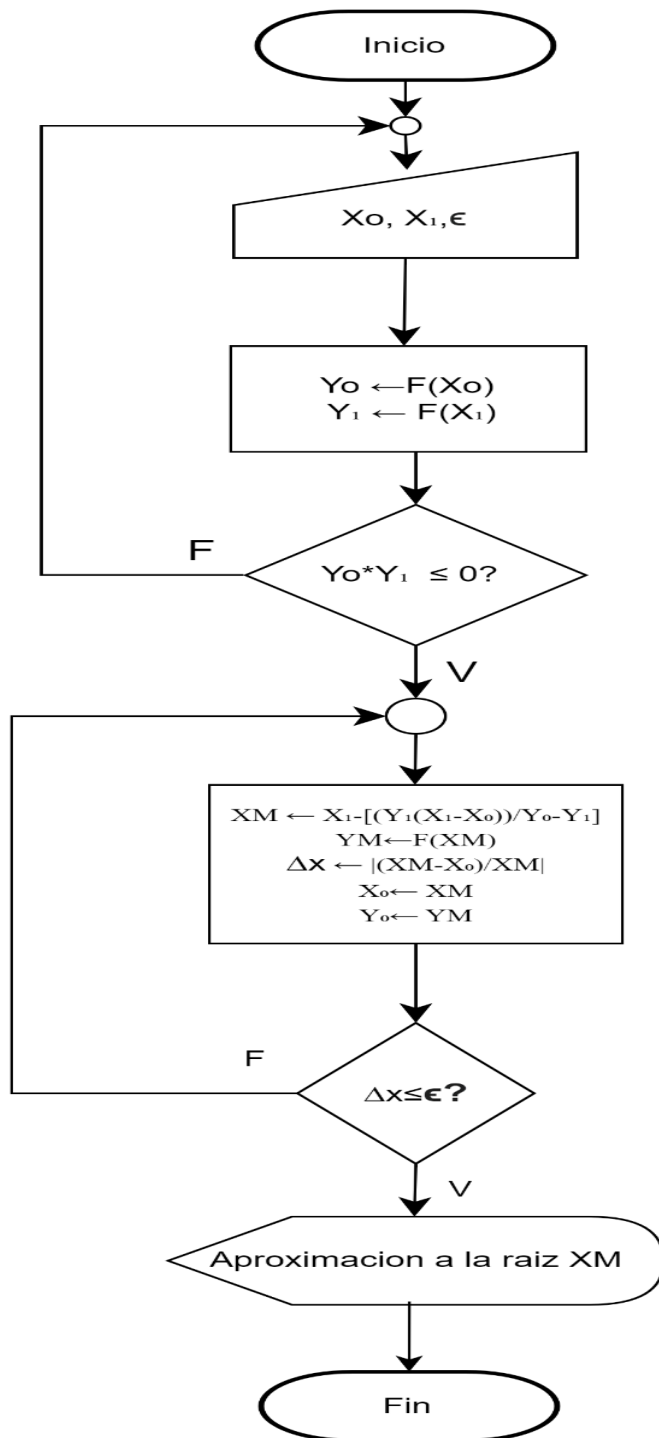
Método de Falsa Posición

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Falsa Posición

Descripción: El Método de Falsa Posición combina elementos del método de bisección y la interpolación lineal para encontrar raíces.

Utilidad: Ofrece una convergencia más rápida que el Método de Bisección en algunos casos, útil para encontrar raíces con mayor eficiencia.



Pseudocódigo método de falsa posición

Inicio

Leer X0

Leer X1

Leer e (valor del error)

$Y0 \leftarrow \text{fun}(X0)$

$Y1 \leftarrow \text{fun}(X1)$

Si $Y0 * Y1 \geq 0$ Entonces

Imprimir "Para que funcione, el producto de la multiplicación de X0 y X1 debe ser mayor a 0, cambiar los valores"

Llamar a falsa_pos() (recursivamente o reiniciar el proceso)

Sino

Repetir

$Y0 \leftarrow \text{fun}(X0)$

$Y1 \leftarrow \text{fun}(X1)$

$XM \leftarrow X1 - ((Y1 * (X1 - X0)) / (Y1 - Y0))$

$YM \leftarrow \text{fun}(XM)$

$\Delta \leftarrow (XM - X0) / XM$

Si $\Delta < 0$ Entonces

$\Delta \leftarrow -\Delta$

FinSi

Si $Y0 * YM < 0$ Entonces

$X1 \leftarrow XM$

$Y1 \leftarrow YM$

Sino

$X0 \leftarrow XM$

$Y0 \leftarrow YM$

FinSi

Hasta que $\Delta < e$

Imprimir "Un aproximado a la raíz es: ", XM

FinSi

Fin

Código:

```
double x0,x1,e,y0,y1,xm,ym,delta;
printf("Ingresa el valor de X0: ");
scanf("%lf", &x0);
printf("Ingresa el valor de X1: ");
scanf("%lf", &x1);
printf("Ingresa el valor del error: " );
scanf("%lf", &e);
y0=fun(x0);
y1=fun(x1);
if(y0*y1>=0){
    printf("Para que funcione, el producto de la multiplicacion de x0 y x1 debe ser
mayor a 0, cambiar los valores\n");
    falsa_pos();
}else{
    do{
        y0=fun(x0);
        y1=fun(x1);
        xm=x1-((y1*(x1-x0))/(y1-y0));
        ym=fun(xm);
        delta=(xm-x0)/xm;
        if(delta<0)
            delta*=-1;
        if (y0 * ym < 0) {
            x1 = xm;
            y1 = ym;
        } else {
            x0 = xm;
            y0 = ym;
        }
    }while(delta>=e);
    printf("Un aproximado a la raiz es: %lf", xm);
}
return;
```

Prueba de escritorio

Ingresa el valor de X0: .1

Ingresa el valor de X1: .6

Ingresa el valor del error: 0.01

Iteracion 0:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.600000$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.387805$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.416771$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.742138$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 1:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.387805$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.335761$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.090219$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.702169$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 2:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.335761$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.325009$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.018093$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.692316$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 3:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.325009$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322873$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.003572$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.690281$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 4:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322873$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0))/(y_1 - y_0)) = 0.322452$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000703$

$\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689877$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 5:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322452$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0))/(y_1 - y_0)) = 0.322370$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000138$

$\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689797$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 6:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322370$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0))/(y_1 - y_0)) = 0.322353$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000027$

$\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689781$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 7:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322353$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0))/(y_1 - y_0)) = 0.322350$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000005$

$\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 8:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322350$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0))/(y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000001$

$\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 9:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 10:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 11:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 12:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 13:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$
 $\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689778$
Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero
 $x_1 = x_m$
 $y_1 = y_m$

Iteracion 14:
 $x_0 = 0.100000$
 $x_1 = 0.322349$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0))/(y_1 - y_0)) = 0.322349$
 $y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$
 $\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689778$
Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero
 $x_1 = x_m$
 $y_1 = y_m$

Iteracion 15:
 $x_0 = 0.100000$
 $x_1 = 0.322349$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0))/(y_1 - y_0)) = 0.322349$
 $y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$
 $\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689778$
Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero
 $x_1 = x_m$
 $y_1 = y_m$

Iteracion 16:
 $x_0 = 0.100000$
 $x_1 = 0.322349$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0))/(y_1 - y_0)) = 0.322349$
 $y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$
 $\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689778$
Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero
 $x_1 = x_m$
 $y_1 = y_m$

Iteracion 17:
 $x_0 = 0.100000$
 $x_1 = 0.322349$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0))/(y_1 - y_0)) = 0.322349$
 $y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$
 $\text{delta} = (x_m - x_0)/x_m = 0.689778$
Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero
 $x_1 = x_m$
 $y_1 = y_m$

Iteracion 18:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 19:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 20:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 21:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$

$y_m = \text{fun}(x_m) = 0.000000$

$\text{delta} = (x_m - x_0) / x_m = 0.689778$

Condicion ($y_0 * y_m < 0$): Verdadero

$x_1 = x_m$

$y_1 = y_m$

Iteracion 22:

$x_0 = 0.100000$

$x_1 = 0.322349$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_1 - x_0)) / (y_1 - y_0)) = 0.322349$


```
ym = fun(xm)= 0.000000
delta =(xm - x0)/xm= 0.689778
Condicion (y0 * ym < 0): Falso
x0 = xm
y0=ym
```

Iteracion 23:

```
x0 = 0.322349
x1 = 0.322349
xm = x1 - ((y1 * (x1 - x0))/(y1 - y0))= 0.322349
ym = fun(xm)= 0.000000
delta =(xm - x0)/xm= 0.000000
Condicion (y0 * ym < 0): Falso
x0 = xm
y0=ym
```

Un aproximado a la raiz es: 0.322349

Ejecución:

```
Raices de ecuaciones
Elige el metodo a usar
1.Metodo de tanteos
2.Metodo de punto fijo
3.Metodo de Newton-Raphson
4.Metodo de Newton 2do orden
5.Metodo de Biseccion
6.Metodo de Falsa Posicion(cerrado)
7.Metodo Secante (Hibrido)
8.Volver
6
Metodo de Falsa Posicion(Cerrado)
Ingresa el valor de X0: .1
Ingresa el valor de X1: .6
Ingresa el valor del error: 0.01
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
Un aproximado a la raiz es: 0.322349
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

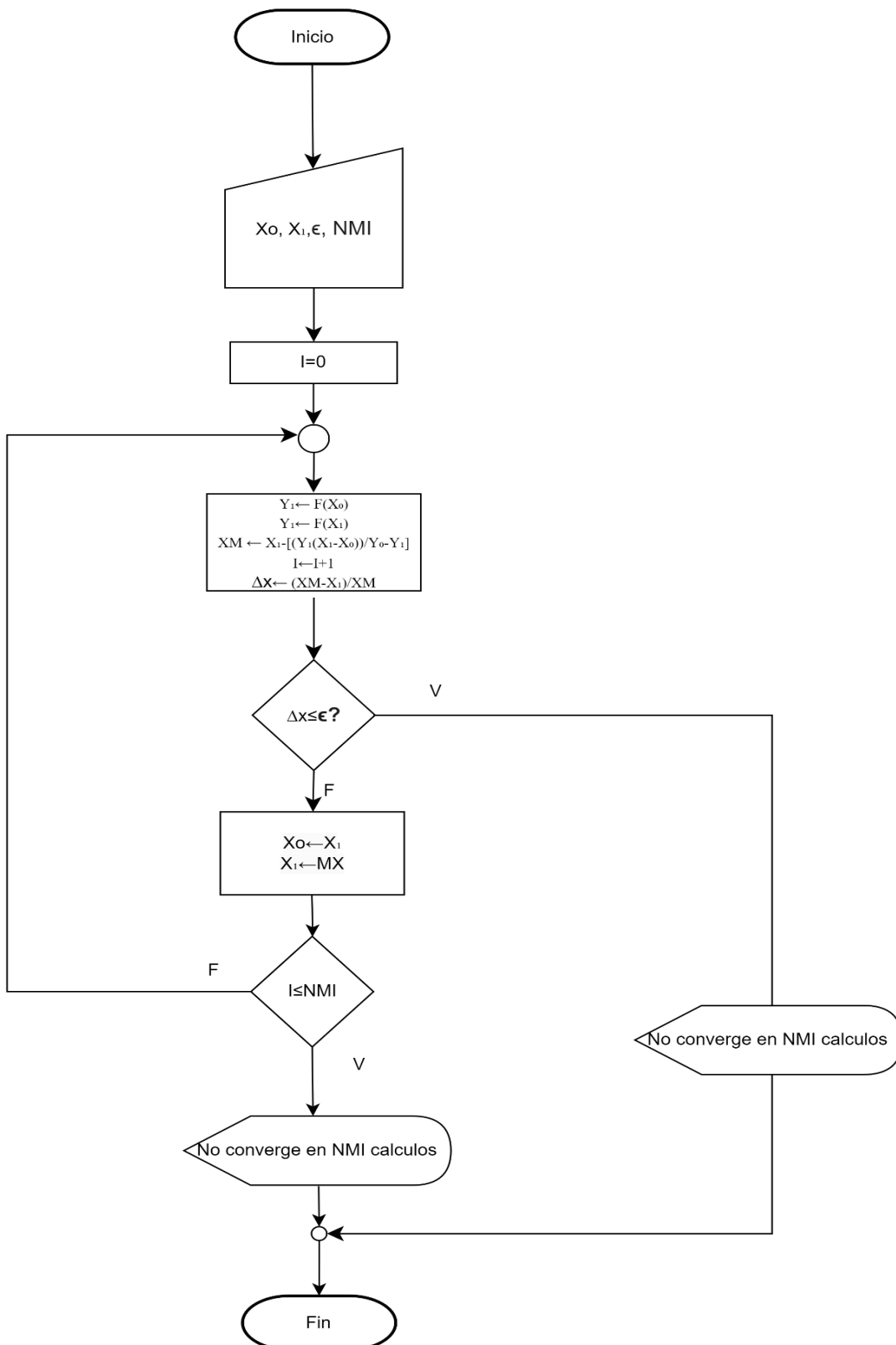
Método Secante(Híbrido)

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método Secante (Híbrido)

Descripción: El Método Secante es un método iterativo que no requiere la derivada de la función, usando una secante para aproximar la raíz.

Utilidad: Es útil cuando la derivada de la función no está disponible o es costosa de calcular, combinando elementos de métodos iterativos y directos.



Pseudocódigo del método secante

Inicio

Leer X_0 , X_1 , ε , NMI

$I \leftarrow 0$

Repetir

$Y_0 \leftarrow F(X_0)$

$Y_1 \leftarrow F(X_1)$

$X_M \leftarrow X_1 - (Y_1 * (X_1 - X_0) / (Y_1 - Y_0))$

$\Delta X \leftarrow (X_M - X_1) / X_M$

$I \leftarrow I + 1$

Si $\Delta X < 0$ Entonces

$\Delta X \leftarrow -\Delta X$

FinSi

Si $\Delta X \leq \varepsilon$ Entonces

Imprimir "Converge en ", I , " cálculos"

Terminar

FinSi

$X_0 \leftarrow X_1$

$X_1 \leftarrow X_M$

Si $I \geq \text{NMI}$ Entonces

Imprimir "No converge en NMI cálculos"

Terminar

FinSi

Hasta que $\Delta X \leq \varepsilon$ o $I \geq \text{NMI}$

Fin

Código:

```
double x0,x1,e,nmi,y0,y1,xm,delta;

printf("Ingresa el valor de X0: ");

scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de X1: ");

scanf("%lf", &x1);

printf("Ingresa el valor del error: ");

scanf("%lf", &e);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");

scanf("%lf", &nmi);

for(int i=0;i<=nmi;i++){

    y0=fun(x0);

    y1=fun(x1);

    xm=x1-((y1*(x0-x1))/(y0-y1));

    delta=(xm-x1)/xm;

    if(delta<0)

        delta*=-1;

    if(delta<=e){

        printf("Un aproximado a la raiz es: %lf", xm);

        return;

    }else{

        x0=x1;

        x1=xm;

    }

}

printf("No converge en %lf calculos", nmi);

return;
```

Prueba escritorio

Ingresa el valor de X0: -1

Ingresa el valor de X1: 2

Ingresa el valor del error: 0.001

Ingresa el numero de iteraciones: 100

Iteracion 0:

$x_0 = -1.000000$

$x_1 = 2.000000$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1)) / (y_0 - y_1)) = 1.888889$

$\text{delta} = (x_m - x_1) / x_m = 0.058824$

Iteracion 1:

$x_0 = 2.000000$

$x_1 = 1.888889$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1)) / (y_0 - y_1)) = 5.240000$

$\text{delta} = (x_m - x_1) / x_m = 0.639525$

Iteracion 2:

$x_0 = 1.888889$

$x_1 = 5.240000$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1)) / (y_0 - y_1)) = 1.854048$

$\text{delta} = (x_m - x_1) / x_m = 1.826248$

Iteracion 3:

$x_0 = 5.240000$

$x_1 = 1.854048$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1)) / (y_0 - y_1)) = 1.818041$

$\text{delta} = (x_m - x_1) / x_m = 0.019806$

Iteracion 4:

$x_0 = 1.854048$

$x_1 = 1.818041$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1)) / (y_0 - y_1)) = 3.141093$

$\text{delta} = (x_m - x_1) / x_m = 0.421208$

Iteracion 5:

$x_0 = 1.818041$

$x_1 = 3.141093$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1)) / (y_0 - y_1)) = 1.606201$

$\text{delta} = (x_m - x_1) / x_m = 0.955604$

Iteracion 6:

$x_0 = 3.141093$

$x_1 = 1.606201$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 1.290736$
 $\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.244407$

Iteracion 7:
 $x_0 = 1.606201$
 $x_1 = 1.290736$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 2.542607$
 $\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.492357$

Iteracion 8:
 $x_0 = 1.290736$
 $x_1 = 2.542607$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = -4.229331$
 $\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 1.601184$

Iteracion 9:
 $x_0 = 2.542607$
 $x_1 = -4.229331$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 2.502098$
 $\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 2.690314$

Iteracion 10:
 $x_0 = -4.229331$
 $x_1 = 2.502098$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 2.465346$
 $\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.014908$

Iteracion 11:
 $x_0 = 2.502098$
 $x_1 = 2.465346$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 2.035532$
 $\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.211156$

Iteracion 12:
 $x_0 = 2.465346$
 $x_1 = 2.035532$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 1.526290$
 $\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.333646$

Iteracion 13:
 $x_0 = 2.035532$
 $x_1 = 1.526290$
 $x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 3.154842$

$$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.516207$$

Iteracion 14:

$$x_0 = 1.526290$$

$$x_1 = 3.154842$$

$$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 1.167014$$

$$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 1.703345$$

Iteracion 15:

$$x_0 = 3.154842$$

$$x_1 = 1.167014$$

$$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 0.545176$$

$$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 1.140618$$

Iteracion 16:

$$x_0 = 1.167014$$

$$x_1 = 0.545176$$

$$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = -0.463469$$

$$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 2.176295$$

Iteracion 17:

$$x_0 = 0.545176$$

$$x_1 = -0.463469$$

$$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 0.444082$$

$$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 2.043657$$

Iteracion 18:

$$x_0 = -0.463469$$

$$x_1 = 0.444082$$

$$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 0.386144$$

$$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.150042$$

Iteracion 19:

$$x_0 = 0.444082$$

$$x_1 = 0.386144$$

$$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 0.313004$$

$$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.233669$$

Iteracion 20:

$$x_0 = 0.386144$$

$$x_1 = 0.313004$$

$$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 0.322993$$

$$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.030925$$

Iteracion 21:

$x_0 = 0.313004$

$x_1 = 0.322993$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 0.322355$

$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.001978$

Iteracion 22:

$x_0 = 0.322993$

$x_1 = 0.322355$

$x_m = x_1 - ((y_1 * (x_0 - x_1))/(y_0 - y_1)) = 0.322349$

$\text{delta} = (x_m - x_1)/x_m = 0.000019$

Un aproximado a la raiz es: 0.322349

Ejecución:

```
Raices de ecuaciones
Elige el metodo a usar
1.Metodo de tanteos
2.Metodo de punto fijo
3.Metodo de Newton-Raphson
4.Metodo de Newton 2do orden
5.Metodo de Biseccion
6.Metodo de Falsa Posicion(cerrado)
7.Metodo Secante (Hibrido)
8.Volver
7
Metodo Secante (Hibrido)
Ingresa el valor de X0: -1
Ingresa el valor de X1: 2
Ingresa el valor del error: 0.001
Ingresa el numero de iteraciones: 100
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
Un aproximado a la raiz es: 0.322349
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

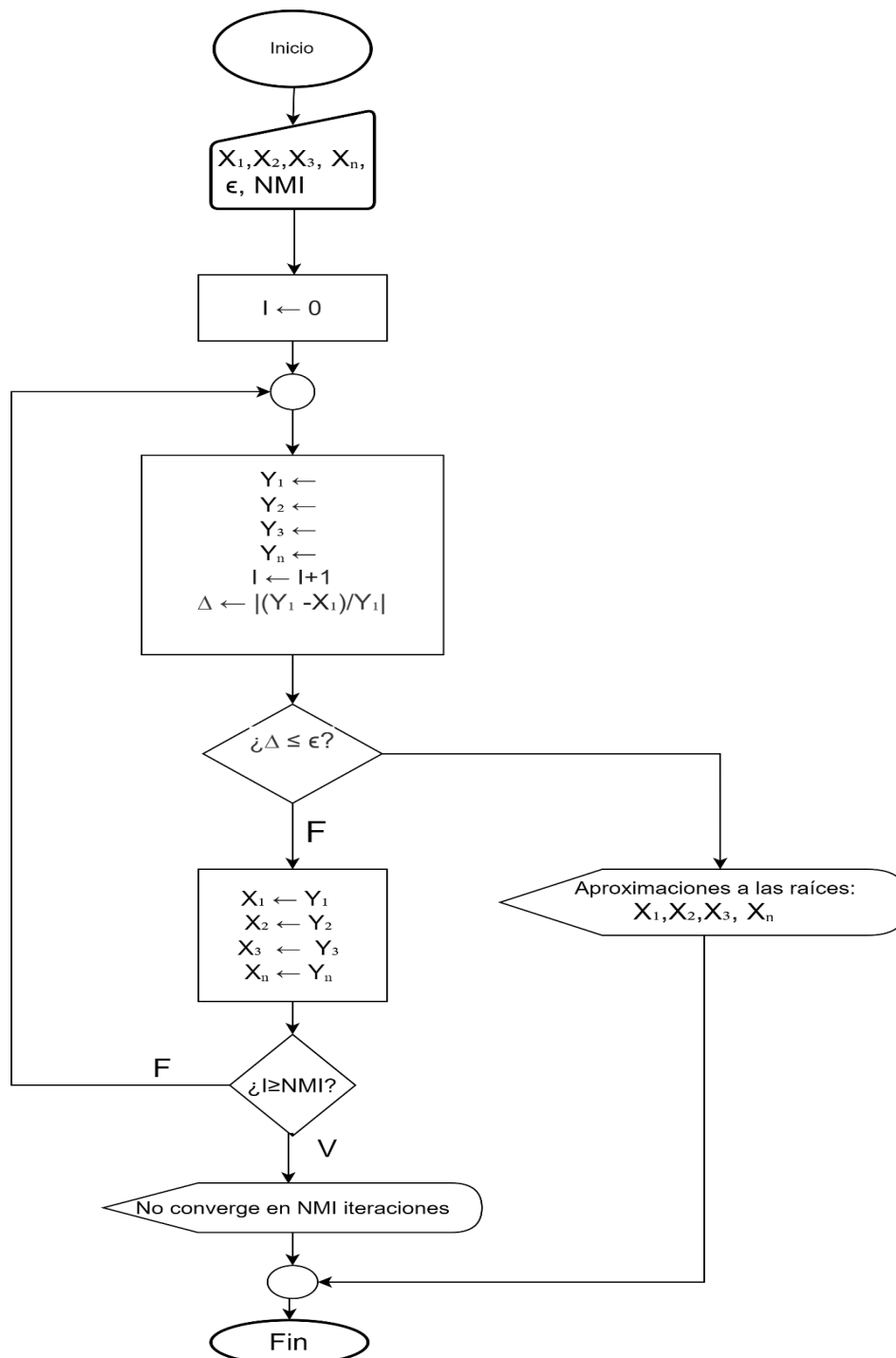
Algoritmo de Jacobi

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Jacobi

Descripción: El Algoritmo de Jacobi es un método iterativo para resolver sistemas de ecuaciones lineales, basado en la descomposición de la matriz.

Utilidad: Es útil para sistemas de ecuaciones grandes y dispersos donde los métodos directos son impracticables.



Pseudocódigo Jacobi

1. Inicio
2. Entrada:
 - X_1, X_2, X_3, X : Valores iniciales de las aproximaciones a las raíces
 - ϵ : Tolerancia de error
 - NMI: Número máximo de iteraciones
3. Proceso:
 - Calcular Y:
 $Y = (X_1 + X_2 + X_3) / 3$
 - Verificar si Y es la raíz:
Si $\text{abs}(X - Y) < \epsilon$:
 Salida: X_1, X_2, X_3, X son las aproximaciones a las raíces
 Fin del proceso
 - Actualizar las aproximaciones:
 $X_1 = (X_1 + Y) / 2$
 $X_2 = (X_2 + Y) / 2$
 $X_3 = (X_3 + Y) / 2$
 - Verificar si se ha alcanzado el número máximo de iteraciones:
Si $\text{NMI} == 0$:
 Salida: El algoritmo no converge en NMI iteraciones
 Fin del proceso
Si no:
 $\text{NMI} = \text{NMI} - 1$
 Ir al paso 1
4. Fin

Código:

```
double x1=0, x2=0, x3=0, nmi, delta1, delta2, delta3, e, i=0, y1, y2, y3;

printf("Ingresa el valor del error: ");

scanf("%lf", &e);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");

scanf("%lf", &nmi);

do {

y1 = (20 + x2 - x3) / 20;

y2 = (11 - 2 * x1 + x3) / 10;

y3 = (-18 - x1 - x2) / (-20);

delta1 = fabs((y1 - x1) / y1);
```

```
delta2 = fabs((y2 - x2) / y2);
```

```
delta3 = fabs((y3 - x3) / y3);
```

```
x1 = y1;
```

```
x2 = y2;
```

```
x3 = y3;
```

```
i++;
```

```
if (delta1 <= e && delta2 <= e && delta3 <= e) {
```

```
    printf("Aproximacion a las raices:\n y1 = %lf \n y2 = %lf \n y3 = %lf \n", y1, y2, y3);
```

```
    return;
```

```
}
```

```
} while (i < nmi);
```

```
    printf("No converge\n");
```

```
    return;
```

Prueba de escritorio

Ingresa el valor del error: 0.001

Ingresa el numero de iteraciones: 100

Iteracion 0.000000:

Operaciones:

$$y1 = (20 + x2 - x3)/20 = (20 + 0.000000 - 0.000000)/20 = 1.000000$$

$$y2 = (11 - 2 * x1 + x3)/10 = (11 - 2 * 0.000000 + 0.000000)/10 = 1.100000$$

$$y3 = (-18 - x1 - x2)/(-20) = (-18 - 0.000000 - 0.000000)/(-20) = 0.900000$$

$$\text{delta1} = |(y1 - x1)/y1| = |(1.000000 - 0.000000)/1.000000| = 1.000000$$

$$\text{delta2} = |(y2 - x2)/y2| = |(1.100000 - 0.000000)/1.100000| = 1.000000$$

$$\text{delta3} = |(y3 - x3)/y3| = |(0.900000 - 0.000000)/0.900000| = 1.000000$$

Iteracion 1.000000:

Operaciones:

$$y1 = (20 + x2 - x3)/20 = (20 + 1.100000 - 0.900000)/20 = 1.010000$$

$$y2 = (11 - 2 * x1 + x3)/10 = (11 - 2 * 1.000000 + 0.900000)/10 = 0.990000$$

$$y3 = (-18 - x1 - x2)/(-20) = (-18 - 1.000000 - 1.100000)/(-20) = 1.005000$$

$$\text{delta1} = |(y1 - x1)/y1| = |(1.010000 - 1.000000)/1.010000| = 0.009901$$

$$\text{delta2} = |(y2 - x2)/y2| = |(0.990000 - 1.100000)/0.990000| = 0.111111$$

$$\text{delta3} = |(y3 - x3)/y3| = |(1.005000 - 0.900000)/1.005000| = 0.104478$$

Iteracion 2.000000:

Operaciones:

$$y1 = (20 + x2 - x3)/20 = (20 + 0.990000 - 1.005000)/20 = 0.999250$$

$$y2 = (11 - 2 * x1 + x3)/10 = (11 - 2 * 1.010000 + 1.005000)/10 = 0.998500$$

$$y3 = (-18 - x1 - x2)/(-20) = (-18 - 1.010000 - 0.990000)/(-20) = 1.000000$$

$$\text{delta1} = |(y1 - x1)/y1| = |(0.999250 - 1.010000)/0.999250| = 0.010758$$

$$\text{delta2} = |(y2 - x2)/y2| = |(0.998500 - 0.990000)/0.998500| = 0.008513$$

$$\text{delta3} = |(y3 - x3)/y3| = |(1.000000 - 1.005000)/1.000000| = 0.005000$$

Iteracion 3.000000:

Operaciones:

$$y1 = (20 + x2 - x3)/20 = (20 + 0.998500 - 1.000000)/20 = 0.999925$$

$$y2 = (11 - 2 * x1 + x3)/10 = (11 - 2 * 0.999250 + 1.000000)/10 = 1.000150$$

$$y3 = (-18 - x1 - x2)/(-20) = (-18 - 0.999250 - 0.998500)/(-20) = 0.999888$$

$$\text{delta1} = |(y1 - x1)/y1| = |(0.999925 - 0.999250)/0.999925| = 0.000675$$

$$\text{delta2} = |(y2 - x2)/y2| = |(1.000150 - 0.998500)/1.000150| = 0.001650$$

$$\text{delta3} = |(y3 - x3)/y3| = |(0.999888 - 1.000000)/0.999888| = 0.000113$$

Iteracion 4.000000:

Operaciones:

$$y1 = (20 + x2 - x3)/20 = (20 + 1.000150 - 0.999888)/20 = 1.000013$$

$$y2 = (11 - 2 * x1 + x3)/10 = (11 - 2 * 0.999925 + 0.999888)/10 = 1.000004$$

$$y3 = (-18 - x1 - x2)/(-20) = (-18 - 0.999925 - 1.000150)/(-20) = 1.000004$$

$$\text{delta1} = |(y1 - x1)/y1| = |(1.000013 - 0.999925)/1.000013| = 0.000088$$

$$\text{delta2} = |(y2 - x2)/y2| = |(1.000004 - 1.000150)/1.000004| = 0.000146$$

$$\text{delta3} = |(y3 - x3)/y3| = |(1.000004 - 0.999888)/1.000004| = 0.000116$$

Aproximacion a las raices:

$$y1 = 1.000013$$

$$y2 = 1.000004$$

$$y3 = 1.000004$$

Ejecución:

```
Menu
Elige el tema que deseas ejecutar:
Temas:
1.Raices de ecuaciones.
2.Sistemas de Ecuaciones Lineales Algebraicas
3.Derivacion e integracion numerica.
4.Ecuaciones diferenciales ordinarias.
5.Salir
2
Sistemas de Ecuaciones Lineales Algebraicas
Elige el metodo a usar
1.Algoritmo de Jacobi
2.Algoritmo de Gauss Seidel
3.Volver al Menu
1
Algoritmo de Jacobi
Ingresa el valor del error: 0.001
Ingresa el numero de iteraciones: 100
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
Aproximacion a las raices:
y1 = 1.000013
y2 = 1.000004
y3 = 1.000004
```


Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

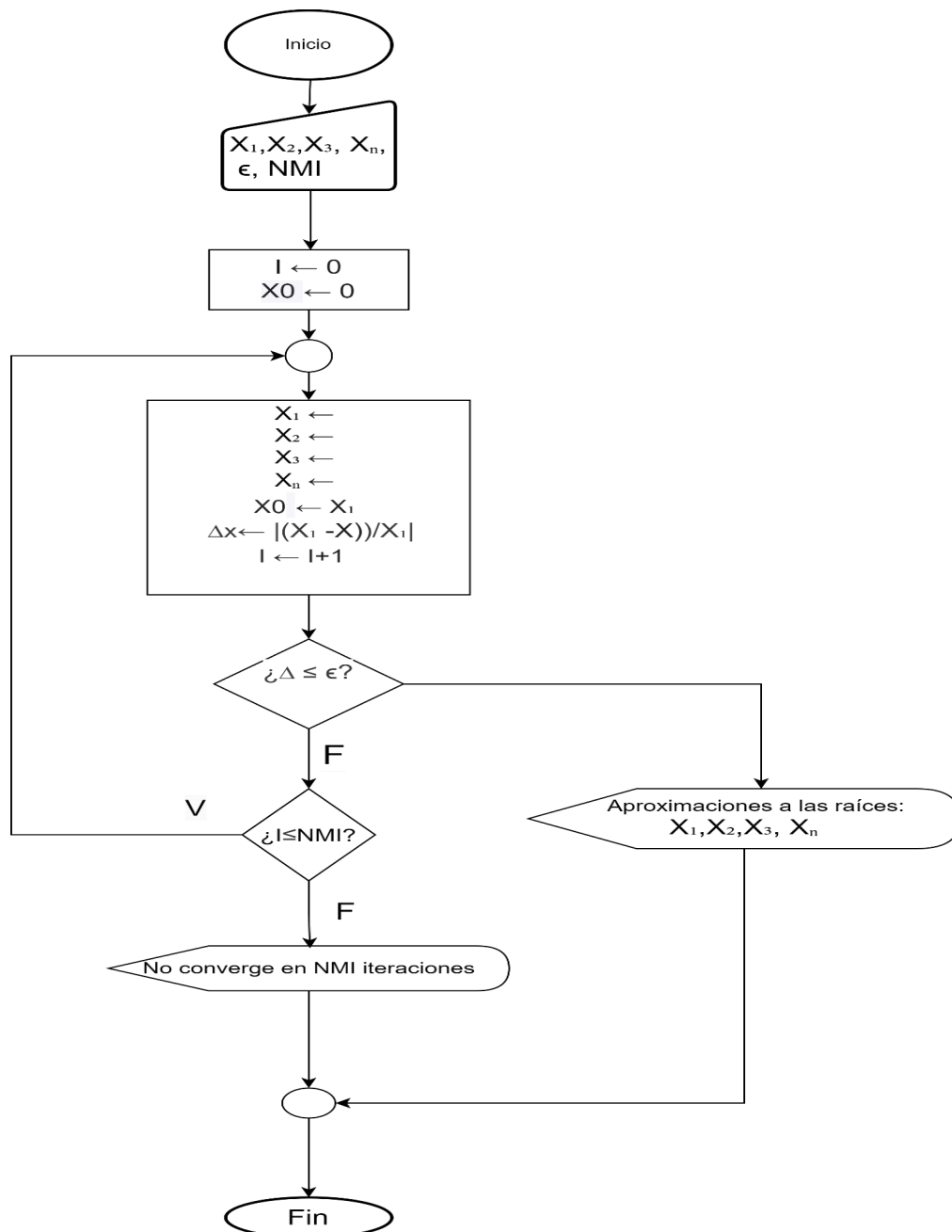
Algoritmo de Gauss-Seidel

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Gauss-Seidel

Descripción: El Algoritmo de Gauss-Seidel es una mejora del Método de Jacobi, que usa los valores más recientes en las iteraciones.

Utilidad: Converge más rápido que el Método de Jacobi y es útil para sistemas de ecuaciones grandes y dispersos.



Pseudo código Gauss-Seidel

Inicio

$x_1 \leftarrow 0$

$x_2 \leftarrow 0$

$x_3 \leftarrow 0$

$x_0 \leftarrow 0$

$i \leftarrow 0$

Leer e (valor del error)

Leer nmi (número de iteraciones)

Repetir

$x_1 \leftarrow (20 + x_2 - x_3) / 20$

$x_2 \leftarrow (11 - 2 * x_1 + x_3) / 10$

$x_3 \leftarrow (-18 - x_1 - x_2) / -20$

$\text{delta} \leftarrow (x_1 - x_0) / x_1$

Si $\text{delta} < 0$ Entonces

$\text{delta} \leftarrow -\text{delta}$

FinSi

$x_0 \leftarrow x_1$

$i \leftarrow i + 1$

Si $\text{delta} \leq e$ Entonces

Imprimir "Aproximación a las raíces:"

Imprimir " $x_1 =$ ", x_1

Imprimir " $x_2 =$ ", x_2

Imprimir " $x_3 =$ ", x_3

Terminar

FinSi

Hasta que $i \geq \text{nmi}$

Imprimir "No converge"

Terminar

Fin

Código:

```
double x1=0, x2=0, x3=0, nmi, delta, e, i=0, x0=0;
printf("Ingresa el valor del error: ");
scanf("%lf", &e);
printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%lf", &nmi);
do{
    x1=(20+x2-x3)/20;
    x2=(11-2*x1+x3)/10;
    x3=(-18-x1-x2)/(-20);
    delta=(x1-x0)/x1;
    if(delta<0)
        delta*=-1;
    x0=x1;
    i++;
    if (delta<=e){
        printf("Aproximacion a las raices:\n x1 = %lf \n x2 = %lf \n x3 = %lf \n",
x1, x2, x3);
        return;
    }

}while(i<nmi);
printf("No converge\n");
return;
```

Prueba de escritorio

Ingresa el valor del error: 0.001

Ingresa el numero de iteraciones: 100

Iteracion 0.000000:

$$x1 = (20 + x2 - x3)/20 = (20 + 0.900000 - 0.995000)/20 = 1.000000$$

$$x2 = (11 - 2 * x1 + x3)/10 = (11 - 2 * 1.000000 + 0.995000)/10 = 0.900000$$

$$x3 = (-18 - x1 - x2)/(-20) = (-18 - 1.000000 - 0.900000)/(-20) = 0.995000$$

$$\text{delta} = (x1 - x0)/x1 = (1.000000 - 0.000000)/1.000000 = 1.000000$$

Iteracion 1.000000:

$$x1 = (20 + x2 - x3)/20 = (20 + 1.000450 - 0.999785)/20 = 0.995250$$

$$x2 = (11 - 2 * x1 + x3)/10 = (11 - 2 * 0.995250 + 0.999785)/10 = 1.000450$$

$$x3 = (-18 - x1 - x2)/(-20) = (-18 - 0.995250 - 1.000450)/(-20) = 0.999785$$

$$\text{delta} = (x1 - x0)/x1 = (0.995250 - 1.000000)/0.995250 = 0.004773$$

Iteracion 2.000000:

$$x1 = (20 + x2 - x3)/20 = (20 + 0.999972 - 1.000000)/20 = 1.000033$$

$$x2 = (11 - 2 * x1 + x3)/10 = (11 - 2 * 1.000033 + 1.000000)/10 = 0.999972$$

$$x3 = (-18 - x1 - x2)/(-20) = (-18 - 1.000033 - 0.999972)/(-20) = 1.000000$$

$$\text{delta} = (x1 - x0)/x1 = (1.000033 - 0.995250)/1.000033 = 0.004783$$

Iteracion 3.000000:

$$x1 = (20 + x2 - x3)/20 = (20 + 1.000000 - 1.000000)/20 = 0.999999$$

$$x2 = (11 - 2 * x1 + x3)/10 = (11 - 2 * 0.999999 + 1.000000)/10 = 1.000000$$

$$x3 = (-18 - x1 - x2)/(-20) = (-18 - 0.999999 - 1.000000)/(-20) = 1.000000$$

$$\text{delta} = (x1 - x0)/x1 = (0.999999 - 1.000033)/0.999999 = 0.000035$$

Aproximación a las raíces:

$$x1 = 0.999999$$

$$x2 = 1.000000$$

$$x3 = 1.000000$$

Ejecución:

```
Sistemas de Ecuaciones Lineales Algebraicas
Elige el metodo a usar
1.Algoritmo de Jacobi
2.Algoritmo de Gauss Seidel
3.Volver al Menu
2
Algoritmo de Gauss Seidel
Ingresa el valor del error: 0.001
Ingresa el numero de iteraciones: 100
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
Aproximacion a las raices:
x1 = 0.999999
x2 = 1.000000
x3 = 1.000000
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Diferenciación numérica

Primer derivada baja precisión

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Diferenciación numérica primer derivada baja precisión

Descripción: La diferenciación numérica de primera derivada con baja precisión es una técnica que utiliza diferencias finitas hacia adelante para aproximar la primera derivada de una función en un punto dado. Se calcula la pendiente de la función entre dos puntos muy cercanos, lo que proporciona una estimación de la tasa de cambio en ese punto.

Utilidad: Esta técnica es útil cuando se necesita una estimación rápida de la pendiente de una función en un punto específico y no se dispone de una expresión analítica para la derivada. Aunque su precisión puede ser limitada, es práctica en situaciones donde la simplicidad y la rapidez son prioritarias, especialmente en contextos de cálculo numérico o en problemas donde la función es compleja y el cálculo analítico resulta difícil.

Funcion:

$$f'(x) = (f(x_{i+1}) - f(x_{i-1})) / (2 * h)$$

Código:

```
double h, x, x1, x2, res;

printf("Ingresa el valor de X: ");

scanf("%lf", &x); /

printf("Ingresa el valor de h (salto): ");

scanf("%lf", &h);

if (h == 0) {

    printf("El valor de h no puede ser cero.\n");

    return;

}

x1 = x + h;

x2 = x - h;

res = (funDev(x1) - funDev(x2)) / (2 * h); // Cambio de funcion por funDev

printf("El resultado de la aproximacion de la derivada es: %lf\n", res)
```

Prueba de escritorio

Ingresa el valor de X: 2

Ingresa el valor de h (salto): .2

Puntos:

$$x_1 = x + h = 2.000000 + 0.200000 = 2.200000$$

$$x_2 = x - h = 2.000000 - 0.200000 = 1.800000$$

El resultado de la aproximacion de la derivada es: -5.280527

Ejecución:

```
Elige el metodo a usar
1.Derivar
2.integrar
3.Volver
1
Derivadas
1.Primera derivada
2.Segunda Derivada
3.Tercera derivada
4.Cuarta derivada
5.Volver
1
Primera Derivada
Elige la presicion de la primera derivada
1.Baja Presicion
2.Alta Presicion
3.Volver
1
Primera derivada Baja Presicion
Ingresa el valor de X: 2
Ingresa el valor de h (salto): .2
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la aproximacion de la derivada es: -5.280527
```


Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Diferenciación numérica

Primera derivada alta precisión

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Diferenciación numérica primer derivada alta precisión

Descripción: La diferenciación numérica de primer derivada con alta precisión utiliza diferencias finitas centradas para aproximar la primera derivada de una función en un punto dado.

Utilidad: Es crucial para obtener estimaciones altamente precisas de la pendiente de una función en un punto específico cuando no se dispone de una expresión analítica para la derivada.

Funcion:

$$f'(x) = (-f(x_{i+2}) + 8f(x_{i+1}) - 8f(x_{i-1}) + f(x_{i-2}))/12h$$

Código:

```
double h, x, res;

printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x);
printf("Ingresa el valor de h (salto): ");
scanf("%lf", &h);

if (h == 0) {
    printf("El valor de h no puede ser cero.\n");
    return;
}

double x1 = x - (2 * h);
double x2 = x - h;
double x3 = x;
double x4 = x + h;
double x5 = x + (2 * h);

printf("\tValores de X\n");
printf("Xi-2= %lf\n  Xi-1= %lf\n  Xi= %lf\n  Xi+1= %lf\n  Xi+2= %lf\n\n", x1, x2, x3, x4,
x5);

double a = funDev(x1);
double b = funDev(x2);
double c = funDev(x3);
double d = funDev(x4);
double e = funDev(x5);

printf("\tValores f(x)\n");
```

```
printf("f(Xi-2) = %lf\n f(Xi-1)=%lf\n f(Xi)=%lf\n f(Xi+1)=%lf\n f(Xi+2)=%lf\n\n", a, b, c, d, e);
```

```
res = ((-1 * funDev(x5)) + 8 * funDev(x4) - 8 * funDev(x2) + funDev(x1)) / (12 * h);
```

```
printf("El resultado de la aproximacion de la derivada es: %lf\n", res);
```

Prueba de escritorio

Ingresa el valor de X: 2

Ingresa el valor de h (salto): .2

Valores de X

Xi-2= 1.600000

Xi-1= 1.800000

Xi= 2.000000

Xi+1= 2.200000

Xi+2= 2.400000

Valores f(x)

f(Xi-2) = -0.074751

f(Xi-1) = -0.736135

f(Xi) = -1.664587

f(Xi+1) = -2.848345

f(Xi+2) = -4.247388

El resultado de la aproximación de la derivada es: -5.302103

Ejecución:

```
Primera derivada Alta Presicion
Ingresa el valor de X: 2
Ingresa el valor de h (salto): .2
    Valores de X
Xi-2= 1.600000
    Xi-1= 1.800000
    Xi= 2.000000
    Xi+1= 2.200000
    Xi+2= 2.400000

    Valores f(x)
f(Xi-2) = -0.074751
f(Xi-1)=-0.736135
f(Xi)=-1.664587
f(Xi+1)=-2.848345
f(Xi+2)=-4.247388

Tiempo de ejecucion: 0.001000 segundos
El resultado de la aproximacion de la derivada es: -5.302103
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Diferenciación numérica

Segunda derivada alta precisión

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Diferenciación numérica segunda derivada alta precisión

Descripción: La **diferenciación numérica de segunda derivada con alta precisión** emplea diferencias finitas centradas para calcular la segunda derivada de una función en un punto dado.

Utilidad: Es esencial para obtener estimaciones altamente precisas de la concavidad de una función en un punto específico cuando no se tiene acceso a una expresión analítica para la segunda derivada.

Funcion:

$$f''(x_i) = (-f(x_{i+2}) + 16f(x_{i+1}) - 30f(x_i) + 16f(x_{i-1}) - f(x_{i-2}))/12h^2$$

Código:

```
double h, x, res;

printf("Ingresa el valor de X: ");

scanf("%lf", &x);

printf("Ingresa el valor de h (salto): ");

scanf("%lf", &h);

if (h == 0) {

    printf("El valor de h no puede ser cero.\n");

    return;

}

double x1 = x - (2 * h);

double x2 = x - h;

double x3 = x;

double x4 = x + h;

double x5 = x + (2 * h);
```

```
res = (-funDev(x5) + 16 * funDev(x4) - 30 * funDev(x3) + 16 * funDev(x2) - funDev(x1)) /  
(12 * h * h);
```

```
printf("El resultado de la aproximación de la segunda derivada es: %lf\n", res);
```

Prueba de escritorio

Ingresa el valor de X: 2

Ingresa el valor de h (salto): .2

Valores de X

$X_{i-2} = 1.600000$

$X_{i-1} = 1.800000$

$X_i = 2.000000$

$X_{i+1} = 2.200000$

$X_{i+2} = 2.400000$

Valores f(x)

$f(X_{i-2}) = -0.074751$

$f(X_{i-1}) = -0.736135$

$f(X_i) = -1.664587$

$f(X_{i+1}) = -2.848345$

$f(X_{i+2}) = -4.247388$

El resultado de la aproximacion de la segunda derivada es: -6.441509

Ejecución:

```
Derivadas
1.Primer derivada
2.Segunda Derivada
3.Tercera derivada
4.Cuarta derivada
5.Volver
2
Segunda Derivada
Ingresa el valor de X: 2
Ingresa el valor de h (salto): .2
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la aproximaci|n de la segunda derivada es: -6.441509
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Diferenciación numérica

Tercera derivada alta precisión

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Diferenciación numérica de tercera derivada con alta precisión

Descripción: La diferenciación numérica de tercera derivada con alta precisión utiliza técnicas de diferenciación numérica para calcular la tercera derivada de una función en un punto determinado.

Utilidad: Esta técnica es fundamental para obtener estimaciones altamente precisas de la tasa de cambio de la tasa de cambio de una función en un punto específico, especialmente en contextos donde la exactitud es crítica y no se dispone de una expresión analítica para la tercera derivada.

Funcion:

$$f'''(x_i) = (-f(x_{i+3}) + 8f(x_{i+2}) - 13f(x_{i+1}) + 13f(x_{i-1}) - 8f(x_{i-2}) + f(x_{i-3}))/8h^3$$

Código:

```
double h, x, res;

printf("Ingresa el valor de X: ");

scanf("%lf", &x);

printf("Ingresa el valor de h (salto): ");

scanf("%lf", &h);

if (h == 0) {

    printf("El valor de h no puede ser cero.\n");

    return;

}

double x1 = x - (3 * h);

double x2 = x - (2 * h);

double x3 = x - h;

double x4 = x;

double x5 = x + h;

double x6 = x + (2 * h);
```

```
double x7 = x + (3 * h);

res = -(funDev(x7)) + 8 * (funDev(x6)) - 13 * (funDev(x5)) + 13 * (funDev(x3)) - 8 *
(funDev(x2)) + funDev(x1)) / (8 * (h * h * h));

printf("El resultado de la aproximacion de la tercera derivada es: %lf\n", res);
```

Prueba de escritorio

Ingresar el valor de X: 2

Ingresar el valor de h (salto): .2

Valores de X

```
Xi-3 = x - 3h = 2.000000 - 3*0.200000 = 1.400000
Xi-2 = x - 2h = 2.000000 - 2*0.200000 = 1.600000
Xi-1 = x - h = 2.000000 - 0.200000 = 1.800000
Xi = 2.000000
Xi+1 = x + h = 2.000000 + 0.200000 = 2.200000
Xi+2 = x + 2h = 2.000000 + 2*0.200000 = 2.400000
Xi+3 = x + 3h = 2.000000 + 3*0.200000 = 2.600000
```

Valores f(x)

```
f(Xi-3) = funDev(1.400000) = 0.333136
f(Xi-2) = funDev(1.600000) = -0.074751
f(Xi-1) = funDev(1.800000) = -0.736135
f(Xi) = funDev(2.000000) = -1.664587
f(Xi+1) = funDev(2.200000) = -2.848345
f(Xi+2) = funDev(2.400000) = -4.247388
f(Xi+3) = funDev(2.600000) = -5.792568
```

Cálculo de la tercera derivada:

```
res = (-f(Xi+3) + 8*f(Xi+2) - 13*f(Xi+1) + 13*f(Xi-1) - 8*f(Xi-2) + f(Xi-3)) / (8 * h^3)
res = (-(-5.792568) + 8*-4.247388 - 13*-2.848345 + 13*-0.736135 - 8*-0.074751 + 0.333136)
/ (8 * (0.200000)^3)
res = (-5.792568 + -33.979102 - -37.028490 + -9.569752 - -0.598006 + 0.333136) /
0.064000
res = 3.177273
El resultado de la aproximacion de la tercera derivada es: 3.177273
```

Ejecución:

```
Derivadas
1.Primer derivada
2.Segunda Derivada
3.Tercera derivada
4.Cuarta derivada
5.Volver
3
Tercera Derivada
Ingresa el valor de X: 2
Ingresa el valor de h (salto): .2
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la aproximacion de la tercera derivada es: 3.177273
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Diferenciación numérica

Cuarta derivada alta precisión

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Diferenciación numérica cuarta derivada alta precisión

Descripción: La diferenciación numérica de cuarta derivada con alta precisión** emplea métodos numéricos para calcular la cuarta derivada de una función en un punto específico.

Utilidad: Es esencial para obtener estimaciones altamente precisas de la tasa de cambio de la tasa de cambio de la tasa de cambio de una función en un punto dado, particularmente cuando la exactitud es crucial y no se tiene acceso a una expresión analítica para la cuarta derivada.

Funcion:

$$f''''(x_i) = (-f(x_{i+3}) + 12f(x_{i+2}) - 39f(x_{i+1}) + 56f(x_i) - 39f(x_{i-1}) - 12f(x_{i-2}) - f(x_{i-3}))/6h^4$$

Código:

```
double h, x, res;
```

```
printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x);
printf("Ingresa el valor de h (salto): ");
scanf("%lf", &h);
```

```
if (h == 0) {
    printf("El valor de h no puede ser cero.\n");
    return;
}
```

```
double x1 = x - (3 * h);
double x2 = x - (2 * h);
double x3 = x - h;
double x4 = x;
double x5 = x + h;
double x6 = x + (2 * h);
double x7 = x + (3 * h);
res = -(funDev(x7)) + 12 * (funDev(x6)) - 39 * (funDev(x5)) + 56 * funDev(x4) - 39 *
(funDev(x3)) + 12 * (funDev(x2)) - funDev(x1)) / (6 * (h * h * h * h));
```

```
printf("El resultado de la aproximacion de la cuarta derivada es: %lf\n", res);
```

Prueba de escritorio

Ingresa el valor de X: 2

Ingresa el valor de h (salto): .2

Valores de X

$$X_{i-3} = x - 3h = 2.000000 - 3 \cdot 0.200000 = 1.400000$$

$$X_{i-2} = x - 2h = 2.000000 - 2 \cdot 0.200000 = 1.600000$$

$$X_{i-1} = x - h = 2.000000 - 0.200000 = 1.800000$$

$$X_i = 2.000000$$

$$X_{i+1} = x + h = 2.000000 + 0.200000 = 2.200000$$

$$X_{i+2} = x + 2h = 2.000000 + 2 \cdot 0.200000 = 2.400000$$

$$X_{i+3} = x + 3h = 2.000000 + 3 \cdot 0.200000 = 2.600000$$

Valores f(x)

$$f(X_{i-3}) = \text{funDev}(1.400000) = 0.333136$$

$$f(X_{i-2}) = \text{funDev}(1.600000) = -0.074751$$

$$f(X_{i-1}) = \text{funDev}(1.800000) = -0.736135$$

$$f(X_i) = \text{funDev}(2.000000) = -1.664587$$

$$f(X_{i+1}) = \text{funDev}(2.200000) = -2.848345$$

$$f(X_{i+2}) = \text{funDev}(2.400000) = -4.247388$$

$$f(X_{i+3}) = \text{funDev}(2.600000) = -5.792568$$

Calculo de la cuarta derivada:

$$\text{res} = (-f(X_{i+3}) + 12f(X_{i+2}) - 39f(X_{i+1}) + 56f(X_i) - 39f(X_{i-1}) + 12f(X_{i-2}) - f(X_{i-3})) / (6 \cdot h^4)$$

$$\text{res} = (-(-5.792568) + 12 \cdot -4.247388 - 39 \cdot -2.848345 + 56 \cdot -1.664587 - 39 \cdot -0.736135 + 12 \cdot -0.074751 - 0.333136) / (6 \cdot (0.200000)^4)$$

$$\text{res} = (-5.792568 + -50.968654 - -111.085471 + -93.216891 - -28.709257 + -0.897009 - 0.333136) / 0.009600$$

$$\text{res} = 17.875586$$

El resultado de la aproximacion de la cuarta derivada es: 17.875586

Ejecución:

```
Derivadas
1.Primer derivada
2.Segunda Derivada
3.Tercera derivada
4.Cuarta derivada
5.Volver
4
Cuarta Derivada
Ingresa el valor de X: 2
Ingresa el valor de h (salto): .2
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la aproximacion de la cuarta derivada es: 17.875586
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Método de Boole 5/288 Modelo Simple

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Boole 5/288 Modelo Simple

Descripción: El Método de Boole 5/288 es una fórmula de integración de orden alto que usa coeficientes específicos para mejorar la precisión.

Utilidad: Se emplea para integrar numéricamente funciones con alta precisión en modelos simples.

Funcion:

$$(b - a)/288 * [19[f(x_0) + f(x_5)] + 75f(x_1) + 50f(x_2) + 50f(x_3) + 75f(x_4)]$$

Código:

```
double b, a, x0,x1,x2,x3, x4, x5, y, h;

printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");

scanf("%lf", &a);

printf("b: ");

scanf("%lf", &b);

h=(b-a)/5;

x0=a;

x1=x0+h;

x2=x1+h;

x3=x2+h;

x4=x3+h;

x5=x4+h;

y=((b-a)/288)*(19*(fun(x0)+fun(x5)) + 75*(fun(x1) + fun(x4)) + 50*(fun(x2)+ fun(x3)));

printf("El resultado de la integral es: %lf\n", y);
```


prueba de escritorio

$$\text{fun}(x)=2x^3-9x^2+12x-3$$

Ingresa el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

$$y = ((b - a) / 288) * (19 * (\text{fun}(x_0) + \text{fun}(x_5)) + 75 * (\text{fun}(x_1) + \text{fun}(x_4)) + 50 * (\text{fun}(x_2) + \text{fun}(x_3)));$$

El resultado de la integral es: 4.000000

Ejecución:

```
Metodo Boole 5/288
Elige un modelo:
1.Modelo Simple
2. Modelo de Segmentos Multiples
3.Salir
1
Metodo Boole 5/288---Modelo Simple
Ingresa el intervalo cerrado para la integral
a: 1
b: 3
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la integral es: 4.000000
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Método de Boole 5/288 Segmentos Múltiples

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Boole 5/288 Modelo de Segmentos Múltiples

Descripción: Este método extiende el Método de Boole 5/288 a múltiples segmentos para integrar funciones en intervalos más grandes.

Utilidad: Mejora la precisión en la integración de funciones sobre intervalos extensos.

Funcion:

$$h = (b - a)/n$$

$$5h/288 * [19[f(x_0) + f(x_n)] + 75 \sum_{i=1}^{n-4} f(x_{5i-4}) + 50 \sum_{i=1}^{n-3} f(x_{5i-3}) + 50 \sum_{i=1}^{n-2} f(x_{5i-2}) + 75 \sum_{i=1}^{n-2} f(x_{5i-1}) + 38 \sum_{i=1}^{n-5} f(x_{5i})]$$

Código:

```
double h, x0, xn, xi, n, sum1 = 0, sum2 = 0, sum3 = 0, sum4 = 0, sum5 = 0, a, b, y;
```

```
int i;
```

```
printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");
```

```
scanf("%lf", &a);
```

```
printf("b: ");
```

```
scanf("%lf", &b);
```

```
printf("Ingrese el número de segmentos (múltiplo de 5): ");
```

```
scanf("%lf", &n);
```

```
if ((int)n % 5 != 0) {
```

```
    printf("El número de segmentos debe ser múltiplo de 5.\n");
```

```
    return;
```

```
}
```

```
x0 = a;
```

```
xn = b;
```

```
h = (b - a) / n;
```

```
for (i = 1; i <= n - 1; i++) {
```

```
    xi = x0 + i * h;
```

```
    if (i % 5 == 1) {
```

```

        sum1 += fun(xi);
    } else if (i % 5 == 2) {
        sum2 += fun(xi);
    } else if (i % 5 == 3) {
        sum3 += fun(xi);
    } else if (i % 5 == 4) {
        sum4 += fun(xi);
    } else {
        sum5 += fun(xi);
    }
}

```

```

y = (5 * h / 288) * (19 * (fun(x0) + fun(xn)) + 75 * (sum1 + sum5) + 50 * (sum2 + sum4) +
38 * sum3);

```

```

printf("El resultado de la integral es: %lf\n", y);

```

Prueba de escritorio

$fun(x)=2x^3-9x^2+12x-3$

Ingrese el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

Ingrese el numero de segmentos (multiplo de 5): 10

```

y = (5 * h / 288) * (19 * (fun(x0) + fun(xn)) + 75 * (sum1 + sum5) + 50 * (sum2 + sum4) + 38 *
sum3);

```

El resultado de la integral es: 3.529278

Ejecución:

```
Metodo Boole 5/288
Elige un modelo:
1.Modelo Simple
2. Modelo de Segmentos Multiples
3.Salir
2
Metodo Boole 5/288---Modelo de segmentos Multiples
Ingresa el intervalo cerrado para la integral
  a: 1
  b: 3
Ingresa el numero de segmentos (multiplo de 5): 10
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la integral es: 3.529278
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Método de Boole 2/45 Modelo Simple

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Boole 2/45 Modelo Simple

Descripción: Una versión simplificada del Método de Boole que utiliza menos puntos de evaluación.

Utilidad: Adecuado para la integración de funciones cuando se requiere una solución rápida y razonablemente precisa.

Funcion:

$$(b - a)/90 * [7f(x_0) + 7f(x_4) + 32f(x_1) + 12f(x_2) + 32f(x_3)]$$

Código:

```
double b, a, x0,x1,x2,x3, x4, y, h;
```

```
    printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");
```

```
    scanf("%lf", &a);
```

```
    printf("b: ");
```

```
    scanf("%lf", &b);
```

```
    h=(b-a)/4;
```

```
    x0=a;
```

```
    x1=x0+h;
```

```
    x2=x1+h;
```

```
    x3=x2+h;
```

```
    x4=x3+h;
```

```
    y=((b-a)/90)*(7*fun(x0) + 7*fun(x4) + 32*fun(x3) + 32*fun(x1) + 12*fun(x2));
```

```
    printf("El resultado de la integral es: %lf\n", y);
```

Prueba de escritorio

$\text{fun}(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$

Ingresa el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

$y = ((b - a) / 90) * (7 * \text{fun}(x_0) + 7 * \text{fun}(x_4) + 32 * \text{fun}(x_3) + 32 * \text{fun}(x_1) + 12 * \text{fun}(x_2));$

El resultado de la integral es: 4.000000

Ejecución:

```
Metodo Boole 2/45
Elige un modelo:
1.Modelo Simple
2. Modelo de Segmentos Multiples
3.Salir
1
Metodo Boole 2/45---Modelo Simple
Ingresa el intervalo cerrado para la integral
a: 1
b: 3
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la integral es: 4.000000
```


Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Método de Boole 2/45 Segmentos Múltiples

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Boole 2/45 Modelo de Segmentos Múltiples

Descripción: Aplica el Método de Boole 2/45 a múltiples segmentos para mejorar la precisión en intervalos grandes.

Utilidad: Útil para la integración de funciones en intervalos extensos con una precisión razonable.

Funcion:

$$h = (b - a)/n$$

$$2h/45 * [7f(x_0) + 7f(x_n) + 3 \sum_{i=1}^{n-3} f(x_{4i-3}) + 12 \sum_{i=1}^{n-2} f(x_{4i-2}) + 32 \sum_{i=1}^{n-2} f(x_{4i-1}) + 14 \sum_{i=1}^{n-4} f(x_{4i})]$$

Código:

```
double h, x0, xn, xi, n, sum1 = 0, sum2 = 0, sum3 = 0, sum4 = 0, a, b, y;
```

```
int i;
```

```
printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");
```

```
scanf("%lf", &a);
```

```
printf("b: ");
```

```
scanf("%lf", &b);
```

```
printf("Ingrese el número de segmentos (múltiplo de 4): ");
```

```
scanf("%lf", &n);
```

```
// Verificar que n es múltiplo de 4
```

```
if ((int)n % 4 != 0) {
```

```
    printf("El número de segmentos debe ser múltiplo de 4.\n");
```

```
    return;
```

```
}
```

```
x0 = a;
```

```
xn = b;
```

```
h = (b - a) / n;
```

```
// Sumar las funciones evaluadas en los puntos intermedios
```

```
for (i = 1; i <= n - 1; i++) {
```

```
    xi = x0 + i * h;
```

```
    if (i % 4 == 1) {
```

```
        sum1 += fun(xi);
```

```
    } else if (i % 4 == 2) {
```

```
        sum2 += fun(xi);
```

```
    } else if (i % 4 == 3) {
```

```
        sum3 += fun(xi);
```

```
    } else {
```

```
        sum4 += fun(xi);
```

```
    }
```

```
}
```

```
y = (2 * h / 45) * (7 * fun(x0) + 7 * fun(xn) + 32 * sum1 + 12 * sum2 + 32 * sum3 + 14 *  
sum4);
```

```
printf("El resultado de la integral es: %lf\n", y);
```

Prueba de escritorio

$\text{fun}(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$

Ingrese el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

Ingrese el numero de segmentos (multiplo de 4): 8

$y = (2 * h / 45) * (7 * \text{fun}(x_0) + 7 * \text{fun}(x_n) + 32 * \text{sum1} + 12 * \text{sum2} + 32 * \text{sum3} + 14 * \text{sum4});$

El resultado de la integral es: 4.000000

Ejecución:

```
Metodo Boole 2/45---Modelo de segmentos Multiples
Ingrese el intervalo cerrado para la integral
a: 1
b: 3
Ingrese el numero de segmentos (multiplo de 4): 8
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la integral es: 4.000000
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Regla de Simpson $\frac{1}{3}$ modelo simple

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Regla de Simpson 1/3 Modelo Simple

Descripción: La Regla de Simpson 1/3 es un método de integración que usa parábolas para aproximar el área bajo una curva.

Utilidad: Se emplea para obtener una aproximación precisa de integrales en modelos simples.

Funcion:

$$(b - a)/6 * [f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_n)]$$

Código:

```
double b, a, x0,x1,x2, y, h;

printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");

scanf("%lf", &a);

printf("b: ");

scanf("%lf", &b);

h=(b-a)/2;

x0=a;

x1=x0+h;

x2=x1+h;

y=((b-a)/6)*(fun(x0) + 4*fun(x1) + fun(x2));

printf("el resultado de la integral es: %lf\n", y);
```

Prueba de escritorio

$$\text{fun}(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$$

Ingresa el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

Cálculos intermedios:

$$h = (b - a) / 2 = (3.000000 - 1.000000) / 2 = 1.000000$$

$$x_0 = a = 1.000000$$

$$x_1 = x_0 + h = 1.000000 + 1.000000 = 2.000000$$

$$x_2 = x_1 + h = 2.000000 + 1.000000 = 3.000000$$

$$\text{fun}(x_0) = \text{fun}(1.000000) = 2.000000$$

$$\text{fun}(x_1) = \text{fun}(2.000000) = 1.000000$$

$$\text{fun}(x_2) = \text{fun}(3.000000) = 6.000000$$

$$\text{Formula: } y = ((b - a) / 6) * (\text{fun}(x_0) + 4 * \text{fun}(x_1) + \text{fun}(x_2))$$

$$y = ((3.000000 - 1.000000) / 6) * (2.000000 + 4 * 1.000000 + 6.000000)$$

$$y = (2.000000 / 6) * (2.000000 + 4.000000 + 6.000000)$$

$$y = 4.000000$$

El resultado de la integral es: 4.000000

Ejecución:

```
Regla de Simpson 1/3
Elige un modelo:
  1. Modelo Simple
  2. Modelo de Segmentos Múltiples
  3. Salir
1
Regla de Simpson 1/3---Modelo Simple
Ingresa el intervalo cerrado para la integral
  a: 1
  b: 3
Tiempo de ejecución: 0.000000 segundos
el resultado de la integral es: 4.000000
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Regla de Simpson $\frac{1}{3}$ Segmentos Múltiples

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Regla de Simpson 1/3 Segmentos Múltiples

Descripción: Extiende la Regla de Simpson 1/3 a múltiples segmentos para mejorar la precisión en intervalos más grandes.

Utilidad: Mejora la precisión de la integración en intervalos amplios.

funcion:

$$h = (b - a)/n$$

$$(h/3) * [f(x_0) + 4 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i-1}) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_{2i}) + f(x_n)]$$

Código:

```
double h, x0, xn, xi, n, sum1 = 0, sum2 = 0, a, b, y;

int i;

printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");

scanf("%lf", &a);

printf("b: ");

scanf("%lf", &b);

printf("Ingrese el numero de segmentos (debe ser par): ");

scanf("%lf", &n);

// Verificar que n es par

if ((int)n % 2 != 0) {

    printf("El numero de segmentos debe ser par.\n");

    return;

}

x0 = a;
```

```
xn = b;
```

```
h = (b - a) / n;
```

```
// Sumar las funciones evaluadas en los puntos impares
```

```
for (i = 1; i <= n - 1; i += 2) {
```

```
    sum1 += fun(x0 + i * h);
```

```
}
```

```
// Sumar las funciones evaluadas en los puntos pares
```

```
for (i = 2; i <= n - 2; i += 2) {
```

```
    sum2 += fun(x0 + i * h);
```

```
}
```

```
y = (h / 3) * (fun(x0) + fun(xn) + 4 * sum1 + 2 * sum2);
```

```
printf("El resultado de la integral es: %lf\n", y);
```

Prueba de escritorio

$$\text{fun}(x)=2x^3-9x^2+12x-3$$

Ingrese el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

Ingrese el número de segmentos (debe ser par): 6

Cálculos intermedios:

$$h = (b - a) / n = (3.000000 - 1.000000) / 6.000000 = 0.333333$$

$$i = 1, x_i = x_0 + i * h = 1.000000 + 1 * 0.333333 = 1.333333, \text{fun}(x_i) = 1.740741$$

$$i = 3, x_i = x_0 + i * h = 1.000000 + 3 * 0.333333 = 2.000000, \text{fun}(x_i) = 1.000000$$

$$i = 5, x_i = x_0 + i * h = 1.000000 + 5 * 0.333333 = 2.666667, \text{fun}(x_i) = 2.925926$$

$$i = 2, x_i = x_0 + i * h = 1.000000 + 2 * 0.333333 = 1.666667, \text{fun}(x_i) = 1.259259$$

$$i = 4, x_i = x_0 + i * h = 1.000000 + 4 * 0.333333 = 2.333333, \text{fun}(x_i) = 1.407407$$

$$\text{Formula: } y = (h / 3) * (\text{fun}(x_0) + \text{fun}(x_n) + 4 * \text{sum1} + 2 * \text{sum2})$$

$$y = (0.333333 / 3) * (2.000000 + 6.000000 + 4 * 5.666667 + 2 * 2.666667)$$

El resultado de la integral es: 4.000000

Ejecución:

```
Regla de Simpson 1/3
Elige un modelo:
  1.Modelo Simple
  2. Modelo de Segmentos Multiples
  3.Salir
2
Regla de Simpson 1/3---Modelo de segmentos Multiples
Ingresa el intervalo cerrado para la integral
  a: 1
  b: 3
Ingresa el numero de segmentos (debe ser par): 6
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la integral es: 4.000000
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Método Simpson $\frac{3}{8}$ modelo simple

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Simpson 3/8 Modelo Simple

Descripción: El Método de Simpson 3/8 utiliza parábolas cúbicas para aproximar integrales, mejorando la precisión.

Utilidad: Se usa para obtener una aproximación más precisa que la Regla de Simpson 1/3 en modelos simples.

Funcion:

$$(b - a)/8 * [f(x_0) + f(x_3) + 3f(x_1) + 3f(x_2)]$$

Código:

```
double b, a, x0,x1,x2,x3, y, h;

printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");

scanf("%lf", &a);

printf("b: ");

scanf("%lf", &b);

h=(b-a)/3;

x0=a;

x1=x0+h;

x2=x1+h;

x3=x2+h;

y=((b-a)/8)*(fun(x0)+fun(x3) + 3*fun(x1) + 3*fun(x2));

printf("El resultado de la integral es: %lf\n", y);
```

Prueba de escritorio

$$\text{fun}(x)=2x^3-9x^2+12x-3$$

Ingrese el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

Cálculos intermedios:

$$h = (b - a) / 3 = (3.000000 - 1.000000) / 3 = 0.666667$$

$$y = ((b - a) / 8) * (\text{fun}(x_0) + \text{fun}(x_3) + 3 * \text{fun}(x_1) + 3 * \text{fun}(x_2))$$

$$= ((3.000000 - 1.000000) / 8) * (2.000000 + 6.000000 + 3 * 1.259259 + 3 * 1.407407)$$

El resultado de la integral es: 4.000000

Ejecución:

```
Metodo de Simpson 3/8
Elige un modelo:
1.Modelo Simple
2. Modelo de Segmentos Multiples
3.Salir
1
Metodo de Simpson 3/8---Modelo Simple
Ingrese el intervalo cerrado para la integral
a: 1
b: 3
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la integral es: 4.000000
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Método Simpson $\frac{3}{8}$ Segmentos Múltiples

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Método de Simpson 3/8 Segmentos Múltiples

Descripción: Aplica el Método de Simpson 3/8 a múltiples segmentos, aumentando la precisión en intervalos grandes.

Utilidad: Ofrece una mejor precisión en la integración de funciones sobre intervalos amplios.

Funcion:

$$h = (b - a)/n$$

$$3h/8 * [f(x_0) + f(x_n) + 3 \sum_{i=1}^{n-2} f(x_{3i-2}) + 3 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_{3i-i}) + 2 \sum_{i=1}^{n-3} f(x_{3i})]$$

Código:

```
double h, x0, xn, xi, n, sum1 = 0, sum2 = 0, sum3 = 0, a, b, y;
```

```
int i;
```

```
printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");
```

```
scanf("%lf", &a);
```

```
printf("b: ");
```

```
scanf("%lf", &b);
```

```
printf("Ingrese el número de segmentos (múltiplo de 3): ");
```

```
scanf("%lf", &n);
```

```
// Verificar que n es múltiplo de 3
```

```
if ((int)n % 3 != 0) {
```

```
    printf("El número de segmentos debe ser múltiplo de 3.\n");
```

```
    return;
```

```
}
```

```
x0 = a;
```

```
xn = b;
```

```
h = (b - a) / n;
```

```
// Sumar las funciones evaluadas en los puntos intermedios
```

```
for (i = 1; i <= n - 1; i++) {
```

```
    xi = x0 + i * h;
```

```
    if (i % 3 == 0) {
```

```
        sum3 += fun(xi);
```

```
    } else {
```

```
        sum1 += fun(xi);
```

```
    }
```

```
}
```

```
y = (3 * h / 8) * (fun(x0) + fun(xn) + 2 * sum3 + 3 * sum1);
```

```
printf("El resultado de la integral es: %lf\n", y);
```

Prueba de escritorio

$\text{fun}(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 3$

Ingrese el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

Ingrese el número de segmentos (múltiplo de 3): 9

$xi[1] = 1.222222$, $\text{fun}(xi[1]) = 1.873800$

$xi[2] = 1.444444$, $\text{fun}(xi[2]) = 1.582990$

$xi[3] = 1.666667$, $\text{fun}(xi[3]) = 1.259259$

$xi[4] = 1.888889$, $\text{fun}(xi[4]) = 1.034294$

$xi[5] = 2.111111$, $\text{fun}(xi[5]) = 1.039781$

$xi[6] = 2.333333$, $\text{fun}(xi[6]) = 1.407407$

$xi[7] = 2.555556$, $\text{fun}(xi[7]) = 2.268861$

$xi[8] = 2.777778$, $\text{fun}(xi[8]) = 3.755830$

$y = (3 * 0.222222 / 8) * (2.000000 + 6.000000 + 2 * 2.666667 + 3 * 11.555556)$

El resultado de la integral es: 4.000000

Ejecución:

```
Metodo de Simpson 3/8
Elige un modelo:
1.Modelo Simple
2. Modelo de Segmentos Multiples
3.Salir
2
Metodo de Simpson 3/8---Modelo de segmentos Multiples
Ingrese el intervalo cerrado para la integral
a: 1
b: 3
Ingrese el numero de segmentos (multiplo de 3): 9
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El resultado de la integral es: 4.000000
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Regla Trapezoidal Modelo Simple

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Regla Trapezoidal Modelo Simple

Descripción: La Regla Trapezoidal es un método de integración que aproxima el área bajo una curva como una serie de trapezoides.

Utilidad: Se utiliza para integrar funciones de manera simple y rápida, aunque con menor precisión que otros métodos.

Funcion:

$$((b - a)/a) * [f(x_0) + f(x_i)]$$

Código:

```
double b, a, x0,x1, y;  
  
printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");  
  
scanf("%lf", &a);  
  
printf("b: ");  
  
scanf("%lf", &b);  
  
x0=a;  
  
x1=b;  
  
y = ((b-a)/2)*(fun(x0)+fun(x1));  
  
printf("el resultado de la integral es: %lf \n", y);
```

Prueba de escritorio

$$\text{fun}(x)=2x^3-9x^2+12x-3$$

Ingresa el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

Intervalo: [1.000000, 3.000000]

$$f(1.000000) = 2.000000$$

$$f(3.000000) = 6.000000$$

El resultado de la integral es: 8.000000

Ejecución:

```
Regla trapezoidal
Elige un modelo:
1.Modelo Simple
2. Modelo de Segmentos Multiples
3.Salir
1
Regla trapezoidal---Modelo Simple
Ingresa el intervalo cerrado para la integral
a: 1
b: 3
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
el resultado de la integral es: 8.000000
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Regla Trapezoidal

Modelo de Segmentos Múltiples

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Regla Trapezoidal Modelo de Segmentos Múltiples

Descripción: Extiende la Regla Trapezoidal a múltiples segmentos, mejorando la precisión en intervalos más grandes.

Utilidad: Útil para la integración de funciones sobre intervalos extensos con una precisión razonable.

Funcion:

$$h = (b - a)/n$$

$$(h/2) * [f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)]$$

Código:

```
double h, x0, xn, xi, n, sum, a,b, y;

printf("Ingrese el intervalo cerrado para la integral\n a: ");

scanf("%lf", &a);

printf("b: ");

scanf("%lf", &b);

printf("Ingrese el numero de segmentos (2,3,4,...):");

scanf("%lf", &n);

x0=a;

xi=x0;

xn=b;

h=(b-a)/n;

for(int i=1; i<=n-1; i++){

    sum+=fun(xi+ h*i);

}

y=(h/2)*(fun(x0)+fun(xn)+2*sum);

printf("el resultado de la integral es: %lf \n", y);
```


Prueba de escritorio

$$\text{fun}(x)=2x^3-9x^2+12x-3$$

Ingrese el intervalo cerrado para la integral

a: 1

b: 3

Ingrese el numero de segmentos (2, 3, 4, ...): 6

Intervalo: [1.000000, 3.000000]

Numero de segmentos: 6.000000

h: 0.333333

$f(1.333333) = 1.740741$

$f(1.666667) = 1.259259$

$f(2.000000) = 1.000000$

$f(2.333333) = 1.407407$

$f(2.666667) = 2.925926$

El resultado de la integral es: 4.111111

Ejecución:

```
Regla trapezoidal---Modelo de segmentos Multiples
Ingrese el intervalo cerrado para la integral
a: 1
b: 3
Ingrese el numero de segmentos (2,3,4,...):6
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
el resultado de la integral es: 4.111111
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

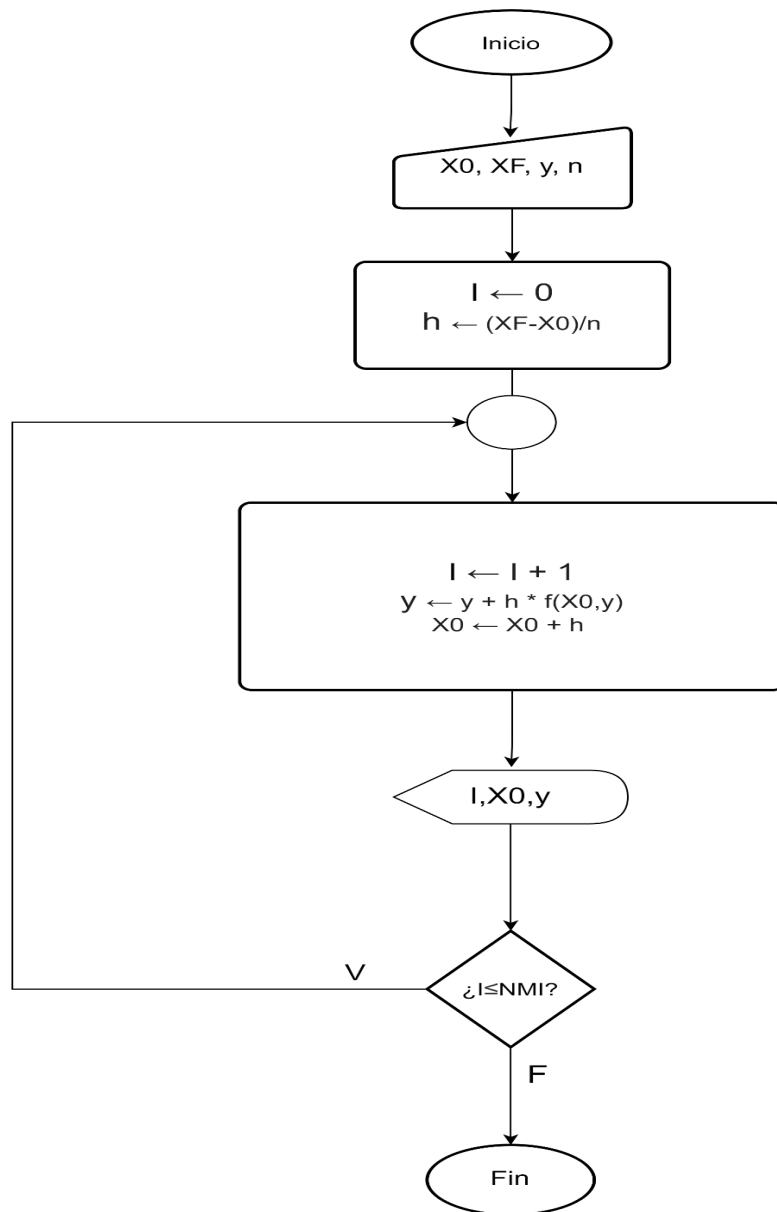
Algoritmo de Euler

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Euler

Descripción: El Método de Euler es una técnica numérica sencilla para resolver ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, usando una aproximación lineal en pequeños pasos discretos.

Utilidad: Sirve para obtener soluciones aproximadas a EDOs de manera rápida y fácil, aunque con una precisión limitada que depende del tamaño del paso.



Pseudocódigo del Algoritmo de Euler

1. Inicio
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$ (valor inicial de la variable independiente)
 - y (valor inicial de la solución, se asume que ya está dado)
 - x_f (valor final de la variable independiente)
 - n (número de pasos)
 - $h = (x_f - x_0) / n$ (tamaño del paso)
3. Bucle For ($i = 0; i < n; i++$):
 - Calcular la derivada en el punto actual: $f = f(x, y)$
 - Actualizar el valor de y : $y = y + h * f$
 - Actualizar el valor de x : $x = x + h$
 - Imprimir (opcional): Imprimir x, y
4. Fin del Bucle For
5. Fin

Explicación del Pseudocódigo

1. Inicio: Comienza el algoritmo.
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$: Asigna el valor inicial de la variable independiente.
 - y : Asigna el valor inicial de la solución (se asume que ya está dado o previamente calculado).
 - x_f : Define el valor final de la variable independiente.
 - n : Establece el número de pasos que se van a calcular.
 - $h = (x_f - x_0) / n$: Calcula el tamaño del paso dividiendo el intervalo $[x_0, x_f]$ en n partes iguales.
3. Bucle For: Se repite n veces para calcular los valores de y en cada paso.
 - Calcular la derivada: $f = f(x, y)$: Evalúa la derivada de y con respecto a x en el punto actual.
 - Actualizar el valor de y : $y = y + h * f$: Calcula el nuevo valor de y usando la fórmula de Euler.
 - Actualizar el valor de x : $x = x + h$: Avanza al siguiente punto en el tiempo.
 - Imprimir (opcional): Se puede imprimir los valores de x y y .
4. Fin del Bucle For
5. Fin

Código:

```
double x0, xf, y, h, n;
printf("Ingresa el valor de X0: ");
scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de XF: ");
scanf("%lf", &xf);

printf("Ingresa el valor de Y: ");
scanf("%lf", &y);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%lf", &n);

h = (xf - x0) / n;

for (int i = 0; i < n; ++i) {
    y = y + h * f(x0, y);
    x0 = x0 + h;
}

printf("El valor de Y en XF es: %lf\n", y);
```

Prueba de escritorio

```
f(x,y)=sin(x) + y;
Ingresa el valor de X0: 0
Ingresa el valor de XF: 4
Ingresa el valor de Y: 2
Ingresa el numero de iteraciones: 20
Iteracion 1:
y = y + 0.200000 * f(0.000000, 1.920000);
x0 = x0 + 0.200000;
y = 2.400000
Iteracion 2:
y = y + 0.200000 * f(0.200000, 2.296053);
x0 = x0 + 0.200000;
y = 2.919734
Iteracion 3:
y = y + 0.200000 * f(0.400000, 2.787368);
x0 = x0 + 0.200000;
y = 3.581564
Iteracion 4:
y = y + 0.200000 * f(0.600000, 3.415716);
x0 = x0 + 0.200000;
y = 4.410806
Iteracion 5:
y = y + 0.200000 * f(0.800000, 4.205679);
```

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 5.436438$

Iteracion 6:

$y = y + 0.200000 * f(1.000000, 5.185322);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 6.692020$

Iteracion 7:

$y = y + 0.200000 * f(1.200000, 6.387057);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 8.216832$

Iteracion 8:

$y = y + 0.200000 * f(1.400000, 7.848740);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 10.057288$

Iteracion 9:

$y = y + 0.200000 * f(1.600000, 9.615013);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 12.268660$

Iteracion 10:

$y = y + 0.200000 * f(1.800000, 11.738960);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 14.917162$

Iteracion 11:

$y = y + 0.200000 * f(2.000000, 14.284103);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 18.082454$

Iteracion 12:

$y = y + 0.200000 * f(2.200000, 17.326816);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 21.860644$

Iteracion 13:

$y = y + 0.200000 * f(2.400000, 20.959199);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 26.367865$

Iteracion 14:

$y = y + 0.200000 * f(2.600000, 25.292530);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 31.744538$

Iteracion 15:

$y = y + 0.200000 * f(2.800000, 30.461357);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 38.160443$

Iteracion 16:

$y = y + 0.200000 * f(3.000000, 36.628381);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 45.820756$

Iteracion 17:

$y = y + 0.200000 * f(3.200000, 43.990261);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 54.973232$

Iteracion 18:

$y = y + 0.200000 * f(3.400000, 52.784525);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 65.916771$

Iteracion 19:

$y = y + 0.200000 * f(3.600000, 63.297801);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 79.011621$

Iteracion 20:

$y = y + 0.200000 * f(3.800000, 75.875630);$

$x_0 = x_0 + 0.200000;$

$y = 94.691573$

El valor de Y en XF es: 94.691573

Ejecución:

```
Algoritmo de Euler
Ingresa el valor de X0: 0
Ingresa el valor de XF: 4
Ingresa el valor de Y: 2
Ingresa el numero de iteraciones: 20
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
El valor de Y en XF es: 94.691573
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Euler-Gauss

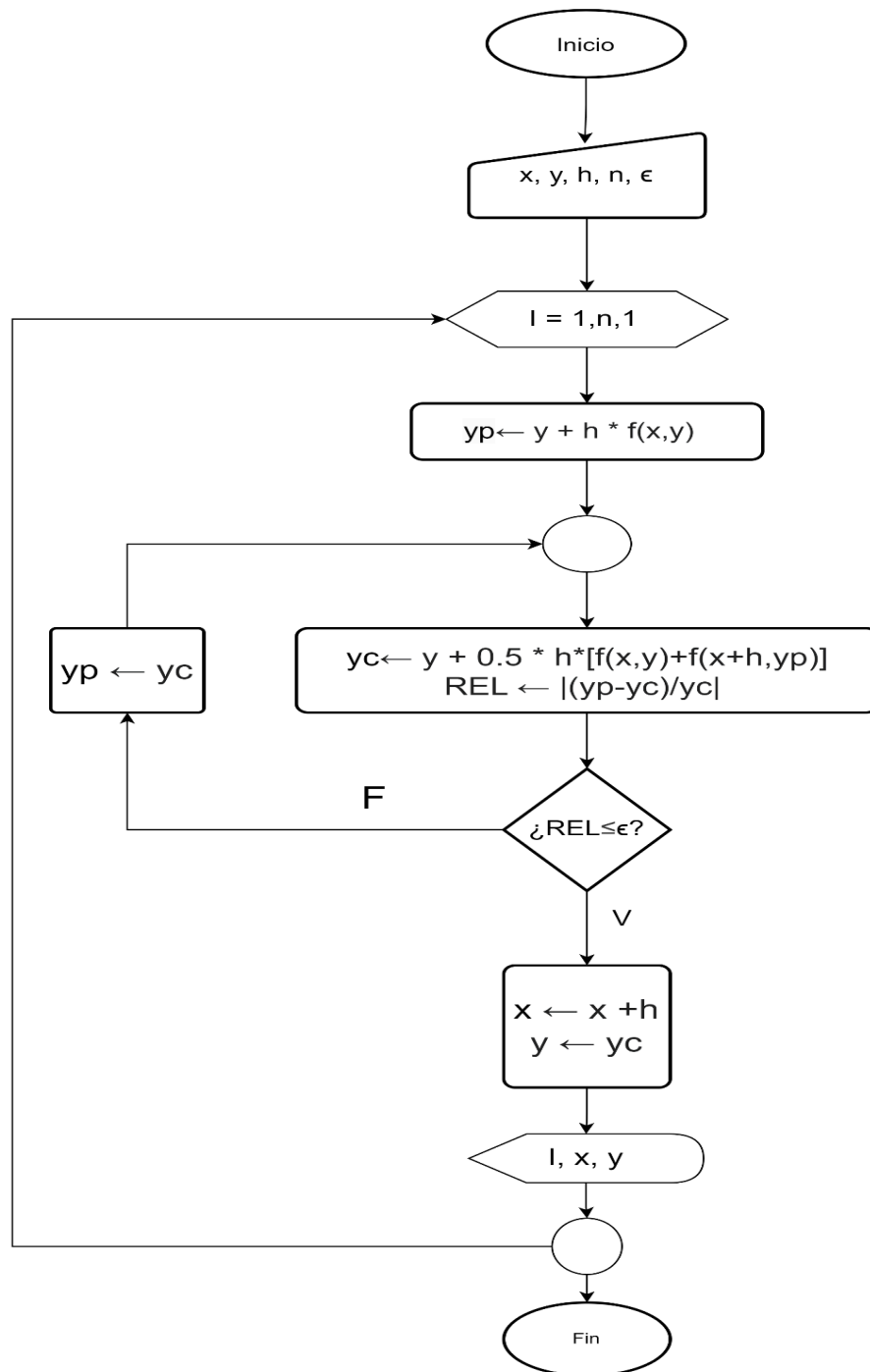
Proyecto Final

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Euler-Gauss

Descripción: El Método de Euler-Gauss mejora el Método de Euler al promediar las pendientes al inicio y al final del intervalo de integración.

Utilidad: Proporciona una mejor precisión en la resolución de EDOs en comparación con el Método de Euler simple.



Pseudocódigo Euler-Gauss

1. Inicio: Comienza el algoritmo.
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$: Asigna el valor inicial de la variable independiente.
 - y : Asigna el valor inicial de la solución (se asume que ya está dado o previamente calculado).
 - x_f : Define el valor final de la variable independiente.
 - n : Establece el número de pasos que se van a calcular.
 - $h = (x_f - x_0) / n$: Calcula el tamaño del paso dividiendo el intervalo $[x_0, x_f]$ en n partes iguales.
3. Bucle For: Se repite n veces para calcular los valores de y en cada paso.
 - Calcular la derivada: $k_1 = f(x, y)$: Evalúa la derivada de y con respecto a x en el punto actual.
 - Calcular la predicción del valor de x y y en el punto medio:
 - $x_m = x + h / 2$: Calcula el punto medio de x .
 - $y_m = y + h / 2 * k_1$: Calcula el valor de y en el punto medio usando k_1 .
 - Calcular la derivada en el punto medio: $k_2 = f(x_m, y_m)$: Evalúa la derivada de y con respecto a x en el punto medio.
 - Actualizar el valor de y usando la derivada del punto medio: $y = y + h * k_2$: Usa k_2 para actualizar y .
 - Actualizar el valor de x : $x = x + h$: Avanza al siguiente punto en el tiempo.
 - Imprimir (opcional): Se puede imprimir los valores de x y y .
4. Fin del Bucle For
5. Fin

Código:

```
double x, y, yp, yc, rel, h, n, a, b, e;
printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x);

printf("Ingresa el valor de a: ");
scanf("%lf", &a);

printf("Ingresa el valor de b: ");
scanf("%lf", &b);

printf("Ingresa el valor de Y: ");
scanf("%lf", &y);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%lf", &n);

printf("Ingresa el valor del error: ");
scanf("%lf", &e);

h = (b - a) / n;
```

```

for (int i = 1; i <= n; ++i) {
    yp = y + h * f(x, y);
    do {
        yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));
        rel = (yp - yc) / yc;
        if (rel < 0)
            rel *= -1;
        if (rel > e)
            yp = yc;
    } while (rel > e);

    // Actualiza el valor de y con el valor corregido
    y = yc;
    // Incrementa x
    x = x + h;
    // Imprime los valores de x y y en cada iteración
    printf("x = %lf, y = %lf\n", x, y);
}

```

Prueba de escritorio

$f(x,y)=\sin(x) + y$;

Ingresa el valor de X: 2

Ingresa el valor de a: 0

Ingresa el valor de b: 4

Ingresa el valor de Y: 0

Ingresa el numero de iteraciones: 20

Ingresa el valor del error: 0.01

Iteracion 1:

Calculando yp:

$yp = y + h * f(x, y)$;

$yp = 0.000000 + 0.200000 * f(2.000000, 0.000000)$;

$yp = 0.181859$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp))$;

$yc = 0.000000 + 0.5 * 0.200000 * (f(2.000000, 0.000000) + f(2.200000, 0.181859))$;

$yc = 0.189965$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp))$;

$yc = 0.000000 + 0.5 * 0.200000 * (f(2.000000, 0.000000) + f(2.200000, 0.189965))$;

$yc = 0.190776$

Actualizando valores:

$y = 0.190776$

$x = 2.200000$

Iteracion 2:

Calculando yp:

```
yp = y + h * f(x, y);  
yp = 0.190776 + 0.200000 * f(2.200000, 0.190776);  
yp = 0.390630
```

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

```
yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));  
yc = 0.190776 + 0.5 * 0.200000 * (f(2.200000, 0.190776) + f(2.400000, 0.390630));  
yc = 0.397313
```

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

```
yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));  
yc = 0.190776 + 0.5 * 0.200000 * (f(2.200000, 0.190776) + f(2.400000, 0.397313));  
yc = 0.397981
```

Actualizando valores:

```
y = 0.397981  
x = 2.400000
```

Iteracion 3:

Calculando yp:

```
yp = y + h * f(x, y);  
yp = 0.397981 + 0.200000 * f(2.400000, 0.397981);  
yp = 0.612669
```

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

```
yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));  
yc = 0.397981 + 0.5 * 0.200000 * (f(2.400000, 0.397981) + f(2.600000, 0.612669));  
yc = 0.618142
```

Actualizando valores:

```
y = 0.618142  
x = 2.600000
```

Iteracion 4:

Calculando yp:

```
yp = y + h * f(x, y);  
yp = 0.618142 + 0.200000 * f(2.600000, 0.618142);  
yp = 0.844871
```

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

```
yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));  
yc = 0.618142 + 0.5 * 0.200000 * (f(2.600000, 0.618142) + f(2.800000, 0.844871));  
yc = 0.849492
```

Actualizando valores:

```
y = 0.849492  
x = 2.800000
```

Iteracion 5:

Calculando yp:

```
yp = y + h * f(x, y);  
yp = 0.849492 + 0.200000 * f(2.800000, 0.849492);  
yp = 1.086389
```

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

```
yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));  
yc = 0.849492 + 0.5 * 0.200000 * (f(2.800000, 0.849492) + f(3.000000, 1.086389));  
yc = 1.090691
```

Actualizando valores:

```
y = 1.090691  
x = 3.000000
```

Iteracion 6:

Calculando yp:

```
yp = y + h * f(x, y);  
yp = 1.090691 + 0.200000 * f(3.000000, 1.090691);  
yp = 1.337054
```

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

```
yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));  
yc = 1.090691 + 0.5 * 0.200000 * (f(3.000000, 1.090691) + f(3.200000, 1.337054));  
yc = 1.341740
```

Actualizando valores:

```
y = 1.341740  
x = 3.200000
```

Iteracion 7:

Calculando yp:

```
yp = y + h * f(x, y);  
yp = 1.341740 + 0.200000 * f(3.200000, 1.341740);  
yp = 1.598414
```

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

```
yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));  
yc = 1.341740 + 0.5 * 0.200000 * (f(3.200000, 1.341740) + f(3.400000, 1.598414));  
yc = 1.604364
```

Actualizando valores:

```
y = 1.604364  
x = 3.400000
```

Iteracion 8:

Calculando yp:

```
yp = y + h * f(x, y);  
yp = 1.604364 + 0.200000 * f(3.400000, 1.604364);  
yp = 1.874129
```

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$$

$$yc = 1.604364 + 0.5 * 0.200000 * (f(3.400000, 1.604364) + f(3.600000, 1.874129));$$

$$yc = 1.882408$$

Actualizando valores:

$$y = 1.882408$$

$$x = 3.600000$$

Iteracion 9:

Calculando yp:

$$yp = y + h * f(x, y);$$

$$yp = 1.882408 + 0.200000 * f(3.600000, 1.882408);$$

$$yp = 2.170385$$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$$

$$yc = 1.882408 + 0.5 * 0.200000 * (f(3.600000, 1.882408) + f(3.800000, 2.170385));$$

$$yc = 2.182249$$

Actualizando valores:

$$y = 2.182249$$

$$x = 3.800000$$

Iteracion 10:

Calculando yp:

$$yp = y + h * f(x, y);$$

$$yp = 2.182249 + 0.200000 * f(3.800000, 2.182249);$$

$$yp = 2.496327$$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$$

$$yc = 2.182249 + 0.5 * 0.200000 * (f(3.800000, 2.182249) + f(4.000000, 2.496327));$$

$$yc = 2.513241$$

Actualizando valores:

$$y = 2.513241$$

$$x = 4.000000$$

Iteracion 11:

Calculando yp:

$$yp = y + h * f(x, y);$$

$$yp = 2.513241 + 0.200000 * f(4.000000, 2.513241);$$

$$yp = 2.864528$$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$$

$$yc = 2.513241 + 0.5 * 0.200000 * (f(4.000000, 2.513241) + f(4.200000, 2.864528));$$

$$yc = 2.888180$$

Actualizando valores:

$$y = 2.888180$$

$x = 4.200000$

Iteracion 12:

Calculando yp:

$yp = y + h * f(x, y);$

$yp = 2.888180 + 0.200000 * f(4.200000, 2.888180);$

$yp = 3.291500$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$

$yc = 2.888180 + 0.5 * 0.200000 * (f(4.200000, 2.888180) + f(4.400000, 3.291500));$

$yc = 3.323830$

Actualizando valores:

$y = 3.323830$

$x = 4.400000$

Iteracion 13:

Calculando yp:

$yp = y + h * f(x, y);$

$yp = 3.323830 + 0.200000 * f(4.400000, 3.323830);$

$yp = 3.798275$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$

$yc = 3.323830 + 0.5 * 0.200000 * (f(4.400000, 3.323830) + f(4.600000, 3.798275));$

$yc = 3.841511$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$

$yc = 3.323830 + 0.5 * 0.200000 * (f(4.400000, 3.323830) + f(4.600000, 3.841511));$

$yc = 3.845835$

Actualizando valores:

$y = 3.845835$

$x = 4.600000$

Iteracion 14:

Calculando yp:

$yp = y + h * f(x, y);$

$yp = 3.845835 + 0.200000 * f(4.600000, 3.845835);$

$yp = 4.416263$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$

$yc = 3.845835 + 0.5 * 0.200000 * (f(4.600000, 3.845835) + f(4.800000, 4.416263));$

$yc = 4.473059$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$

$yc = 3.845835 + 0.5 * 0.200000 * (f(4.600000, 3.845835) + f(4.800000, 4.473059));$
 $yc = 4.478738$

Actualizando valores:

$y = 4.478738$

$x = 4.800000$

Iteracion 15:

Calculando yp:

$yp = y + h * f(x, y);$

$yp = 4.478738 + 0.200000 * f(4.800000, 4.478738);$

$yp = 5.175253$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$

$yc = 4.478738 + 0.5 * 0.200000 * (f(4.800000, 4.478738) + f(5.000000, 5.175253));$

$yc = 5.248629$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$

$yc = 4.478738 + 0.5 * 0.200000 * (f(4.800000, 4.478738) + f(5.000000, 5.248629));$

$yc = 5.255966$

Actualizando valores:

$y = 5.255966$

$x = 5.000000$

Iteracion 16:

Calculando yp:

$yp = y + h * f(x, y);$

$yp = 5.255966 + 0.200000 * f(5.000000, 5.255966);$

$yp = 6.115374$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$

$yc = 5.255966 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.000000, 5.255966) + f(5.200000, 6.115374));$

$yc = 6.208862$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

$yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));$

$yc = 5.255966 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.000000, 5.255966) + f(5.200000, 6.208862));$

$yc = 6.218211$

Actualizando valores:

$y = 6.218211$

$x = 5.200000$

Iteracion 17:

Calculando yp:

$yp = y + h * f(x, y);$

$yp = 6.218211 + 0.200000 * f(5.200000, 6.218211);$

yp = 7.285162

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));

yc = 6.218211 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.200000, 6.218211) + f(5.400000, 7.285162));

yc = 7.402926

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));

yc = 6.218211 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.200000, 6.218211) + f(5.400000, 7.402926));

yc = 7.414703

Actualizando valores:

y = 7.414703

x = 5.400000

Iteracion 18:

Calculando yp:

yp = y + h * f(x, y);

yp = 7.414703 + 0.200000 * f(5.400000, 7.414703);

yp = 8.743091

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));

yc = 7.414703 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.400000, 7.414703) + f(5.600000, 8.743091));

yc = 8.890079

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));

yc = 7.414703 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.400000, 7.414703) + f(5.600000, 8.890079));

yc = 8.904778

Actualizando valores:

y = 8.904778

x = 5.600000

Iteracion 19:

Calculando yp:

yp = y + h * f(x, y);

yp = 8.904778 + 0.200000 * f(5.600000, 8.904778);

yp = 10.559480

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));

yc = 8.904778 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.600000, 8.904778) + f(5.800000, 10.559480));

yc = 10.741617

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando yc:

yc = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, yp));

yc = 8.904778 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.600000, 8.904778) + f(5.800000, 10.741617));

$$y_c = 10.759831$$

Actualizando valores:

$$y = 10.759831$$

$$x = 5.800000$$

Iteracion 20:

Calculando y_p :

$$y_p = y + h * f(x, y);$$

$$y_p = 10.759831 + 0.200000 * f(5.800000, 10.759831);$$

$$y_p = 12.818876$$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando y_c :

$$y_c = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, y_p));$$

$$y_c = 10.759831 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.800000, 10.759831) + f(6.000000, 12.818876));$$

$$y_c = 13.043300$$

Aplicando correccion de Gauss-Seidel:

Calculando y_c :

$$y_c = y + 0.5 * h * (f(x, y) + f(x + h, y_p));$$

$$y_c = 10.759831 + 0.5 * 0.200000 * (f(5.800000, 10.759831) + f(6.000000, 13.043300));$$

$$y_c = 13.065742$$

Actualizando valores:

$$y = 13.065742$$

$$x = 6.000000$$

Resultado final:

El valor de Y en XF es: 13.065742

Ejecución:

```
Algoritmo de Euler-Gauss
Ingresa el valor de X: 2
Ingresa el valor de a: 0
Ingresa el valor de b: 4
Ingresa el valor de Y: 0
Ingresa el numero de iteraciones: 20
Ingresa el valor del error: 0.01
x = 2.200000, y = 0.190776
x = 2.400000, y = 0.397981
x = 2.600000, y = 0.618142
x = 2.800000, y = 0.849492
x = 3.000000, y = 1.090691
x = 3.200000, y = 1.341740
x = 3.400000, y = 1.604364
x = 3.600000, y = 1.882408
x = 3.800000, y = 2.182249
x = 4.000000, y = 2.513241
x = 4.200000, y = 2.888180
x = 4.400000, y = 3.323830
x = 4.600000, y = 3.845835
x = 4.800000, y = 4.478738
x = 5.000000, y = 5.255966
x = 5.200000, y = 6.218211
x = 5.400000, y = 7.414703
x = 5.600000, y = 8.904778
x = 5.800000, y = 10.759831
x = 6.000000, y = 13.065742
Tiempo de ejecucion: 0.010000 segundos
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

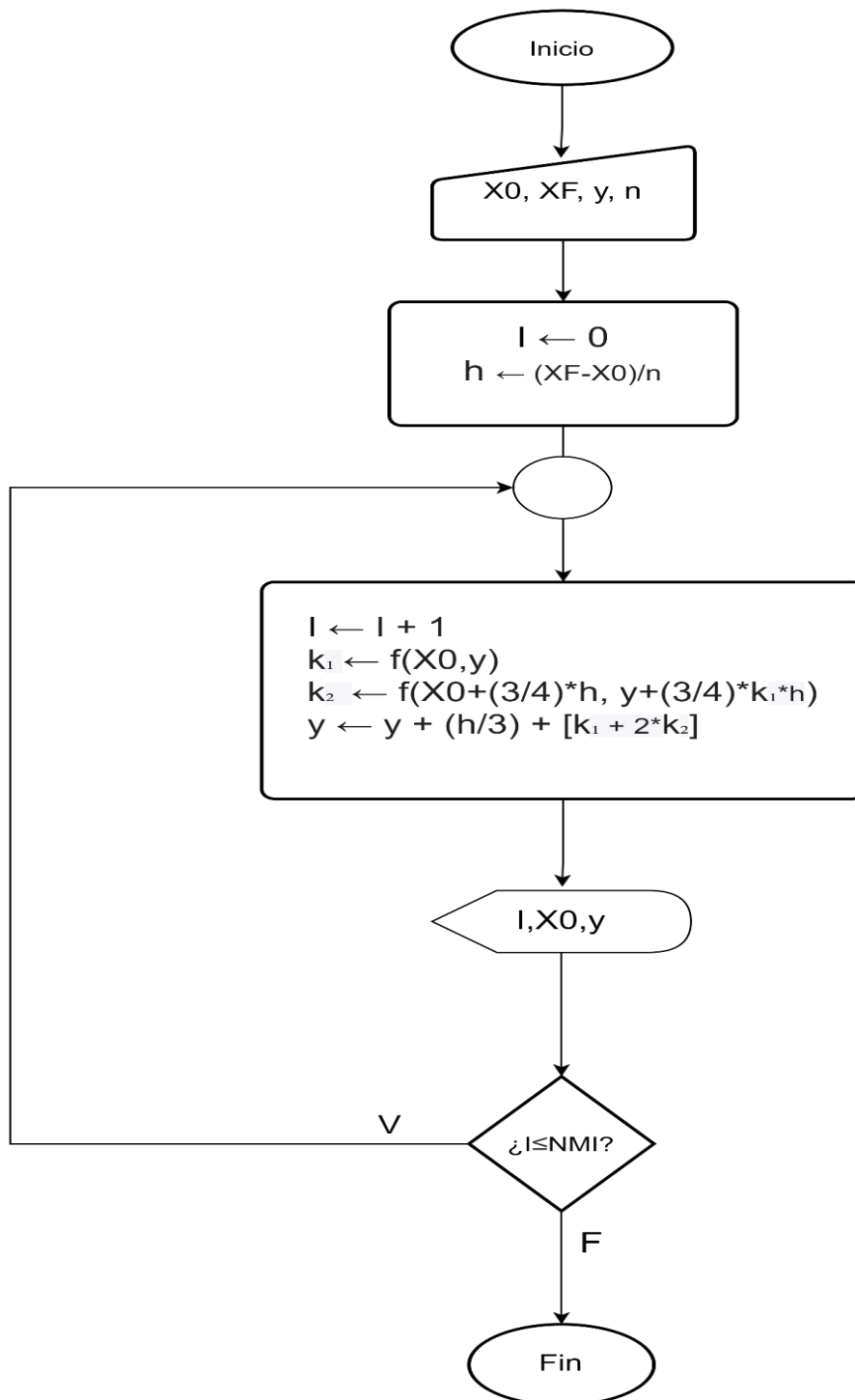
Algoritmo de Ralston

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Ralston

Descripción: El Método de Ralston es una mejora del Método de Euler, optimizando el peso de la pendiente dentro del intervalo de integración para reducir el error.

Utilidad: Ofrece una mayor precisión sin incrementar significativamente la complejidad computacional.



Pseudocódigo del Algoritmo de Ralston

1. Inicio
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$ (valor inicial de la variable independiente)
 - y (valor inicial de la solución, se asume que ya está dado)
 - x_f (valor final de la variable independiente)
 - n (número de pasos)
 - $h = (x_f - x_0) / n$ (tamaño del paso)
3. Bucle For ($i = 0; i < n; i++$):
 - Calcular la derivada en el punto actual: $k_1 = f(x, y)$
 - Calcular la predicción del valor de x y y en el punto ponderado (2/3 del paso):
 - $x_{\text{ponderado}} = x + (3/4) * h$
 - $y_{\text{ponderado}} = y + (3/4) * h * k_1$
 - Calcular la derivada en el punto ponderado: $k_2 = f(x_{\text{ponderado}}, y_{\text{ponderado}})$
 - Actualizar el valor de y usando una combinación ponderada de las derivadas:
 $y = y + h * ((1/3) * k_1 + (2/3) * k_2)$
 - Actualizar el valor de x : $x = x + h$
 - Imprimir (opcional): Imprimir x, y
4. Fin del Bucle For
5. Fin

Código:

```
double x0, xf, y, h, n;
printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de XF: ");
scanf("%lf", &xf);

printf("Ingresa el valor de Y: ");
scanf("%lf", &y);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%lf", &n);

h = (xf - x0) / n;

for (int i = 0; i < n; ++i) {
    double k1 = f(x0, y);
    double k2 = f(x0 + (3.0 / 4.0) * h, y + (3.0 / 4.0) * k1 * h);
    y = y + (h / 4.0) * (k1 + 2 * k2);
    x0 = x0 + h;
}

printf("El valor de Y = %lf", y);
```

Prueba de escritorio

$f(x,y)=\sin(x) + y$;

Ingresa el valor de X: 0

Ingresa el valor de XF: 3

Ingresa el valor de Y: 2

Ingresa el numero de iteraciones: 20

Iteracion 1:

$$k1 = f(x0, y0) = f(0.150000, 2.250295) = 2.000000$$

$$k2 = f(x0 + (3/4) * h, y0 + (3/4) * k1 * h) = f(0.150000, 2.250295) = 2.337263$$

Iteracion 2:

$$k1 = f(x1, y1) = f(0.300000, 2.548767) = 2.399733$$

$$k2 = f(x1 + (3/4) * h, y1 + (3/4) * k1 * h) = f(0.300000, 2.548767) = 2.779760$$

Iteracion 3:

$$k1 = f(x2, y2) = f(0.450000, 2.900651) = 2.844287$$

$$k2 = f(x2 + (3/4) * h, y2 + (3/4) * k1 * h) = f(0.450000, 2.900651) = 3.269650$$

Iteracion 4:

$$k1 = f(x3, y3) = f(0.600000, 3.311428) = 3.335617$$

$$k2 = f(x3 + (3/4) * h, y3 + (3/4) * k1 * h) = f(0.600000, 3.311428) = 3.809211$$

Iteracion 5:

$$k1 = f(x4, y4) = f(0.750000, 3.786871) = 3.876070$$

$$k2 = f(x4 + (3/4) * h, y4 + (3/4) * k1 * h) = f(0.750000, 3.786871) = 4.401213$$

Iteracion 6:

$$k1 = f(x5, y5) = f(0.900000, 4.333119) = 4.468510$$

$$k2 = f(x5 + (3/4) * h, y5 + (3/4) * k1 * h) = f(0.900000, 4.333119) = 5.049050$$

Iteracion 7:

$$k1 = f(x6, y6) = f(1.050000, 4.956752) = 5.116446$$

$$k2 = f(x6 + (3/4) * h, y6 + (3/4) * k1 * h) = f(1.050000, 4.956752) = 5.756878$$

Iteracion 8:

$$k1 = f(x7, y7) = f(1.200000, 5.664891) = 5.824175$$

$$k2 = f(x7 + (3/4) * h, y7 + (3/4) * k1 * h) = f(1.200000, 5.664891) = 6.529770$$

Iteracion 9:

$$k1 = f(x8, y8) = f(1.350000, 6.465316) = 6.596930$$

$$k2 = f(x8 + (3/4) * h, y8 + (3/4) * k1 * h) = f(1.350000, 6.465316) = 7.373872$$

Iteracion 10:

$$k1 = f(x9, y9) = f(1.500000, 7.366598) = 7.441040$$

$$k2 = f(x9 + (3/4) * h, y9 + (3/4) * k1 * h) = f(1.500000, 7.366598) = 8.296575$$

Iteracion 11:

$$k1 = f(x10, y10) = f(1.650000, 8.378254) = 8.364093$$

$$k2 = f(x10 + (3/4) * h, y10 + (3/4) * k1 * h) = f(1.650000, 8.378254) = 9.306690$$

Iteracion 12:

$$k1 = f(x11, y11) = f(1.800000, 9.510918) = 9.375119$$

$$k2 = f(x11 + (3/4) * h, y11 + (3/4) * k1 * h) = f(1.800000, 9.510918) = 10.414636$$

Iteracion 13:

$$k1 = f(x12, y12) = f(1.950000, 10.776545) = 10.484766$$

$$k2 = f(x12 + (3/4) * h, y12 + (3/4) * k1 * h) = f(1.950000, 10.776545) = 11.632640$$

Iteracion 14:

$$k1 = f(x13, y13) = f(2.100000, 12.188622) = 11.705505$$

$$k2 = f(x13 + (3/4) * h, y13 + (3/4) * k1 * h) = f(2.100000, 12.188622) = 12.974944$$

Iteracion 15:

$$k1 = f(x_{14}, y_{14}) = f(2.250000, 13.762418) = 13.051832$$

$$k2 = f(x_{14} + (3/4) * h, y_{14} + (3/4) * k1 * h) = f(2.250000, 13.762418) = 14.458030$$

Iteracion 16:

$$k1 = f(x_{15}, y_{15}) = f(2.400000, 15.515251) = 14.540491$$

$$k2 = f(x_{15} + (3/4) * h, y_{15} + (3/4) * k1 * h) = f(2.400000, 15.515251) = 16.100858$$

Iteracion 17:

$$k1 = f(x_{16}, y_{16}) = f(2.550000, 17.466787) = 16.190714$$

$$k2 = f(x_{16} + (3/4) * h, y_{16} + (3/4) * k1 * h) = f(2.550000, 17.466787) = 17.925118$$

Iteracion 18:

$$k1 = f(x_{17}, y_{17}) = f(2.700000, 19.639368) = 18.024470$$

$$k2 = f(x_{17} + (3/4) * h, y_{17} + (3/4) * k1 * h) = f(2.700000, 19.639368) = 19.955514$$

Iteracion 19:

$$k1 = f(x_{18}, y_{18}) = f(2.850000, 22.058375) = 20.066748$$

$$k2 = f(x_{18} + (3/4) * h, y_{18} + (3/4) * k1 * h) = f(2.850000, 22.058375) = 22.220061$$

Iteracion 20:

$$k1 = f(x_{19}, y_{19}) = f(3.000000, 24.752626) = 22.345853$$

$$k2 = f(x_{19} + (3/4) * h, y_{19} + (3/4) * k1 * h) = f(3.000000, 24.752626) = 24.750421$$

El valor de Y = 24.752626

Ejecución:

```
Algoritmo de Ralston
Ingresa el valor de X: 0
Ingresa el valor de XF: 3
Ingresa el valor de Y: 2
Ingresa el numero de iteraciones: 20
El valor de Y = 24.752626
Tiempo de ejecucion: 0.0000
```


Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

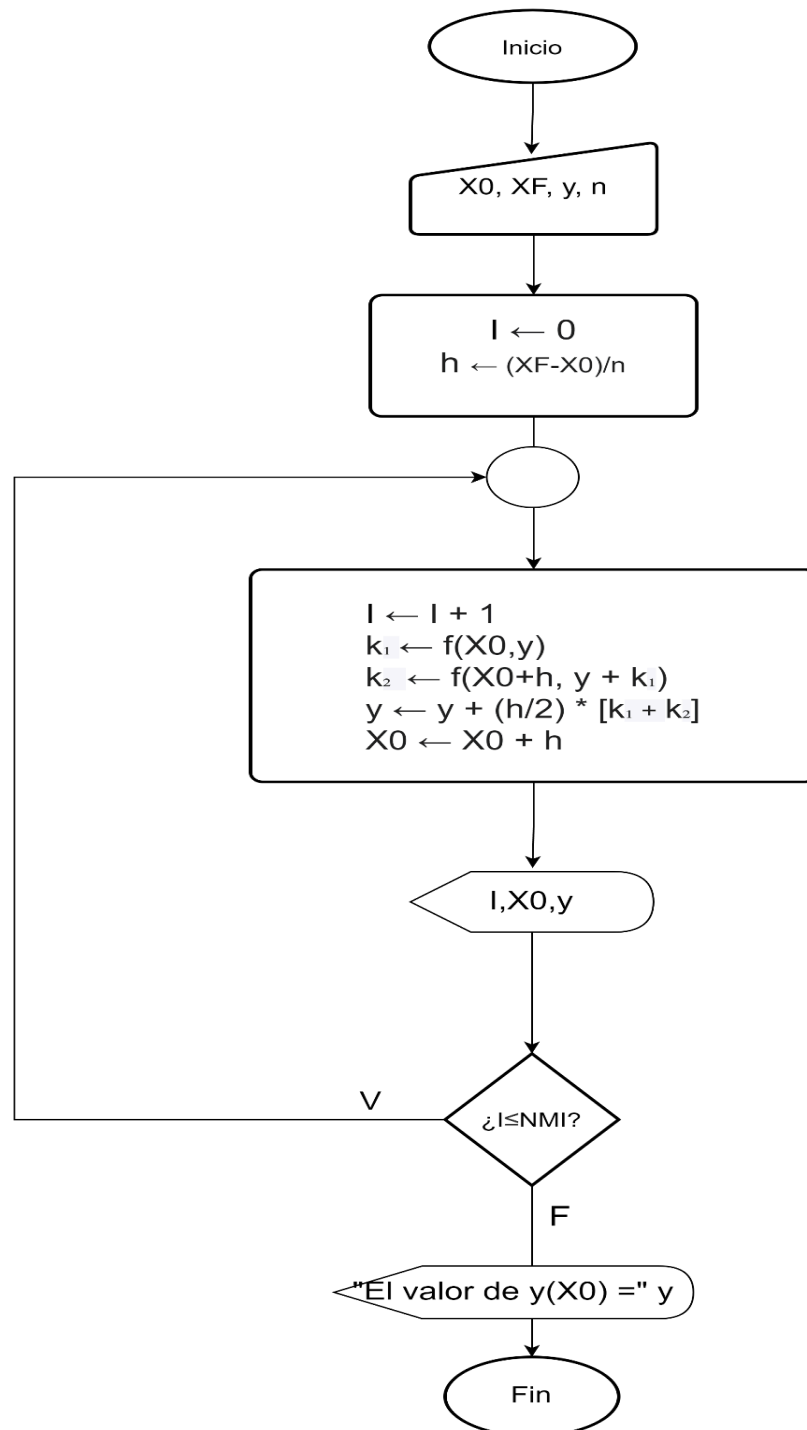
Algoritmo de Runge-Kutta(segundo orden)

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Runge-Kutta de Segundo Orden

Descripción: Este método es una extensión del Método de Euler, que utiliza un promedio ponderado de varias pendientes evaluadas dentro del intervalo.

Utilidad: Se usa para obtener soluciones más precisas de EDOs de segundo orden, equilibrando precisión y eficiencia.



Pseudocódigo del Algoritmo de Runge-Kutta de Segundo Orden

1. Inicio
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$ (valor inicial de la variable independiente)
 - y (valor inicial de la solución, se asume que ya está dado)
 - x_f (valor final de la variable independiente)
 - n (número de pasos)
 - $h = (x_f - x_0) / n$ (tamaño del paso)
3. Bucle For ($i = 0; i < n; i++$):
 - Calcular la derivada en el punto actual: $k_1 = f(x, y)$
 - Calcular la predicción del valor de x y y en el siguiente punto:
 - $x_{next} = x + h$
 - $y_{predict} = y + h * k_1$
 - Calcular la derivada en el punto predicho: $k_2 = f(x_{next}, y_{predict})$
 - Actualizar el valor de y usando el promedio de las derivadas: $y = y + (h / 2) * (k_1 + k_2)$
 - Actualizar el valor de x : $x = x + h$
 - Imprimir (opcional): Imprimir x, y
4. Fin del Bucle For
5. Fin

Código:

```
double x0, xf, y, h, n;

printf("Ingresa el valor de X: ");

scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de XF: ");

scanf("%lf", &xf);

printf("Ingresa el valor de Y: ");

scanf("%lf", &y);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");

scanf("%lf", &n)

h = (xf - x0) / n;

for (int i = 0; i < n; ++i) {

    double k1 = f(x0, y);
```

```

double k2 = f(x0 + h, y + k1 * h); // Corrección aquí

y = y + (h / 2) * (k1 + k2);

x0 = x0 + h;

}

printf("El valor de Y = %lf", y);

```

Prueba de escritorio

$f(x,y)=\sin(x) + y$;

Ingresa el valor de X: 0

Ingresa el valor de XF: 2

Ingresa el valor de Y: 1

Ingresa el numero de iteraciones: 20

Iteracion 1:

$k1 = f(x0, y0) = f(0.000000, 1.000000) = 1.000000$

$k2 = f(x0 + h, y0 + k1 * h) = f(0.000000 + 0.100000, 1.000000 + 1.000000 * 0.100000) = 1.199833$

$y1 = y0 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.000000 + (0.100000 / 2) * (1.000000 + 1.199833) = 1.109992$

Iteracion 2:

$k1 = f(x1, y1) = f(0.100000, 1.109992) = 1.209825$

$k2 = f(x1 + h, y1 + k1 * h) = f(0.100000 + 0.100000, 1.109992 + 1.209825 * 0.100000) = 1.429644$

$y2 = y1 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.109992 + (0.100000 / 2) * (1.209825 + 1.429644) = 1.241965$

Iteracion 3:

$k1 = f(x2, y2) = f(0.200000, 1.241965) = 1.440634$

$k2 = f(x2 + h, y2 + k1 * h) = f(0.200000 + 0.100000, 1.241965 + 1.440634 * 0.100000) = 1.681549$

$y3 = y2 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.241965 + (0.100000 / 2) * (1.440634 + 1.681549) = 1.398074$

Iteracion 4:

$k1 = f(x3, y3) = f(0.300000, 1.398074) = 1.693594$

$k2 = f(x3 + h, y3 + k1 * h) = f(0.300000 + 0.100000, 1.398074 + 1.693594 * 0.100000) = 1.956852$

$y4 = y3 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.398074 + (0.100000 / 2) * (1.693594 + 1.956852) = 1.580597$

Iteracion 5:

$k1 = f(x4, y4) = f(0.400000, 1.580597) = 1.970015$

$k2 = f(x4 + h, y4 + k1 * h) = f(0.400000 + 0.100000, 1.580597 + 1.970015 * 0.100000) = 2.257024$

$y5 = y4 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.580597 + (0.100000 / 2) * (1.970015 + 2.257024) = 1.791949$

Iteracion 6:

$k1 = f(x5, y5) = f(0.500000, 1.791949) = 2.271374$

$k2 = f(x5 + h, y5 + k1 * h) = f(0.500000 + 0.100000, 1.791949 + 2.271374 * 0.100000) = 2.583728$

$y6 = y5 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.791949 + (0.100000 / 2) * (2.271374 + 2.583728) = 2.034704$

Iteracion 7:

$$k1 = f(x6, y6) = f(0.600000, 2.034704) = 2.599346$$

$$k2 = f(x6 + h, y6 + k1 * h) = f(0.600000 + 0.100000, 2.034704 + 2.599346 * 0.100000) = 2.938856$$

$$y7 = y6 + (h / 2) * (k1 + k2) = 2.034704 + (0.100000 / 2) * (2.599346 + 2.938856) = 2.311614$$

Iteracion 8:

$$k1 = f(x7, y7) = f(0.700000, 2.311614) = 2.955831$$

$$k2 = f(x7 + h, y7 + k1 * h) = f(0.700000 + 0.100000, 2.311614 + 2.955831 * 0.100000) = 3.324553$$

$$y8 = y7 + (h / 2) * (k1 + k2) = 2.311614 + (0.100000 / 2) * (2.955831 + 3.324553) = 2.625633$$

Iteracion 9:

$$k1 = f(x8, y8) = f(0.800000, 2.625633) = 3.342989$$

$$k2 = f(x8 + h, y8 + k1 * h) = f(0.800000 + 0.100000, 2.625633 + 3.342989 * 0.100000) = 3.743259$$

$$y9 = y8 + (h / 2) * (k1 + k2) = 2.625633 + (0.100000 / 2) * (3.342989 + 3.743259) = 2.979945$$

Iteracion 10:

$$k1 = f(x9, y9) = f(0.900000, 2.979945) = 3.763272$$

$$k2 = f(x9 + h, y9 + k1 * h) = f(0.900000 + 0.100000, 2.979945 + 3.763272 * 0.100000) = 4.197744$$

$$y10 = y9 + (h / 2) * (k1 + k2) = 2.979945 + (0.100000 / 2) * (3.763272 + 4.197744) = 3.377996$$

Iteracion 11:

$$k1 = f(x10, y10) = f(1.000000, 3.377996) = 4.219467$$

$$k2 = f(x10 + h, y10 + k1 * h) = f(1.000000 + 0.100000, 3.377996 + 4.219467 * 0.100000) = 4.691150$$

$$y11 = y10 + (h / 2) * (k1 + k2) = 3.377996 + (0.100000 / 2) * (4.219467 + 4.691150) = 3.823527$$

Iteracion 12:

$$k1 = f(x11, y11) = f(1.100000, 3.823527) = 4.714734$$

$$k2 = f(x11 + h, y11 + k1 * h) = f(1.100000 + 0.100000, 3.823527 + 4.714734 * 0.100000) = 5.227040$$

$$y12 = y11 + (h / 2) * (k1 + k2) = 3.823527 + (0.100000 / 2) * (4.714734 + 5.227040) = 4.320616$$

Iteracion 13:

$$k1 = f(x12, y12) = f(1.200000, 4.320616) = 5.252655$$

$$k2 = f(x12 + h, y12 + k1 * h) = f(1.200000 + 0.100000, 4.320616 + 5.252655 * 0.100000) = 5.809439$$

$$y13 = y12 + (h / 2) * (k1 + k2) = 4.320616 + (0.100000 / 2) * (5.252655 + 5.809439) = 4.873720$$

Iteracion 14:

$$k1 = f(x13, y13) = f(1.300000, 4.873720) = 5.837279$$

$$k2 = f(x13 + h, y13 + k1 * h) = f(1.300000 + 0.100000, 4.873720 + 5.837279 * 0.100000) = 6.442898$$

$$y14 = y13 + (h / 2) * (k1 + k2) = 4.873720 + (0.100000 / 2) * (5.837279 + 6.442898) = 5.487729$$

Iteracion 15:

$$k1 = f(x14, y14) = f(1.400000, 5.487729) = 6.473179$$

$$k2 = f(x14 + h, y14 + k1 * h) = f(1.400000 + 0.100000, 5.487729 + 6.473179 * 0.100000) = 7.132542$$

$$y_{15} = y_{14} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 5.487729 + (0.100000 / 2) * (6.473179 + 7.132542) = 6.168015$$

Iteracion 16:

$$k_1 = f(x_{15}, y_{15}) = f(1.500000, 6.168015) = 7.165510$$

$$k_2 = f(x_{15} + h, y_{15} + k_1 * h) = f(1.500000 + 0.100000, 6.168015 + 7.165510 * 0.100000) = 7.884140$$

$$y_{16} = y_{15} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 6.168015 + (0.100000 / 2) * (7.165510 + 7.884140) = 6.920498$$

Iteracion 17:

$$k_1 = f(x_{16}, y_{16}) = f(1.600000, 6.920498) = 7.920071$$

$$k_2 = f(x_{16} + h, y_{16} + k_1 * h) = f(1.600000 + 0.100000, 6.920498 + 7.920071 * 0.100000) = 8.704170$$

$$y_{17} = y_{16} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 6.920498 + (0.100000 / 2) * (7.920071 + 8.704170) = 7.751710$$

Iteracion 18:

$$k_1 = f(x_{17}, y_{17}) = f(1.700000, 7.751710) = 8.743375$$

$$k_2 = f(x_{17} + h, y_{17} + k_1 * h) = f(1.700000 + 0.100000, 7.751710 + 8.743375 * 0.100000) = 9.599895$$

$$y_{18} = y_{17} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 7.751710 + (0.100000 / 2) * (8.743375 + 9.599895) = 8.668873$$

Iteracion 19:

$$k_1 = f(x_{18}, y_{18}) = f(1.800000, 8.668873) = 9.642721$$

$$k_2 = f(x_{18} + h, y_{18} + k_1 * h) = f(1.800000 + 0.100000, 8.668873 + 9.642721 * 0.100000) = 10.579446$$

$$y_{19} = y_{18} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 8.668873 + (0.100000 / 2) * (9.642721 + 10.579446) = 9.679982$$

Iteracion 20:

$$k_1 = f(x_{19}, y_{19}) = f(1.900000, 9.679982) = 10.626282$$

$$k_2 = f(x_{19} + h, y_{19} + k_1 * h) = f(1.900000 + 0.100000, 9.679982 + 10.626282 * 0.100000) = 11.651907$$

$$y_{20} = y_{19} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 9.679982 + (0.100000 / 2) * (10.626282 + 11.651907) = 10.793891$$

El valor de Y = 10.793891

Ejecución:

```

Algoritmo de Runge-Kutta(2do orden
)Ingresa el valor de X: 0
Ingresa el valor de XF: 2
Ingresa el valor de Y: 1
Ingresa el numero de iteraciones: 20
El valor de Y = 10.793891
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos

```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

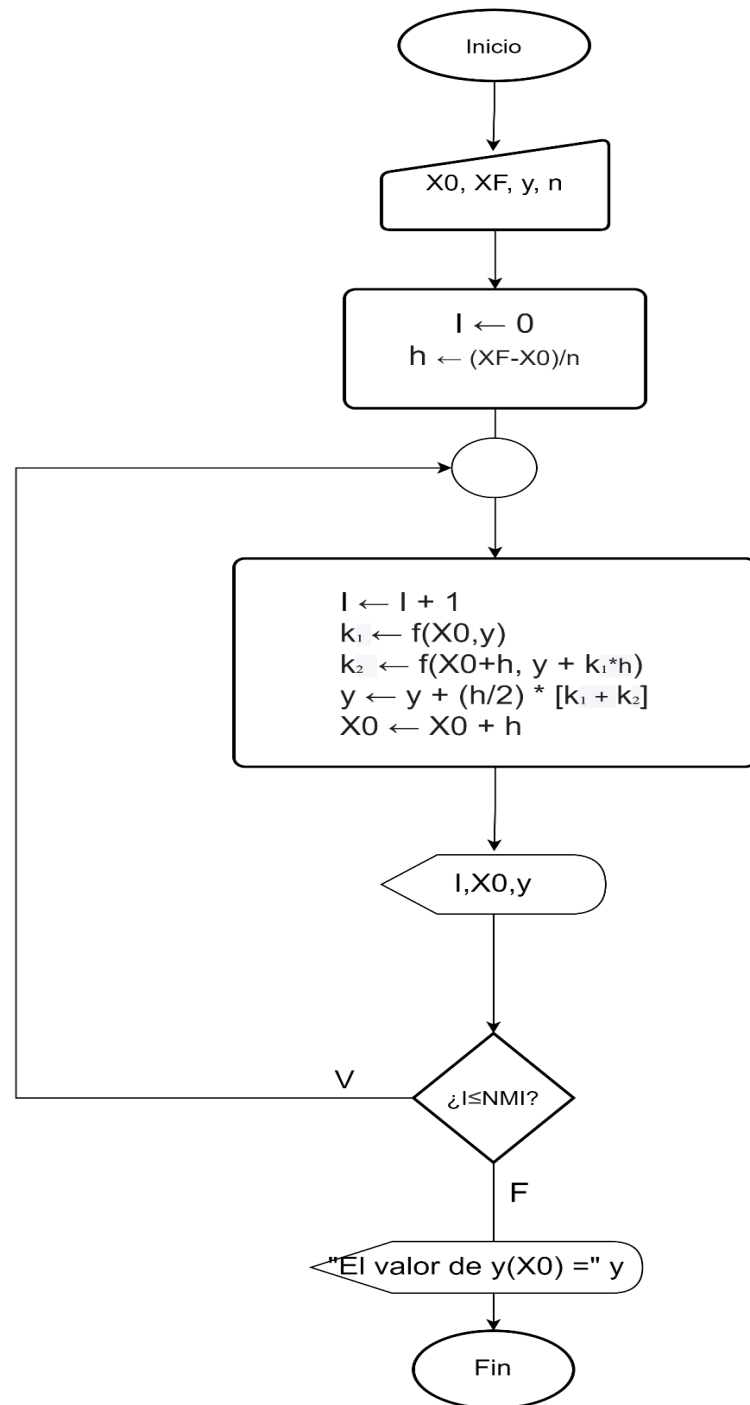
Algoritmo de Heun

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Heun

Descripción: El Método de Heun, también conocido como el método de Euler modificado, promedia la pendiente al inicio y al final del intervalo.

Utilidad: Ofrece mejor precisión en la solución de EDOs, adecuado para problemas que requieren un balance entre precisión y complejidad.



Pseudocódigo del Algoritmo de Heun

1. Inicio
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$
 - y
 - x_f
 - n
 - NMI
 - $h = (x_f - x_0) / n$
3. Bucle For ($i = 0; i < n; i++$):
 - $k_1 = f(x, y)$
 - $k_2 = f(x + h, y + k_1 * h)$
 - $y = y + (h / 2) * (k_1 + k_2)$
 - $x = x + h$
4. Fin del Bucle For
5. Imprimir: i, x, y
6. Condición: Si $i \leq \text{NMI}$ entonces
 - Imprimir: i, x, y
7. Fin

Código:

```
double x0, xf, y, h, n;
printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de XF: ");
scanf("%lf", &xf);

printf("Ingresa el valor de Y: ");
scanf("%lf", &y);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%lf", &n);

h = (xf - x0) / n;

for (int i = 0; i < n; ++i) {
    double k1 = f(x0, y);
    double k2 = f(x0 + h, y + k1 * h); // Corrección aquí
    y = y + (h / 2) * (k1 + k2);
    x0 = x0 + h;
}

printf("El valor de Y = %lf", y);
```

Prueba de escritorio

$f(x,y)=\sin(x) + y$;

Ingresa el valor de X: 0

Ingresa el valor de XF: 2

Ingresa el valor de Y: 1

Ingresa el numero de iteraciones: 20

Iteracion 1:

$$k1 = f(x0, y0) = f(0.000000, 1.000000) = 1.000000$$

$$k2 = f(x0 + h, y0 + k1 * h) = f(0.000000 + 0.100000, 1.000000 + 1.000000 * 0.100000) = 1.199833$$

$$y1 = y0 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.000000 + (0.100000 / 2) * (1.000000 + 1.199833) = 1.109992$$

$$x1 = x0 + h = 0.000000 + 0.100000 = 0.100000$$

Iteracion 2:

$$k1 = f(x1, y1) = f(0.100000, 1.109992) = 1.209825$$

$$k2 = f(x1 + h, y1 + k1 * h) = f(0.100000 + 0.100000, 1.109992 + 1.209825 * 0.100000) = 1.429644$$

$$y2 = y1 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.109992 + (0.100000 / 2) * (1.209825 + 1.429644) = 1.241965$$

$$x2 = x1 + h = 0.100000 + 0.100000 = 0.200000$$

Iteracion 3:

$$k1 = f(x2, y2) = f(0.200000, 1.241965) = 1.440634$$

$$k2 = f(x2 + h, y2 + k1 * h) = f(0.200000 + 0.100000, 1.241965 + 1.440634 * 0.100000) = 1.681549$$

$$y3 = y2 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.241965 + (0.100000 / 2) * (1.440634 + 1.681549) = 1.398074$$

$$x3 = x2 + h = 0.200000 + 0.100000 = 0.300000$$

Iteracion 4:

$$k1 = f(x3, y3) = f(0.300000, 1.398074) = 1.693594$$

$$k2 = f(x3 + h, y3 + k1 * h) = f(0.300000 + 0.100000, 1.398074 + 1.693594 * 0.100000) = 1.956852$$

$$y4 = y3 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.398074 + (0.100000 / 2) * (1.693594 + 1.956852) = 1.580597$$

$$x4 = x3 + h = 0.300000 + 0.100000 = 0.400000$$

Iteracion 5:

$$k1 = f(x4, y4) = f(0.400000, 1.580597) = 1.970015$$

$$k2 = f(x4 + h, y4 + k1 * h) = f(0.400000 + 0.100000, 1.580597 + 1.970015 * 0.100000) = 2.257024$$

$$y5 = y4 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.580597 + (0.100000 / 2) * (1.970015 + 2.257024) = 1.791949$$

$$x5 = x4 + h = 0.400000 + 0.100000 = 0.500000$$

Iteracion 6:

$$k1 = f(x5, y5) = f(0.500000, 1.791949) = 2.271374$$

$$k2 = f(x5 + h, y5 + k1 * h) = f(0.500000 + 0.100000, 1.791949 + 2.271374 * 0.100000) = 2.583728$$

$$y6 = y5 + (h / 2) * (k1 + k2) = 1.791949 + (0.100000 / 2) * (2.271374 + 2.583728) = 2.034704$$

$$x6 = x5 + h = 0.500000 + 0.100000 = 0.600000$$

Iteracion 7:

$$k1 = f(x6, y6) = f(0.600000, 2.034704) = 2.599346$$

$$k2 = f(x6 + h, y6 + k1 * h) = f(0.600000 + 0.100000, 2.034704 + 2.599346 * 0.100000) = 2.938856$$

$$y7 = y6 + (h / 2) * (k1 + k2) = 2.034704 + (0.100000 / 2) * (2.599346 + 2.938856) = 2.311614$$

$$x7 = x6 + h = 0.600000 + 0.100000 = 0.700000$$

Iteracion 8:

$$k1 = f(x7, y7) = f(0.700000, 2.311614) = 2.955831$$

$$k2 = f(x7 + h, y7 + k1 * h) = f(0.700000 + 0.100000, 2.311614 + 2.955831 * 0.100000) = 3.324553$$

$$y8 = y7 + (h / 2) * (k1 + k2) = 2.311614 + (0.100000 / 2) * (2.955831 + 3.324553) = 2.625633$$

$$x8 = x7 + h = 0.700000 + 0.100000 = 0.800000$$

Iteracion 9:

$$k1 = f(x8, y8) = f(0.800000, 2.625633) = 3.342989$$

$$k2 = f(x8 + h, y8 + k1 * h) = f(0.800000 + 0.100000, 2.625633 + 3.342989 * 0.100000) = 3.743259$$

$$y9 = y8 + (h / 2) * (k1 + k2) = 2.625633 + (0.100000 / 2) * (3.342989 + 3.743259) = 2.979945$$

$$x9 = x8 + h = 0.800000 + 0.100000 = 0.900000$$

Iteracion 10:

$$k1 = f(x9, y9) = f(0.900000, 2.979945) = 3.763272$$

$$k2 = f(x9 + h, y9 + k1 * h) = f(0.900000 + 0.100000, 2.979945 + 3.763272 * 0.100000) = 4.197744$$

$$y10 = y9 + (h / 2) * (k1 + k2) = 2.979945 + (0.100000 / 2) * (3.763272 + 4.197744) = 3.377996$$

$$x10 = x9 + h = 0.900000 + 0.100000 = 1.000000$$

Iteracion 11:

$$k1 = f(x10, y10) = f(1.000000, 3.377996) = 4.219467$$

$$k2 = f(x10 + h, y10 + k1 * h) = f(1.000000 + 0.100000, 3.377996 + 4.219467 * 0.100000) = 4.691150$$

$$y11 = y10 + (h / 2) * (k1 + k2) = 3.377996 + (0.100000 / 2) * (4.219467 + 4.691150) = 3.823527$$

$$x11 = x10 + h = 1.000000 + 0.100000 = 1.100000$$

Iteracion 12:

$$k1 = f(x11, y11) = f(1.100000, 3.823527) = 4.714734$$

$$k2 = f(x11 + h, y11 + k1 * h) = f(1.100000 + 0.100000, 3.823527 + 4.714734 * 0.100000) = 5.227040$$

$$y12 = y11 + (h / 2) * (k1 + k2) = 3.823527 + (0.100000 / 2) * (4.714734 + 5.227040) = 4.320616$$

$$x12 = x11 + h = 1.100000 + 0.100000 = 1.200000$$

Iteracion 13:

$$k1 = f(x12, y12) = f(1.200000, 4.320616) = 5.252655$$

$$k2 = f(x12 + h, y12 + k1 * h) = f(1.200000 + 0.100000, 4.320616 + 5.252655 * 0.100000) = 5.809439$$

$$y13 = y12 + (h / 2) * (k1 + k2) = 4.320616 + (0.100000 / 2) * (5.252655 + 5.809439) = 4.873720$$

$$x13 = x12 + h = 1.200000 + 0.100000 = 1.300000$$

Iteracion 14:

$$k1 = f(x13, y13) = f(1.300000, 4.873720) = 5.837279$$

$$k2 = f(x13 + h, y13 + k1 * h) = f(1.300000 + 0.100000, 4.873720 + 5.837279 * 0.100000) = 6.442898$$

$$y14 = y13 + (h / 2) * (k1 + k2) = 4.873720 + (0.100000 / 2) * (5.837279 + 6.442898) = 5.487729$$

$$x14 = x13 + h = 1.300000 + 0.100000 = 1.400000$$

Iteracion 15:

$$k_1 = f(x_{14}, y_{14}) = f(1.400000, 5.487729) = 6.473179$$

$$k_2 = f(x_{14} + h, y_{14} + k_1 * h) = f(1.400000 + 0.100000, 5.487729 + 6.473179 * 0.100000) = 7.132542$$

$$y_{15} = y_{14} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 5.487729 + (0.100000 / 2) * (6.473179 + 7.132542) = 6.168015$$

$$x_{15} = x_{14} + h = 1.400000 + 0.100000 = 1.500000$$

Iteracion 16:

$$k_1 = f(x_{15}, y_{15}) = f(1.500000, 6.168015) = 7.165510$$

$$k_2 = f(x_{15} + h, y_{15} + k_1 * h) = f(1.500000 + 0.100000, 6.168015 + 7.165510 * 0.100000) = 7.884140$$

$$y_{16} = y_{15} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 6.168015 + (0.100000 / 2) * (7.165510 + 7.884140) = 6.920498$$

$$x_{16} = x_{15} + h = 1.500000 + 0.100000 = 1.600000$$

Iteracion 17:

$$k_1 = f(x_{16}, y_{16}) = f(1.600000, 6.920498) = 7.920071$$

$$k_2 = f(x_{16} + h, y_{16} + k_1 * h) = f(1.600000 + 0.100000, 6.920498 + 7.920071 * 0.100000) = 8.704170$$

$$y_{17} = y_{16} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 6.920498 + (0.100000 / 2) * (7.920071 + 8.704170) = 7.751710$$

$$x_{17} = x_{16} + h = 1.600000 + 0.100000 = 1.700000$$

Iteracion 18:

$$k_1 = f(x_{17}, y_{17}) = f(1.700000, 7.751710) = 8.743375$$

$$k_2 = f(x_{17} + h, y_{17} + k_1 * h) = f(1.700000 + 0.100000, 7.751710 + 8.743375 * 0.100000) = 9.599895$$

$$y_{18} = y_{17} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 7.751710 + (0.100000 / 2) * (8.743375 + 9.599895) = 8.668873$$

$$x_{18} = x_{17} + h = 1.700000 + 0.100000 = 1.800000$$

Iteracion 19:

$$k_1 = f(x_{18}, y_{18}) = f(1.800000, 8.668873) = 9.642721$$

$$k_2 = f(x_{18} + h, y_{18} + k_1 * h) = f(1.800000 + 0.100000, 8.668873 + 9.642721 * 0.100000) = 10.579446$$

$$y_{19} = y_{18} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 8.668873 + (0.100000 / 2) * (9.642721 + 10.579446) = 9.679982$$

$$x_{19} = x_{18} + h = 1.800000 + 0.100000 = 1.900000$$

Iteracion 20:

$$k_1 = f(x_{19}, y_{19}) = f(1.900000, 9.679982) = 10.626282$$

$$k_2 = f(x_{19} + h, y_{19} + k_1 * h) = f(1.900000 + 0.100000, 9.679982 + 10.626282 * 0.100000) = 11.651907$$

$$y_{20} = y_{19} + (h / 2) * (k_1 + k_2) = 9.679982 + (0.100000 / 2) * (10.626282 + 11.651907) = 10.793891$$

$$x_{20} = x_{19} + h = 1.900000 + 0.100000 = 2.000000$$

El valor de Y = 10.793891

Ejecución:

```
Algoritmo de Heun  
Ingresa el valor de X: 0  
Ingresa el valor de XF: 2  
Ingresa el valor de Y: 1  
Ingresa el numero de iteraciones: 20  
El valor de Y = 10.793891  
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

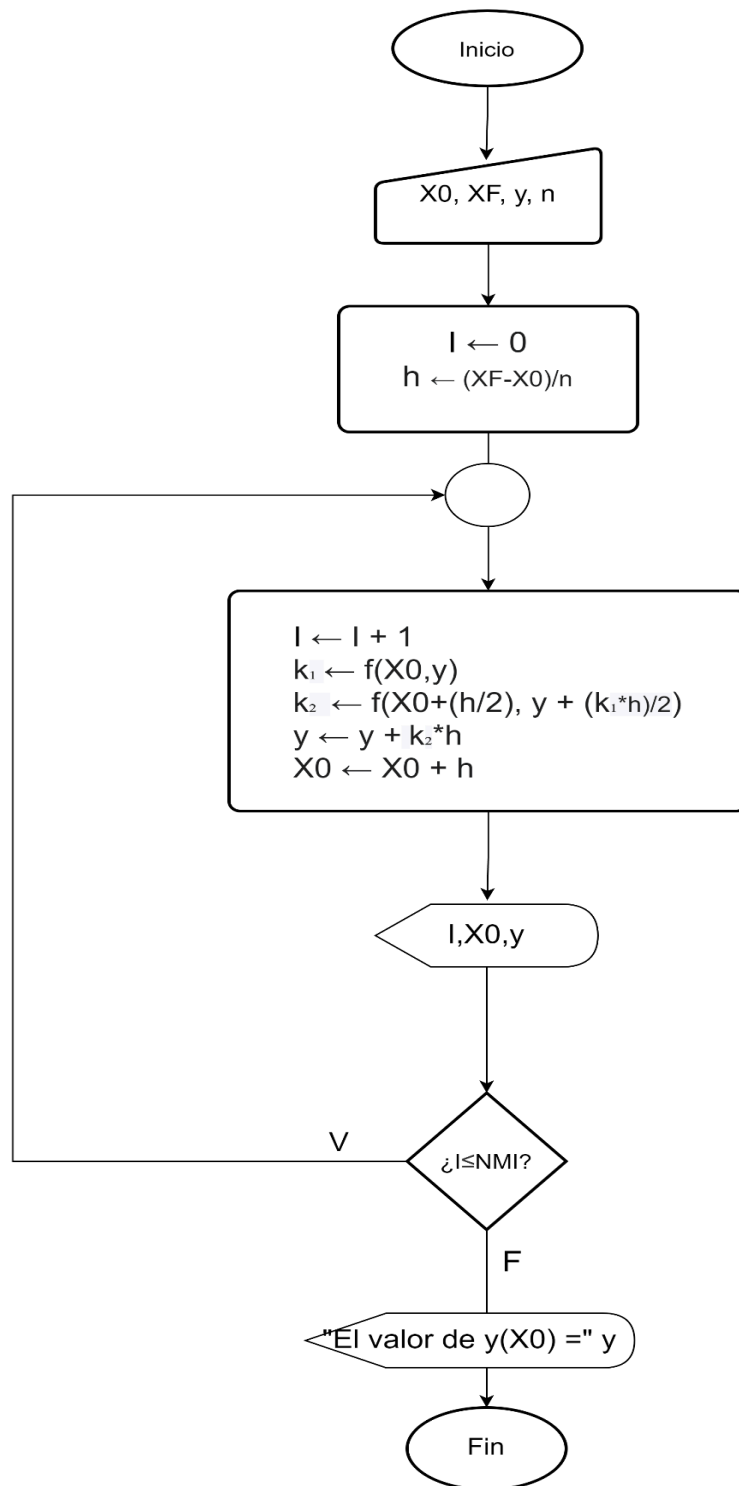
Algoritmo de Punto Medio

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Punto Medio

Descripción: El Método de Punto Medio es un método de segundo orden que utiliza la pendiente en el punto medio del intervalo para mejorar la precisión.

Utilidad: Se emplea para mejorar la precisión en la solución de EDOs sin aumentar significativamente la carga computacional.



Pseudocódigo del Algoritmo del Punto Medio

1. Inicio
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$
 - y
 - x_f
 - n
 - NMI
 - $h = (x_f - x_0) / n$
3. Bucle For ($i = 0; i < n; i++$):
 - $k_1 = f(x, y)$
 - $x_m = x + h / 2$
 - $y_m = y + h / 2 * k_1$
 - $k_2 = f(x_m, y_m)$
 - $y = y + h * k_2$
 - $x = x + h$
4. Fin del Bucle For
5. Imprimir: i, x, y
6. Condición: Si $i \leq NMI$ entonces
 - Imprimir: i, x, y
7. Fin

Código:

```
double x0, xf, y, h, n;
```

```
printf("Ingresa el valor de X: ");
```

```
scanf("%lf", &x0);
```

```
printf("Ingresa el valor de XF: ");
```

```
scanf("%lf", &xf);
```

```
printf("Ingresa el valor de Y: ");
```

```
scanf("%lf", &y);
```

```
printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
```

```
scanf("%lf", &n);
```


$h = (x_f - x_0) / n;$

```
for (int i = 0; i < n; ++i) {  
    double k1 = f(x0, y);  
    double k2 = f(x0 + h/2, y + (k1 * h)/2); // Corrección aquí  
    y = y + (k2 * h);  
    x0 = x0 + h;  
}  
  
printf("El valor de Y = %lf", y);
```

Prueba de escritorio

$f(x,y)=\sin(x) + y;$

Ingresa el valor de X: 0

Ingresa el valor de XF: 2

Ingresa el valor de Y: 1

Ingresa el numero de iteraciones: 20

Iteracion 1:

$k1 = f(x_0, y_0) = f(0.000000, 1.000000) = 1.000000$

$k2 = f(x_0 + h/2, y_0 + (k1 * h)/2) = f(0.000000 + 0.100000/2, 1.000000 + (1.000000 * 0.100000)/2) = 1.099979$

$y1 = y_0 + (k2 * h) = 1.000000 + (1.099979 * 0.100000) = 1.109998$

$x1 = x_0 + h = 0.000000 + 0.100000 = 0.100000$

Iteracion 2:

$k1 = f(x1, y1) = f(0.100000, 1.109998) = 1.209831$

$k2 = f(x1 + h/2, y1 + (k1 * h)/2) = f(0.100000 + 0.100000/2, 1.109998 + (1.209831 * 0.100000)/2) = 1.319928$

$y2 = y1 + (k2 * h) = 1.109998 + (1.319928 * 0.100000) = 1.241991$

$x2 = x1 + h = 0.100000 + 0.100000 = 0.200000$

Iteracion 3:

$k1 = f(x2, y2) = f(0.200000, 1.241991) = 1.440660$

$k2 = f(x2 + h/2, y2 + (k1 * h)/2) = f(0.200000 + 0.100000/2, 1.241991 + (1.440660 * 0.100000)/2) = 1.561428$

$y3 = y2 + (k2 * h) = 1.241991 + (1.561428 * 0.100000) = 1.398133$

$x3 = x2 + h = 0.200000 + 0.100000 = 0.300000$

Iteracion 4:

$k1 = f(x3, y3) = f(0.300000, 1.398133) = 1.693654$

$k2 = f(x3 + h/2, y3 + (k1 * h)/2) = f(0.300000 + 0.100000/2, 1.398133 + (1.693654 * 0.100000)/2) = 1.825714$

$$y_4 = y_3 + (k_2 * h) = 1.398133 + (1.825714 * 0.100000) = 1.580705$$

$$x_4 = x_3 + h = 0.300000 + 0.100000 = 0.400000$$

Iteracion 5:

$$k_1 = f(x_4, y_4) = f(0.400000, 1.580705) = 1.970123$$

$$k_2 = f(x_4 + h/2, y_4 + (k_1 * h)/2) = f(0.400000 + 0.100000/2, 1.580705 + (1.970123 * 0.100000)/2) = 2.114177$$

$$y_5 = y_4 + (k_2 * h) = 1.580705 + (2.114177 * 0.100000) = 1.792122$$

$$x_5 = x_4 + h = 0.400000 + 0.100000 = 0.500000$$

Iteracion 6:

$$k_1 = f(x_5, y_5) = f(0.500000, 1.792122) = 2.271548$$

$$k_2 = f(x_5 + h/2, y_5 + (k_1 * h)/2) = f(0.500000 + 0.100000/2, 1.792122 + (2.271548 * 0.100000)/2) = 2.428387$$

$$y_6 = y_5 + (k_2 * h) = 1.792122 + (2.428387 * 0.100000) = 2.034961$$

$$x_6 = x_5 + h = 0.500000 + 0.100000 = 0.600000$$

Iteracion 7:

$$k_1 = f(x_6, y_6) = f(0.600000, 2.034961) = 2.599604$$

$$k_2 = f(x_6 + h/2, y_6 + (k_1 * h)/2) = f(0.600000 + 0.100000/2, 2.034961 + (2.599604 * 0.100000)/2) = 2.770128$$

$$y_7 = y_6 + (k_2 * h) = 2.034961 + (2.770128 * 0.100000) = 2.311974$$

$$x_7 = x_6 + h = 0.600000 + 0.100000 = 0.700000$$

Iteracion 8:

$$k_1 = f(x_7, y_7) = f(0.700000, 2.311974) = 2.956192$$

$$k_2 = f(x_7 + h/2, y_7 + (k_1 * h)/2) = f(0.700000 + 0.100000/2, 2.311974 + (2.956192 * 0.100000)/2) = 3.141422$$

$$y_8 = y_7 + (k_2 * h) = 2.311974 + (3.141422 * 0.100000) = 2.626116$$

$$x_8 = x_7 + h = 0.700000 + 0.100000 = 0.800000$$

Iteracion 9:

$$k_1 = f(x_8, y_8) = f(0.800000, 2.626116) = 3.343472$$

$$k_2 = f(x_8 + h/2, y_8 + (k_1 * h)/2) = f(0.800000 + 0.100000/2, 2.626116 + (3.343472 * 0.100000)/2) = 3.544570$$

$$y_9 = y_8 + (k_2 * h) = 2.626116 + (3.544570 * 0.100000) = 2.980573$$

$$x_9 = x_8 + h = 0.800000 + 0.100000 = 0.900000$$

Iteracion 10:

$$k_1 = f(x_9, y_9) = f(0.900000, 2.980573) = 3.763900$$

$$k_2 = f(x_9 + h/2, y_9 + (k_1 * h)/2) = f(0.900000 + 0.100000/2, 2.980573 + (3.763900 * 0.100000)/2) = 3.982184$$

$$y_{10} = y_9 + (k_2 * h) = 2.980573 + (3.982184 * 0.100000) = 3.378792$$

$$x_{10} = x_9 + h = 0.900000 + 0.100000 = 1.000000$$

Iteracion 11:

$$k_1 = f(x_{10}, y_{10}) = f(1.000000, 3.378792) = 4.220263$$

$$k_2 = f(x_{10} + h/2, y_{10} + (k_1 * h)/2) = f(1.000000 + 0.100000/2, 3.378792 + (4.220263 * 0.100000)/2) = 4.457228$$

$$y_{11} = y_{10} + (k_2 * h) = 3.378792 + (4.457228 * 0.100000) = 3.824514$$

$$x_{11} = x_{10} + h = 1.000000 + 0.100000 = 1.100000$$

Iteracion 12:

$$k_1 = f(x_{11}, y_{11}) = f(1.100000, 3.824514) = 4.715722$$

$$k_2 = f(x_{11} + h/2, y_{11} + (k_1 * h)/2) = f(1.100000 + 0.100000/2, 3.824514 + (4.715722 * 0.100000)/2) = 4.973064$$

$$y_{12} = y_{11} + (k_2 * h) = 3.824514 + (4.973064 * 0.100000) = 4.321821$$

$$x_{12} = x_{11} + h = 1.100000 + 0.100000 = 1.200000$$

Iteracion 13:

$$k_1 = f(x_{12}, y_{12}) = f(1.200000, 4.321821) = 5.253860$$

$$k_2 = f(x_{12} + h/2, y_{12} + (k_1 * h)/2) = f(1.200000 + 0.100000/2, 4.321821 + (5.253860 * 0.100000)/2) = 5.533498$$

$$y_{13} = y_{12} + (k_2 * h) = 4.321821 + (5.533498 * 0.100000) = 4.875171$$

$$x_{13} = x_{12} + h = 1.200000 + 0.100000 = 1.300000$$

Iteracion 14:

$$k_1 = f(x_{13}, y_{13}) = f(1.300000, 4.875171) = 5.838729$$

$$k_2 = f(x_{13} + h/2, y_{13} + (k_1 * h)/2) = f(1.300000 + 0.100000/2, 4.875171 + (5.838729 * 0.100000)/2) = 6.142830$$

$$y_{14} = y_{13} + (k_2 * h) = 4.875171 + (6.142830 * 0.100000) = 5.489454$$

$$x_{14} = x_{13} + h = 1.300000 + 0.100000 = 1.400000$$

Iteracion 15:

$$k_1 = f(x_{14}, y_{14}) = f(1.400000, 5.489454) = 6.474903$$

$$k_2 = f(x_{14} + h/2, y_{14} + (k_1 * h)/2) = f(1.400000 + 0.100000/2, 5.489454 + (6.474903 * 0.100000)/2) = 6.805912$$

$$y_{15} = y_{14} + (k_2 * h) = 5.489454 + (6.805912 * 0.100000) = 6.170045$$

$$x_{15} = x_{14} + h = 1.400000 + 0.100000 = 1.500000$$

Iteracion 16:

$$k_1 = f(x_{15}, y_{15}) = f(1.500000, 6.170045) = 7.167540$$

$$k_2 = f(x_{15} + h/2, y_{15} + (k_1 * h)/2) = f(1.500000 + 0.100000/2, 6.170045 + (7.167540 * 0.100000)/2) = 7.528206$$

$$y_{16} = y_{15} + (k_2 * h) = 6.170045 + (7.528206 * 0.100000) = 6.922866$$

$$x_{16} = x_{15} + h = 1.500000 + 0.100000 = 1.600000$$

Iteracion 17:

$$k_1 = f(x_{16}, y_{16}) = f(1.600000, 6.922866) = 7.922439$$

$$k_2 = f(x_{16} + h/2, y_{16} + (k_1 * h)/2) = f(1.600000 + 0.100000/2, 6.922866 + (7.922439 * 0.100000)/2) = 8.315852$$

$$y_{17} = y_{16} + (k_2 * h) = 6.922866 + (8.315852 * 0.100000) = 7.754451$$

$$x_{17} = x_{16} + h = 1.600000 + 0.100000 = 1.700000$$

Iteracion 18:

$$k_1 = f(x_{17}, y_{17}) = f(1.700000, 7.754451) = 8.746116$$

$$k_2 = f(x_{17} + h/2, y_{17} + (k_1 * h)/2) = f(1.700000 + 0.100000/2, 7.754451 + (8.746116 * 0.100000)/2) = 9.175742$$

$$y_{18} = y_{17} + (k_2 * h) = 7.754451 + (9.175742 * 0.100000) = 8.672025$$

$$x_{18} = x_{17} + h = 1.700000 + 0.100000 = 1.800000$$

Iteracion 19:

$$k_1 = f(x_{18}, y_{18}) = f(1.800000, 8.672025) = 9.645873$$

$$k_2 = f(x_{18} + h/2, y_{18} + (k_1 * h)/2) = f(1.800000 + 0.100000/2, 8.672025 + (9.645873 * 0.100000)/2) = 10.115594$$

$$y_{19} = y_{18} + (k_2 * h) = 8.672025 + (10.115594 * 0.100000) = 9.683584$$

$$x_{19} = x_{18} + h = 1.800000 + 0.100000 = 1.900000$$

Iteracion 20:

$$k_1 = f(x_{19}, y_{19}) = f(1.900000, 9.683584) = 10.629884$$

$$k_2 = f(x_{19} + h/2, y_{19} + (k_1 * h)/2) = f(1.900000 + 0.100000/2, 9.683584 + (10.629884 * 0.100000)/2) = 11.144038$$

$$y_{20} = y_{19} + (k_2 * h) = 9.683584 + (11.144038 * 0.100000) = 10.797988$$

$$x_{20} = x_{19} + h = 1.900000 + 0.100000 = 2.000000$$

El valor de Y = 10.797988

Ejecución:

```
Algoritmo de Punto Medio
Ingresa el valor de X: 0
Ingresa el valor de XF: 2
Ingresa el valor de Y: 1
Ingresa el numero de iteraciones: 20
El valor de Y = 10.797988
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

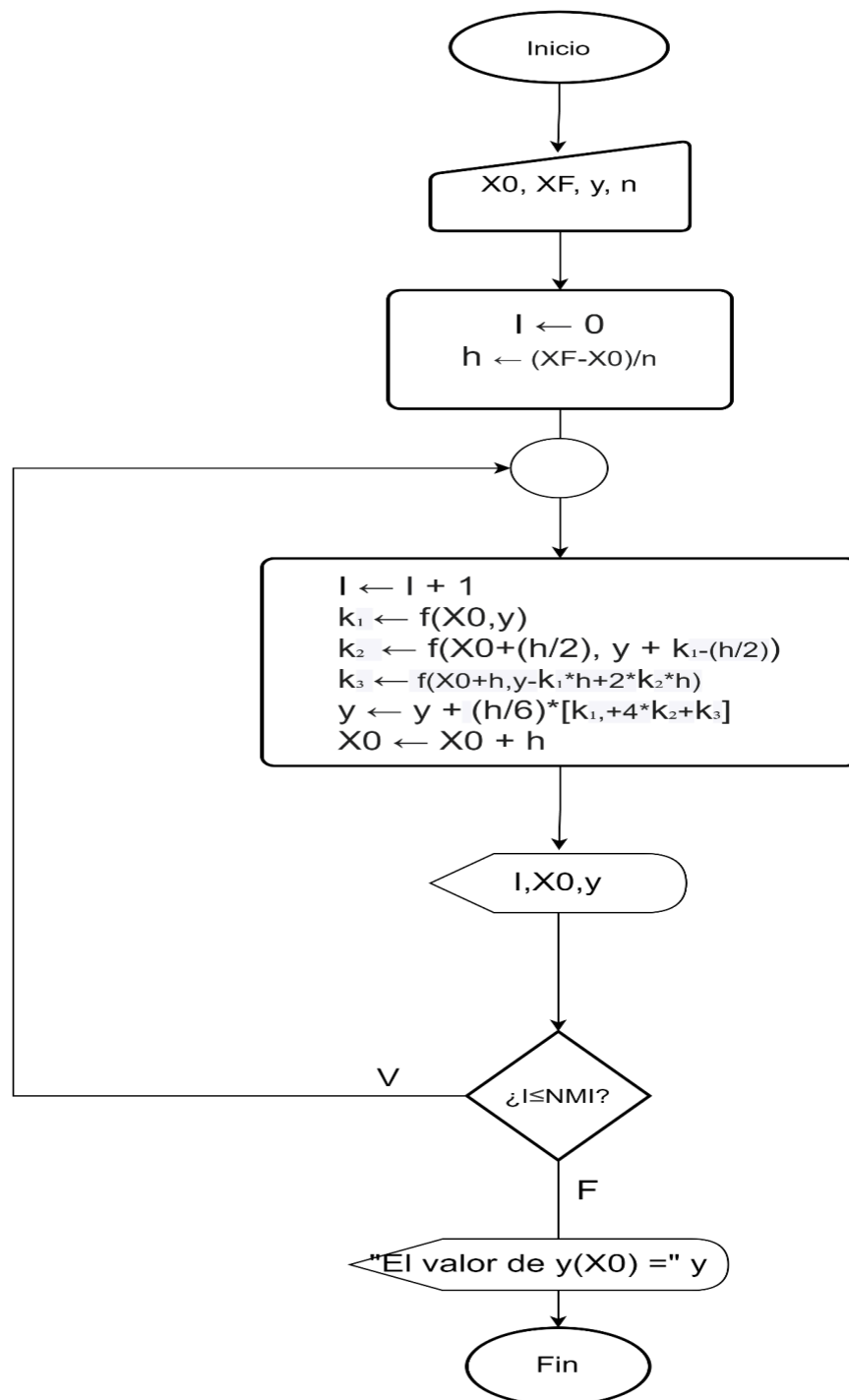
Algoritmo de Runge-Kutta(tercer orden)

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Runge-Kutta de Tercer Orden

Descripción: Este método utiliza una combinación de pendientes en varios puntos dentro del intervalo para lograr una precisión de tercer orden.

Utilidad: Proporciona una mayor precisión en la solución de EDOs que los métodos de menor orden.



Pseudocódigo del Método de Runge-Kutta de Tercer Orden

1. Inicio
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$
 - y
 - xf
 - n
 - NMI
 - $h = (xf - x_0) / n$
3. Bucle For ($i = 0; i < n; i++$):
 - $k_1 = f(x, y)$
 - $k_2 = f(x + h / 3, y + h * k_1 / 3)$
 - $k_3 = f(x + 2 * h / 3, y - h * k_1 / 3 + h * k_2)$
 - $y = y + h * (k_1 / 8 + 3 * k_2 / 8 + 3 * k_3 / 8)$
 - $x = x + h$
4. Fin del Bucle For
5. Imprimir: i, x, y
6. Condición: Si $i \leq NMI$ entonces
 - Imprimir: i, x, y
7. Fin

Código:

```
double x0, xf, y, h, n;
printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de XF: ");
scanf("%lf", &xf);

printf("Ingresa el valor de Y: ");
scanf("%lf", &y);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%lf", &n);

h = (xf - x0) / n;

for (int i = 0; i < n; ++i) {
    double k1 = f(x0, y);
    double k2 = f(x0 + h/2, y + k1 * h/2);
    double k3 = f(x0 + h, y - k1 * h + 2 * k2 * h);
    y = y + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3);
    x0 = x0 + h;
} printf("El valor de Y = %lf", y);
```

prueba de escritorio

$f(x,y)=\sin(x) + y$;

Ingresa el valor de X: 0

Ingresa el valor de XF: 3

Ingresa el valor de Y: 2

Ingresa el numero de iteraciones: 20

Iteracion 1:

$$k1 = f(x0, y0) = f(0.000000, 2.000000) = 2.000000$$

$$k2 = f(x0 + h/2, y0 + k1 * h/2) = f(0.000000 + 0.150000/2, 2.000000 + 2.000000 * 0.150000/2) = 2.224930$$

$$k3 = f(x0 + h, y0 - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(0.000000 + 0.150000, 2.000000 - 2.000000 * 0.150000 + 2 * 2.224930 * 0.150000) = 2.516917$$

$$y1 = y0 + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3) = 2.000000 + (0.150000 / 6) * (2.000000 + 4 * 2.224930 + 2.516917) = 2.335416$$

$$x1 = x0 + h = 0.000000 + 0.150000 = 0.150000$$

Iteracion 2:

$$k1 = f(x1, y1) = f(0.150000, 2.335416) = 2.484854$$

$$k2 = f(x1 + h/2, y1 + k1 * h/2) = f(0.150000 + 0.150000/2, 2.335416 + 2.484854 * 0.150000/2) = 2.744886$$

$$k3 = f(x1 + h, y1 - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(0.150000 + 0.150000, 2.335416 - 2.484854 * 0.150000 + 2 * 2.744886 * 0.150000) = 3.081674$$

$$y2 = y1 + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3) = 2.335416 + (0.150000 / 6) * (2.484854 + 4 * 2.744886 + 3.081674) = 2.749068$$

$$x2 = x1 + h = 0.150000 + 0.150000 = 0.300000$$

Iteracion 3:

$$k1 = f(x2, y2) = f(0.300000, 2.749068) = 3.044588$$

$$k2 = f(x2 + h/2, y2 + k1 * h/2) = f(0.300000 + 0.150000/2, 2.749068 + 3.044588 * 0.150000/2) = 3.343684$$

$$k3 = f(x2 + h, y2 - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(0.300000 + 0.150000, 2.749068 - 3.044588 * 0.150000 + 2 * 3.343684 * 0.150000) = 3.730450$$

$$y3 = y2 + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3) = 2.749068 + (0.150000 / 6) * (3.044588 + 4 * 3.343684 + 3.730450) = 3.252812$$

$$x3 = x2 + h = 0.300000 + 0.150000 = 0.450000$$

Iteracion 4:

$$k1 = f(x3, y3) = f(0.450000, 3.252812) = 3.687778$$

$$k2 = f(x3 + h/2, y3 + k1 * h/2) = f(0.450000 + 0.150000/2, 3.252812 + 3.687778 * 0.150000/2) = 4.030608$$

$$k3 = f(x3 + h, y3 - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(0.450000 + 0.150000, 3.252812 - 3.687778 * 0.150000 + 2 * 4.030608 * 0.150000) = 4.473470$$

$$y4 = y3 + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3) = 3.252812 + (0.150000 / 6) * (3.687778 + 4 * 4.030608 + 4.473470) = 3.859904$$

$$x4 = x3 + h = 0.450000 + 0.150000 = 0.600000$$

Iteracion 5:

$$k1 = f(x4, y4) = f(0.600000, 3.859904) = 4.424547$$

$$k2 = f(x4 + h/2, y4 + k1 * h/2) = f(0.600000 + 0.150000/2, 3.859904 + 4.424547 * 0.150000/2) = 4.816642$$

$$k3 = f(x4 + h, y4 - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(0.600000 + 0.150000, 3.859904 - 4.424547 * 0.150000 + 2 * 4.816642 * 0.150000) = 5.322854$$

$$y_5 = y_4 + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 3.859904 + (0.150000 / 6) * (4.424547 + 4 * 4.816642 + 5.322854) = 4.585253$$

$$x_5 = x_4 + h = 0.600000 + 0.150000 = 0.750000$$

Iteracion 6:

$$k_1 = f(x_5, y_5) = f(0.750000, 4.585253) = 5.266892$$

$$k_2 = f(x_5 + h/2, y_5 + k_1 * h/2) = f(0.750000 + 0.150000/2, 4.585253 + 5.266892 * 0.150000/2) = 5.714818$$

$$k_3 = f(x_5 + h, y_5 - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(0.750000 + 0.150000, 4.585253 - 5.266892 * 0.150000 + 2 * 5.714818 * 0.150000) = 6.292992$$

$$y_6 = y_5 + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 4.585253 + (0.150000 / 6) * (5.266892 + 4 * 5.714818 + 6.292992) = 5.445732$$

$$x_6 = x_5 + h = 0.750000 + 0.150000 = 0.900000$$

Iteracion 7:

$$k_1 = f(x_6, y_6) = f(0.900000, 5.445732) = 6.229059$$

$$k_2 = f(x_6 + h/2, y_6 + k_1 * h/2) = f(0.900000 + 0.150000/2, 5.445732 + 6.229059 * 0.150000/2) = 6.740614$$

$$k_3 = f(x_6 + h, y_6 - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(0.900000 + 0.150000, 5.445732 - 6.229059 * 0.150000 + 2 * 6.740614 * 0.150000) = 7.400981$$

$$y_7 = y_6 + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 5.445732 + (0.150000 / 6) * (6.229059 + 4 * 6.740614 + 7.400981) = 6.460545$$

$$x_7 = x_6 + h = 0.900000 + 0.150000 = 1.050000$$

Iteracion 8:

$$k_1 = f(x_7, y_7) = f(1.050000, 6.460545) = 7.327968$$

$$k_2 = f(x_7 + h/2, y_7 + k_1 * h/2) = f(1.050000 + 0.150000/2, 6.460545 + 7.327968 * 0.150000/2) = 7.912410$$

$$k_3 = f(x_7 + h, y_7 - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(1.050000 + 0.150000, 6.460545 - 7.327968 * 0.150000 + 2 * 7.912410 * 0.150000) = 8.667112$$

$$y_8 = y_7 + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 6.460545 + (0.150000 / 6) * (7.327968 + 4 * 7.912410 + 8.667112) = 7.651663$$

$$x_8 = x_7 + h = 1.050000 + 0.150000 = 1.200000$$

Iteracion 9:

$$k_1 = f(x_8, y_8) = f(1.200000, 7.651663) = 8.583702$$

$$k_2 = f(x_8 + h/2, y_8 + k_1 * h/2) = f(1.200000 + 0.150000/2, 7.651663 + 8.583702 * 0.150000/2) = 9.252011$$

$$k_3 = f(x_8 + h, y_8 - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(1.200000 + 0.150000, 7.651663 - 8.583702 * 0.150000 + 2 * 9.252011 * 0.150000) = 10.115434$$

$$y_9 = y_8 + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 7.651663 + (0.150000 / 6) * (8.583702 + 4 * 9.252011 + 10.115434) = 9.044342$$

$$x_9 = x_8 + h = 1.200000 + 0.150000 = 1.350000$$

Iteracion 10:

$$k_1 = f(x_9, y_9) = f(1.350000, 9.044342) = 10.020065$$

$$k_2 = f(x_9 + h/2, y_9 + k_1 * h/2) = f(1.350000 + 0.150000/2, 9.044342 + 10.020065 * 0.150000/2) = 10.785238$$

$$k_3 = f(x_9 + h, y_9 - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(1.350000 + 0.150000, 9.044342 - 10.020065 * 0.150000 + 2 * 10.785238 * 0.150000) = 11.774399$$

$$y_{10} = y_9 + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 9.044342 + (0.150000 / 6) * (10.020065 + 4 * 10.785238 + 11.774399) = 10.667727$$

$$x_{10} = x_9 + h = 1.350000 + 0.150000 = 1.500000$$

Iteracion 11:

$$k1 = f(x_{10}, y_{10}) = f(1.500000, 10.667727) = 11.665222$$

$$k2 = f(x_{10} + h/2, y_{10} + k1 * h/2) = f(1.500000 + 0.150000/2, 10.667727 + 11.665222 * 0.150000/2) = 12.542610$$

$$k3 = f(x_{10} + h, y_{10} - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(1.500000 + 0.150000, 10.667727 - 11.665222 * 0.150000 + 2 * 12.542610 * 0.150000) = 13.677592$$

$$y_{11} = y_{10} + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3) = 10.667727 + (0.150000 / 6) * (11.665222 + 4 * 12.542610 + 13.677592) = 12.555559$$

$$x_{11} = x_{10} + h = 1.500000 + 0.150000 = 1.650000$$

Iteracion 12:

$$k1 = f(x_{11}, y_{11}) = f(1.650000, 12.555559) = 13.552424$$

$$k2 = f(x_{11} + h/2, y_{11} + k1 * h/2) = f(1.650000 + 0.150000/2, 12.555559 + 13.552424 * 0.150000/2) = 14.560125$$

$$k3 = f(x_{11} + h, y_{11} - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(1.650000 + 0.150000, 12.555559 - 13.552424 * 0.150000 + 2 * 14.560125 * 0.150000) = 15.864580$$

$$y_{12} = y_{11} + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3) = 12.555559 + (0.150000 / 6) * (13.552424 + 4 * 14.560125 + 15.864580) = 14.746996$$

$$x_{12} = x_{11} + h = 1.650000 + 0.150000 = 1.800000$$

Iteracion 13:

$$k1 = f(x_{12}, y_{12}) = f(1.800000, 14.746996) = 15.720844$$

$$k2 = f(x_{12} + h/2, y_{12} + k1 * h/2) = f(1.800000 + 0.150000/2, 14.746996 + 15.720844 * 0.150000/2) = 16.880146$$

$$k3 = f(x_{12} + h, y_{12} - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(1.800000 + 0.150000, 14.746996 - 15.720844 * 0.150000 + 2 * 16.880146 * 0.150000) = 18.381873$$

$$y_{13} = y_{12} + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3) = 14.746996 + (0.150000 / 6) * (15.720844 + 4 * 16.880146 + 18.381873) = 17.287579$$

$$x_{13} = x_{12} + h = 1.800000 + 0.150000 = 1.950000$$

Iteracion 14:

$$k1 = f(x_{13}, y_{13}) = f(1.950000, 17.287579) = 18.216539$$

$$k2 = f(x_{13} + h/2, y_{13} + k1 * h/2) = f(1.950000 + 0.150000/2, 17.287579 + 18.216539 * 0.150000/2) = 19.552430$$

$$k3 = f(x_{13} + h, y_{13} - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(1.950000 + 0.150000, 17.287579 - 18.216539 * 0.150000 + 2 * 19.552430 * 0.150000) = 21.284037$$

$$y_{14} = y_{13} + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3) = 17.287579 + (0.150000 / 6) * (18.216539 + 4 * 19.552430 + 21.284037) = 20.230336$$

$$x_{14} = x_{13} + h = 1.950000 + 0.150000 = 2.100000$$

Iteracion 15:

$$k1 = f(x_{14}, y_{14}) = f(2.100000, 20.230336) = 21.093546$$

$$k2 = f(x_{14} + h/2, y_{14} + k1 * h/2) = f(2.100000 + 0.150000/2, 20.230336 + 21.093546 * 0.150000/2) = 22.635307$$

$$k3 = f(x_{14} + h, y_{14} - k1 * h + 2 * k2 * h) = f(2.100000 + 0.150000, 20.230336 - 21.093546 * 0.150000 + 2 * 22.635307 * 0.150000) = 24.634970$$

$$y_{15} = y_{14} + (h / 6) * (k1 + 4 * k2 + k3) = 20.230336 + (0.150000 / 6) * (21.093546 + 4 * 22.635307 + 24.634970) = 23.637080$$

$$x_{15} = x_{14} + h = 2.100000 + 0.150000 = 2.250000$$

Iteracion 16:

$$k1 = f(x_{15}, y_{15}) = f(2.250000, 23.637080) = 24.415153$$

$$k_2 = f(x_{15} + h/2, y_{15} + k_1 * h/2) = f(2.250000 + 0.150000/2, 23.637080 + 24.415153 * 0.150000/2) = 26.197033$$

$$k_3 = f(x_{15} + h, y_{15} - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(2.250000 + 0.150000, 23.637080 - 24.415153 * 0.150000 + 2 * 26.197033 * 0.150000) = 28.509380$$

$$y_{16} = y_{15} + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 23.637080 + (0.150000 / 6) * (24.415153 + 4 * 26.197033 + 28.509380) = 27.579897$$

$$x_{16} = x_{15} + h = 2.250000 + 0.150000 = 2.400000$$

Iteracion 17:

$$k_1 = f(x_{16}, y_{16}) = f(2.400000, 27.579897) = 28.255360$$

$$k_2 = f(x_{16} + h/2, y_{16} + k_1 * h/2) = f(2.400000 + 0.150000/2, 27.579897 + 28.255360 * 0.150000/2) = 30.317360$$

$$k_3 = f(x_{16} + h, y_{16} - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(2.400000 + 0.150000, 27.579897 - 28.255360 * 0.150000 + 2 * 30.317360 * 0.150000) = 32.994484$$

$$y_{17} = y_{16} + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 27.579897 + (0.150000 / 6) * (28.255360 + 4 * 30.317360 + 32.994484) = 32.142879$$

$$x_{17} = x_{16} + h = 2.400000 + 0.150000 = 2.550000$$

Iteracion 18:

$$k_1 = f(x_{17}, y_{17}) = f(2.550000, 32.142879) = 32.700563$$

$$k_2 = f(x_{17} + h/2, y_{17} + k_1 * h/2) = f(2.550000 + 0.150000/2, 32.142879 + 32.700563 * 0.150000/2) = 35.089341$$

$$k_3 = f(x_{17} + h, y_{17} - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(2.550000 + 0.150000, 32.142879 - 32.700563 * 0.150000 + 2 * 35.089341 * 0.150000) = 38.191977$$

$$y_{18} = y_{17} + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 32.142879 + (0.150000 / 6) * (32.700563 + 4 * 35.089341 + 38.191977) = 37.424126$$

$$x_{18} = x_{17} + h = 2.550000 + 0.150000 = 2.700000$$

Iteracion 19:

$$k_1 = f(x_{18}, y_{18}) = f(2.700000, 37.424126) = 37.851506$$

$$k_2 = f(x_{18} + h/2, y_{18} + k_1 * h/2) = f(2.700000 + 0.150000/2, 37.424126 + 37.851506 * 0.150000/2) = 40.621426$$

$$k_3 = f(x_{18} + h, y_{18} - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(2.700000 + 0.150000, 37.424126 - 37.851506 * 0.150000 + 2 * 40.621426 * 0.150000) = 44.220306$$

$$y_{19} = y_{18} + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 37.424126 + (0.150000 / 6) * (37.851506 + 4 * 40.621426 + 44.220306) = 43.538064$$

$$x_{19} = x_{18} + h = 2.700000 + 0.150000 = 2.850000$$

Iteracion 20:

$$k_1 = f(x_{19}, y_{19}) = f(2.850000, 43.538064) = 43.825542$$

$$k_2 = f(x_{19} + h/2, y_{19} + k_1 * h/2) = f(2.850000 + 0.150000/2, 43.538064 + 43.825542 * 0.150000/2) = 47.039883$$

$$k_3 = f(x_{19} + h, y_{19} - k_1 * h + 2 * k_2 * h) = f(2.850000 + 0.150000, 43.538064 - 43.825542 * 0.150000 + 2 * 47.039883 * 0.150000) = 51.217318$$

$$y_{20} = y_{19} + (h / 6) * (k_1 + 4 * k_2 + k_3) = 43.538064 + (0.150000 / 6) * (43.825542 + 4 * 47.039883 + 51.217318) = 50.618124$$

$$x_{20} = x_{19} + h = 2.850000 + 0.150000 = 3.000000$$

El valor de Y = 50.618124

Ejecución:

```
Algoritmo de Runge-Kutta(3er orden)
Ingresa el valor de X: 0
Ingresa el valor de XF: 3
Ingresa el valor de Y: 2
Ingresa el numero de iteraciones: 20
El valor de Y = 50.618124
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

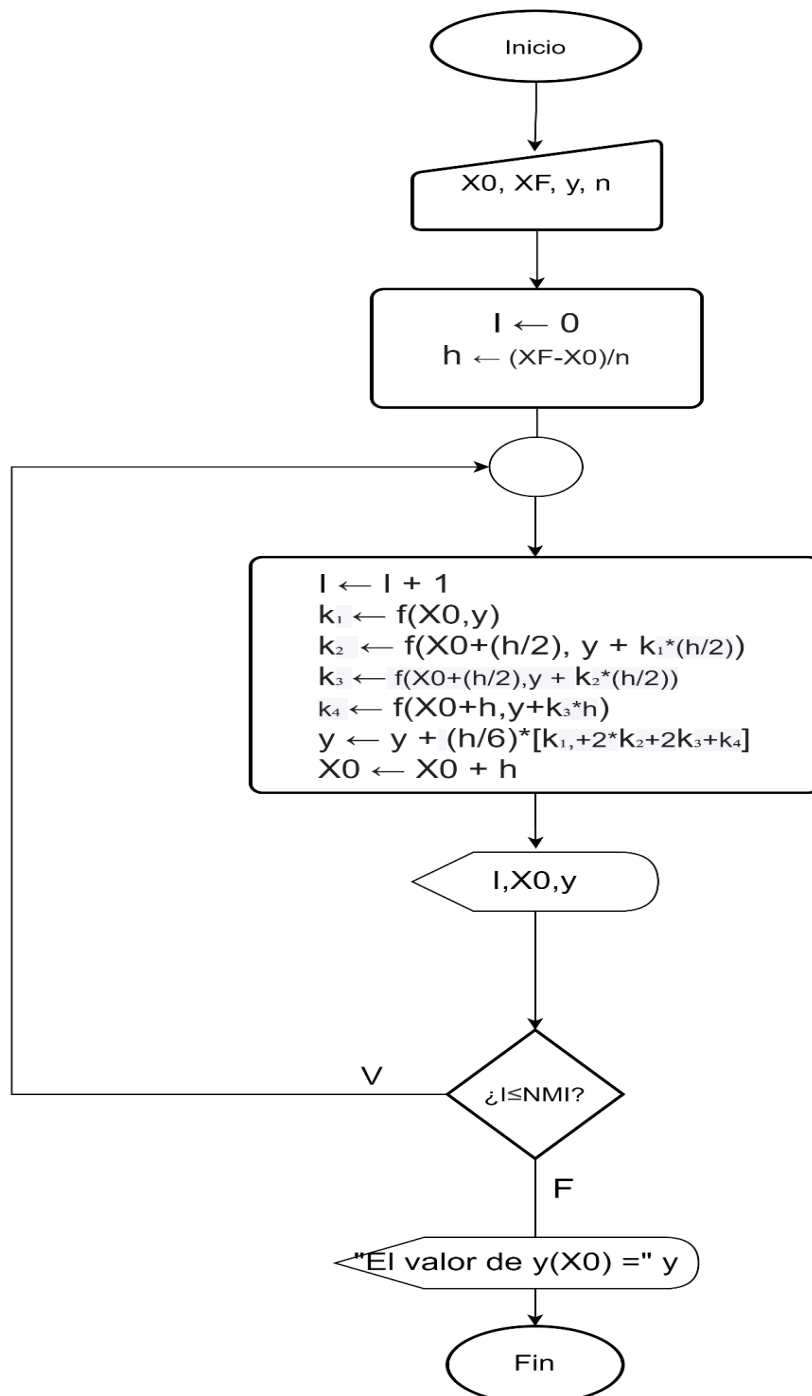
Algoritmo de Runge-Kutta(Cuarto orden)

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Runge-Kutta de Cuarto Orden

Descripción: Uno de los métodos más populares, el Algoritmo de Runge-Kutta de Cuarto Orden (RK4), utiliza cuatro evaluaciones de la pendiente por intervalo para alcanzar una alta precisión.

Utilidad: Es ampliamente usado por su balance entre precisión y eficiencia computacional en la solución de EDOs.



Pseudocódigo del Método de Runge-Kutta de Cuarto Orden

1. Inicio
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$
 - y
 - x_f
 - n
 - NMI
 - $h = (x_f - x_0) / n$
3. Bucle For ($i = 0; i < n; i++$):
 - $k_1 = f(x, y)$
 - $k_2 = f(x + h / 2, y + h / 2 * k_1)$
 - $k_3 = f(x + h / 2, y + h / 2 * k_2)$
 - $k_4 = f(x + h, y + h * k_3)$
 - $y = y + h / 6 * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4)$
 - $x = x + h$
4. Fin del Bucle For
5. Imprimir: i, x, y
6. Condición: Si $i \leq NMI$ entonces
 - Imprimir: i, x, y
7. Fin

Código:

```
double x0, xf, y, h, n;
printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de XF: ");
scanf("%lf", &xf);

printf("Ingresa el valor de Y: ");
scanf("%lf", &y);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%lf", &n);

h = (xf - x0) / n;

for (int i = 0; i < n; ++i) {
    double k1 = f(x0, y);
    double k2 = f(x0 + h/2, y + k1 * h/2);
    double k3 = f(x0 + h/2, y + k2 * h/2); // Corrección aquí
    double k4 = f(x0 + h, y + k3 * h);
    y = y + (h / 6) * (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4);
    x0 = x0 + h;
    printf("El valor de Y = %lf", y);
```

Prueba de escritorio

$f(x,y)=\sin(x) + y$;

Ingresa el valor de X: 0

Ingresa el valor de XF: 2

Ingresa el valor de Y: 1

Ingresa el numero de iteraciones: 20

Iteracion 1:

$$k1 = f(x0, y0) = f(0.000000, 1.000000) = 1.000000$$

$$k2 = f(x0 + h/2, y0 + k1 * h/2) = f(0.000000 + 0.100000/2, 1.000000 + 1.000000 * 0.100000/2) = 1.099979$$

$$k3 = f(x0 + h/2, y0 + k2 * h/2) = f(0.000000 + 0.100000/2, 1.000000 + 1.099979 * 0.100000/2) = 1.104978$$

$$k4 = f(x0 + h, y0 + k3 * h) = f(0.000000 + 0.100000, 1.000000 + 1.104978 * 0.100000) = 1.210331$$

$$y1 = y0 + (h / 6) * (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) = 1.000000 + (0.100000 / 6) * (1.000000 + 2 * 1.099979 + 2 * 1.104978 + 1.210331) = 1.110337$$

$$x1 = x0 + h = 0.000000 + 0.100000 = 0.100000$$

Iteracion 2:

$$k1 = f(x1, y1) = f(0.100000, 1.110337) = 1.210171$$

$$k2 = f(x1 + h/2, y1 + k1 * h/2) = f(0.100000 + 0.100000/2, 1.110337 + 1.210171 * 0.100000/2) = 1.320284$$

$$k3 = f(x1 + h/2, y1 + k2 * h/2) = f(0.100000 + 0.100000/2, 1.110337 + 1.320284 * 0.100000/2) = 1.325790$$

$$k4 = f(x1 + h, y1 + k3 * h) = f(0.100000 + 0.100000, 1.110337 + 1.325790 * 0.100000) = 1.441586$$

$$y2 = y1 + (h / 6) * (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) = 1.110337 + (0.100000 / 6) * (1.210171 + 2 * 1.320284 + 2 * 1.325790 + 1.441586) = 1.242736$$

$$x2 = x1 + h = 0.100000 + 0.100000 = 0.200000$$

Iteracion 3:

$$k1 = f(x2, y2) = f(0.200000, 1.242736) = 1.441405$$

$$k2 = f(x2 + h/2, y2 + k1 * h/2) = f(0.200000 + 0.100000/2, 1.242736 + 1.441405 * 0.100000/2) = 1.562210$$

$$k3 = f(x2 + h/2, y2 + k2 * h/2) = f(0.200000 + 0.100000/2, 1.242736 + 1.562210 * 0.100000/2) = 1.568250$$

$$k4 = f(x2 + h, y2 + k3 * h) = f(0.200000 + 0.100000, 1.242736 + 1.568250 * 0.100000) = 1.695081$$

$$y3 = y2 + (h / 6) * (k1 + 2 * k2 + 2 * k3 + k4) = 1.242736 + (0.100000 / 6) * (1.441405 + 2 * 1.562210 + 2 * 1.568250 + 1.695081) = 1.399359$$

$$x3 = x2 + h = 0.200000 + 0.100000 = 0.300000$$

Iteracion 4:

$$k1 = f(x3, y3) = f(0.300000, 1.399359) = 1.694879$$

$$k2 = f(x3 + h/2, y3 + k1 * h/2) = f(0.300000 + 0.100000/2, 1.399359 + 1.694879 * 0.100000/2) = 1.827001$$

$$k3 = f(x3 + h/2, y3 + k2 * h/2) = f(0.300000 + 0.100000/2, 1.399359 + 1.827001 * 0.100000/2) = 1.833607$$

$$k4 = f(x3 + h, y3 + k3 * h) = f(0.300000 + 0.100000, 1.399359 + 1.833607 * 0.100000) = 1.972138$$

$$y_4 = y_3 + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 1.399359 + (0.100000 / 6) * (1.694879 + 2 * 1.827001 + 2 * 1.833607 + 1.972138) = 1.582497$$

$$x_4 = x_3 + h = 0.300000 + 0.100000 = 0.400000$$

Iteracion 5:

$$k_1 = f(x_4, y_4) = f(0.400000, 1.582497) = 1.971915$$

$$k_2 = f(x_4 + h/2, y_4 + k_1 * h/2) = f(0.400000 + 0.100000/2, 1.582497 + 1.971915 * 0.100000/2) = 2.116058$$

$$k_3 = f(x_4 + h/2, y_4 + k_2 * h/2) = f(0.400000 + 0.100000/2, 1.582497 + 2.116058 * 0.100000/2) = 2.123265$$

$$k_4 = f(x_4 + h, y_4 + k_3 * h) = f(0.400000 + 0.100000, 1.582497 + 2.123265 * 0.100000) = 2.274249$$

$$y_5 = y_4 + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 1.582497 + (0.100000 / 6) * (1.971915 + 2 * 2.116058 + 2 * 2.123265 + 2.274249) = 1.794577$$

$$x_5 = x_4 + h = 0.400000 + 0.100000 = 0.500000$$

Iteracion 6:

$$k_1 = f(x_5, y_5) = f(0.500000, 1.794577) = 2.274002$$

$$k_2 = f(x_5 + h/2, y_5 + k_1 * h/2) = f(0.500000 + 0.100000/2, 1.794577 + 2.274002 * 0.100000/2) = 2.430964$$

$$k_3 = f(x_5 + h/2, y_5 + k_2 * h/2) = f(0.500000 + 0.100000/2, 1.794577 + 2.430964 * 0.100000/2) = 2.438812$$

$$k_4 = f(x_5 + h, y_5 + k_3 * h) = f(0.500000 + 0.100000, 1.794577 + 2.438812 * 0.100000) = 2.603100$$

$$y_6 = y_5 + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 1.794577 + (0.100000 / 6) * (2.274002 + 2 * 2.430964 + 2 * 2.438812 + 2.603100) = 2.038188$$

$$x_6 = x_5 + h = 0.500000 + 0.100000 = 0.600000$$

Iteracion 7:

$$k_1 = f(x_6, y_6) = f(0.600000, 2.038188) = 2.602830$$

$$k_2 = f(x_6 + h/2, y_6 + k_1 * h/2) = f(0.600000 + 0.100000/2, 2.038188 + 2.602830 * 0.100000/2) = 2.773515$$

$$k_3 = f(x_6 + h/2, y_6 + k_2 * h/2) = f(0.600000 + 0.100000/2, 2.038188 + 2.773515 * 0.100000/2) = 2.782050$$

$$k_4 = f(x_6 + h, y_6 + k_3 * h) = f(0.600000 + 0.100000, 2.038188 + 2.782050 * 0.100000) = 2.960610$$

$$y_7 = y_6 + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 2.038188 + (0.100000 / 6) * (2.602830 + 2 * 2.773515 + 2 * 2.782050 + 2.960610) = 2.316097$$

$$x_7 = x_6 + h = 0.600000 + 0.100000 = 0.700000$$

Iteracion 8:

$$k_1 = f(x_7, y_7) = f(0.700000, 2.316097) = 2.960315$$

$$k_2 = f(x_7 + h/2, y_7 + k_1 * h/2) = f(0.700000 + 0.100000/2, 2.316097 + 2.960315 * 0.100000/2) = 3.145752$$

$$k_3 = f(x_7 + h/2, y_7 + k_2 * h/2) = f(0.700000 + 0.100000/2, 2.316097 + 3.145752 * 0.100000/2) = 3.155023$$

$$k_4 = f(x_7 + h, y_7 + k_3 * h) = f(0.700000 + 0.100000, 2.316097 + 3.155023 * 0.100000) = 3.348956$$

$$y_8 = y_7 + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 2.316097 + (0.100000 / 6) * (2.960315 + 2 * 3.145752 + 2 * 3.155023 + 3.348956) = 2.631277$$

$$x_8 = x_7 + h = 0.700000 + 0.100000 = 0.800000$$

Iteracion 9:

$k_1 = f(x_8, y_8) = f(0.800000, 2.631277) = 3.348634$
 $k_2 = f(x_8 + h/2, y_8 + k_1 * h/2) = f(0.800000 + 0.100000/2, 2.631277 + 3.348634 * 0.100000/2) = 3.549990$
 $k_3 = f(x_8 + h/2, y_8 + k_2 * h/2) = f(0.800000 + 0.100000/2, 2.631277 + 3.549990 * 0.100000/2) = 3.560057$
 $k_4 = f(x_8 + h, y_8 + k_3 * h) = f(0.800000 + 0.100000, 2.631277 + 3.560057 * 0.100000) = 3.770610$
 $y_9 = y_8 + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 2.631277 + (0.100000 / 6) * (3.348634 + 2 * 3.549990 + 2 * 3.560057 + 3.770610) = 2.986933$
 $x_9 = x_8 + h = 0.800000 + 0.100000 = 0.900000$
 Iteracion 10:
 $k_1 = f(x_9, y_9) = f(0.900000, 2.986933) = 3.770260$
 $k_2 = f(x_9 + h/2, y_9 + k_1 * h/2) = f(0.900000 + 0.100000/2, 2.986933 + 3.770260 * 0.100000/2) = 3.988862$
 $k_3 = f(x_9 + h/2, y_9 + k_2 * h/2) = f(0.900000 + 0.100000/2, 2.986933 + 3.988862 * 0.100000/2) = 3.999792$
 $k_4 = f(x_9 + h, y_9 + k_3 * h) = f(0.900000 + 0.100000, 2.986933 + 3.999792 * 0.100000) = 4.228383$
 $y_{10} = y_9 + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 2.986933 + (0.100000 / 6) * (3.770260 + 2 * 3.988862 + 2 * 3.999792 + 4.228383) = 3.386532$
 $x_{10} = x_9 + h = 0.900000 + 0.100000 = 1.000000$
 Iteracion 11:
 $k_1 = f(x_{10}, y_{10}) = f(1.000000, 3.386532) = 4.228003$
 $k_2 = f(x_{10} + h/2, y_{10} + k_1 * h/2) = f(1.000000 + 0.100000/2, 3.386532 + 4.228003 * 0.100000/2) = 4.465356$
 $k_3 = f(x_{10} + h/2, y_{10} + k_2 * h/2) = f(1.000000 + 0.100000/2, 3.386532 + 4.465356 * 0.100000/2) = 4.477223$
 $k_4 = f(x_{10} + h, y_{10} + k_3 * h) = f(1.000000 + 0.100000, 3.386532 + 4.477223 * 0.100000) = 4.725462$
 $y_{11} = y_{10} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 3.386532 + (0.100000 / 6) * (4.228003 + 2 * 4.465356 + 2 * 4.477223 + 4.725462) = 3.833843$
 $x_{11} = x_{10} + h = 1.000000 + 0.100000 = 1.100000$
 Iteracion 12:
 $k_1 = f(x_{11}, y_{11}) = f(1.100000, 3.833843) = 4.725050$
 $k_2 = f(x_{11} + h/2, y_{11} + k_1 * h/2) = f(1.100000 + 0.100000/2, 3.833843 + 4.725050 * 0.100000/2) = 4.982859$
 $k_3 = f(x_{11} + h/2, y_{11} + k_2 * h/2) = f(1.100000 + 0.100000/2, 3.833843 + 4.982859 * 0.100000/2) = 4.995749$
 $k_4 = f(x_{11} + h, y_{11} + k_3 * h) = f(1.100000 + 0.100000, 3.833843 + 4.995749 * 0.100000) = 5.265457$
 $y_{12} = y_{11} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 3.833843 + (0.100000 / 6) * (4.725050 + 2 * 4.982859 + 2 * 4.995749 + 5.265457) = 4.332971$
 $x_{12} = x_{11} + h = 1.100000 + 0.100000 = 1.200000$
 Iteracion 13:
 $k_1 = f(x_{12}, y_{12}) = f(1.200000, 4.332971) = 5.265010$
 $k_2 = f(x_{12} + h/2, y_{12} + k_1 * h/2) = f(1.200000 + 0.100000/2, 4.332971 + 5.265010 * 0.100000/2) = 5.545206$

$$k_3 = f(x_{12} + h/2, y_{12} + k_2 * h/2) = f(1.200000 + 0.100000/2, 4.332971 + 5.545206 * 0.100000/2) = 5.559216$$

$$k_4 = f(x_{12} + h, y_{12} + k_3 * h) = f(1.200000 + 0.100000, 4.332971 + 5.559216 * 0.100000) = 5.852451$$

$$y_{13} = y_{12} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 4.332971 + (0.100000 / 6) * (5.265010 + 2 * 5.545206 + 2 * 5.559216 + 5.852451) = 4.888410$$

$$x_{13} = x_{12} + h = 1.200000 + 0.100000 = 1.300000$$

Iteracion 14:

$$k_1 = f(x_{13}, y_{13}) = f(1.300000, 4.888410) = 5.851968$$

$$k_2 = f(x_{13} + h/2, y_{13} + k_1 * h/2) = f(1.300000 + 0.100000/2, 4.888410 + 5.851968 * 0.100000/2) = 6.156732$$

$$k_3 = f(x_{13} + h/2, y_{13} + k_2 * h/2) = f(1.300000 + 0.100000/2, 4.888410 + 6.156732 * 0.100000/2) = 6.171970$$

$$k_4 = f(x_{13} + h, y_{13} + k_3 * h) = f(1.300000 + 0.100000, 4.888410 + 6.171970 * 0.100000) = 6.491056$$

$$y_{14} = y_{13} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 4.888410 + (0.100000 / 6) * (5.851968 + 2 * 6.156732 + 2 * 6.171970 + 6.491056) = 5.505084$$

$$x_{14} = x_{13} + h = 1.300000 + 0.100000 = 1.400000$$

Iteracion 15:

$$k_1 = f(x_{14}, y_{14}) = f(1.400000, 5.505084) = 6.490533$$

$$k_2 = f(x_{14} + h/2, y_{14} + k_1 * h/2) = f(1.400000 + 0.100000/2, 5.505084 + 6.490533 * 0.100000/2) = 6.822323$$

$$k_3 = f(x_{14} + h/2, y_{14} + k_2 * h/2) = f(1.400000 + 0.100000/2, 5.505084 + 6.822323 * 0.100000/2) = 6.838913$$

$$k_4 = f(x_{14} + h, y_{14} + k_3 * h) = f(1.400000 + 0.100000, 5.505084 + 6.838913 * 0.100000) = 7.186470$$

$$y_{15} = y_{14} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 5.505084 + (0.100000 / 6) * (6.490533 + 2 * 6.822323 + 2 * 6.838913 + 7.186470) = 6.188408$$

$$x_{15} = x_{14} + h = 1.400000 + 0.100000 = 1.500000$$

Iteracion 16:

$$k_1 = f(x_{15}, y_{15}) = f(1.500000, 6.188408) = 7.185903$$

$$k_2 = f(x_{15} + h/2, y_{15} + k_1 * h/2) = f(1.500000 + 0.100000/2, 6.188408 + 7.185903 * 0.100000/2) = 7.547487$$

$$k_3 = f(x_{15} + h/2, y_{15} + k_2 * h/2) = f(1.500000 + 0.100000/2, 6.188408 + 7.547487 * 0.100000/2) = 7.565566$$

$$k_4 = f(x_{15} + h, y_{15} + k_3 * h) = f(1.500000 + 0.100000, 6.188408 + 7.565566 * 0.100000) = 7.944538$$

$$y_{16} = y_{15} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 6.188408 + (0.100000 / 6) * (7.185903 + 2 * 7.547487 + 2 * 7.565566 + 7.944538) = 6.944351$$

$$x_{16} = x_{15} + h = 1.500000 + 0.100000 = 1.600000$$

Iteracion 17:

$$k_1 = f(x_{16}, y_{16}) = f(1.600000, 6.944351) = 7.943924$$

$$k_2 = f(x_{16} + h/2, y_{16} + k_1 * h/2) = f(1.600000 + 0.100000/2, 6.944351 + 7.943924 * 0.100000/2) = 8.338412$$

$$k_3 = f(x_{16} + h/2, y_{16} + k_2 * h/2) = f(1.600000 + 0.100000/2, 6.944351 + 8.338412 * 0.100000/2) = 8.358136$$

$$k_4 = f(x_{16} + h, y_{16} + k_3 * h) = f(1.600000 + 0.100000, 6.944351 + 8.358136 * 0.100000) = 8.771829$$

$$y_{17} = y_{16} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 6.944351 + (0.100000 / 6) * (7.943924 + 2 * 8.338412 + 2 * 8.358136 + 8.771829) = 7.779498$$

$$x_{17} = x_{16} + h = 1.600000 + 0.100000 = 1.700000$$

Iteracion 18:

$$k_1 = f(x_{17}, y_{17}) = f(1.700000, 7.779498) = 8.771163$$

$$k_2 = f(x_{17} + h/2, y_{17} + k_1 * h/2) = f(1.700000 + 0.100000/2, 7.779498 + 8.771163 * 0.100000/2) = 9.202042$$

$$k_3 = f(x_{17} + h/2, y_{17} + k_2 * h/2) = f(1.700000 + 0.100000/2, 7.779498 + 9.202042 * 0.100000/2) = 9.223586$$

$$k_4 = f(x_{17} + h, y_{17} + k_3 * h) = f(1.700000 + 0.100000, 7.779498 + 9.223586 * 0.100000) = 9.675704$$

$$y_{18} = y_{17} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 7.779498 + (0.100000 / 6) * (8.771163 + 2 * 9.202042 + 2 * 9.223586 + 9.675704) = 8.701133$$

$$x_{18} = x_{17} + h = 1.700000 + 0.100000 = 1.800000$$

Iteracion 19:

$$k_1 = f(x_{18}, y_{18}) = f(1.800000, 8.701133) = 9.674981$$

$$k_2 = f(x_{18} + h/2, y_{18} + k_1 * h/2) = f(1.800000 + 0.100000/2, 8.701133 + 9.674981 * 0.100000/2) = 10.146158$$

$$k_3 = f(x_{18} + h/2, y_{18} + k_2 * h/2) = f(1.800000 + 0.100000/2, 8.701133 + 10.146158 * 0.100000/2) = 10.169717$$

$$k_4 = f(x_{18} + h, y_{18} + k_3 * h) = f(1.800000 + 0.100000, 8.701133 + 10.169717 * 0.100000) = 10.664405$$

$$y_{19} = y_{18} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 8.701133 + (0.100000 / 6) * (9.674981 + 2 * 10.146158 + 2 * 10.169717 + 10.664405) = 9.717319$$

$$x_{19} = x_{18} + h = 1.800000 + 0.100000 = 1.900000$$

Iteracion 20:

$$k_1 = f(x_{19}, y_{19}) = f(1.900000, 9.717319) = 10.663619$$

$$k_2 = f(x_{19} + h/2, y_{19} + k_1 * h/2) = f(1.900000 + 0.100000/2, 9.717319 + 10.663619 * 0.100000/2) = 11.179460$$

$$k_3 = f(x_{19} + h/2, y_{19} + k_2 * h/2) = f(1.900000 + 0.100000/2, 9.717319 + 11.179460 * 0.100000/2) = 11.205252$$

$$k_4 = f(x_{19} + h, y_{19} + k_3 * h) = f(1.900000 + 0.100000, 9.717319 + 11.205252 * 0.100000) = 11.747142$$

$$y_{20} = y_{19} + (h / 6) * (k_1 + 2 * k_2 + 2 * k_3 + k_4) = 9.717319 + (0.100000 / 6) * (10.663619 + 2 * 11.179460 + 2 * 11.205252 + 11.747142) = 10.836989$$

$$x_{20} = x_{19} + h = 1.900000 + 0.100000 = 2.000000$$

El valor de Y = 10.836989

Ejecución:

```

Algoritmo de Runge-Kutta(4to orden)
Ingresa el valor de X: 0
Ingresa el valor de XF: 2
Ingresa el valor de Y: 1
Ingresa el numero de iteraciones: 20
El valor de Y = 10.836989
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
    
```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Algoritmo de Runge-Kutta-Merson

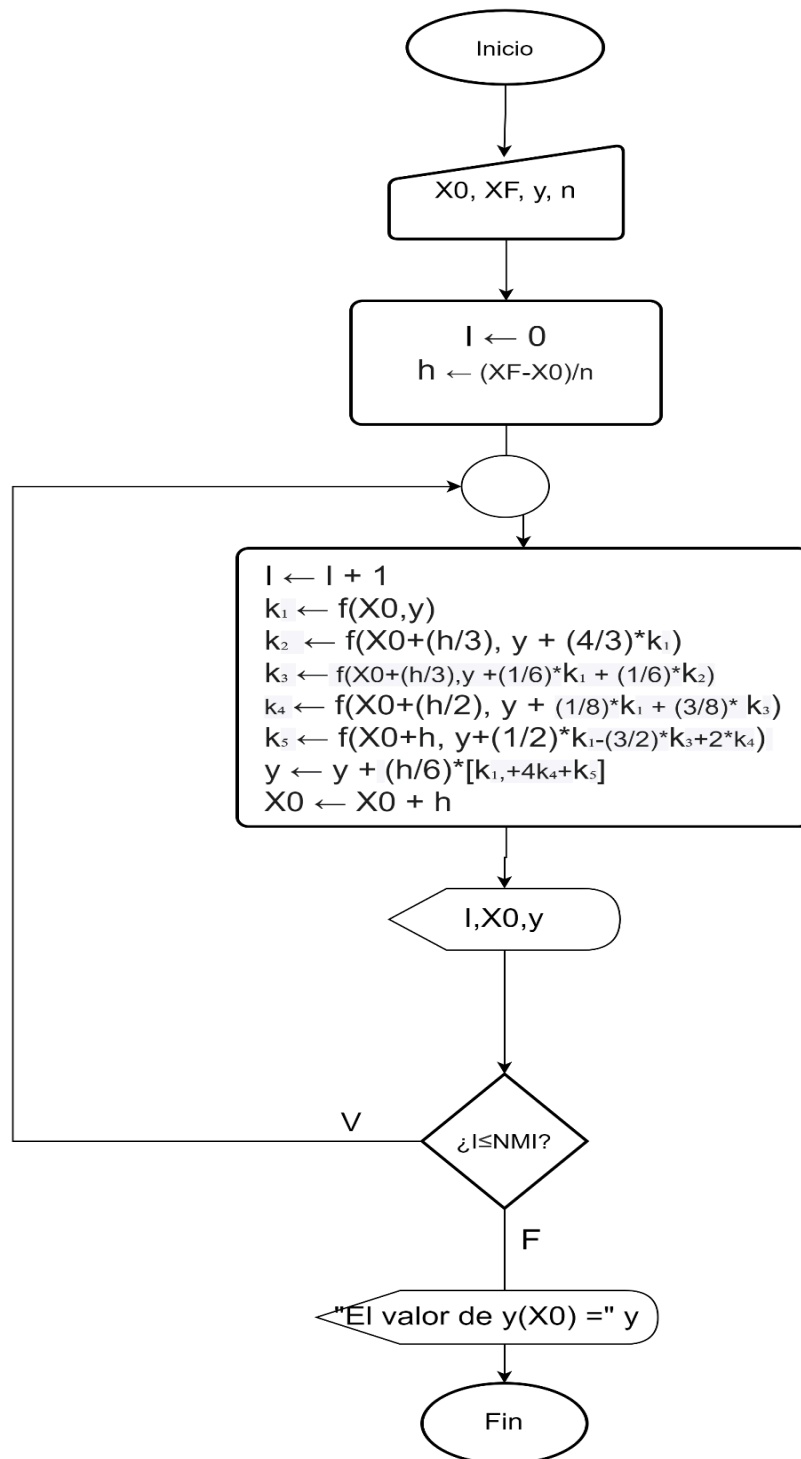
(Quinto orden)

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Runge-Kutta-Merson de Quinto Orden

Descripción: El Método de Runge-Kutta-Merson es una variación de quinto orden que ajusta automáticamente el tamaño del paso para controlar el error.

Utilidad: Es útil para problemas que requieren alta precisión con control adaptativo del error.



Pseudocódigo del Método de Runge-Kutta-Merson de Quinto Orden

1. Inicio
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$
 - y
 - x_f
 - n
 - NMI
 - $h = (x_f - x_0) / n$
3. Bucle For ($i = 0; i < n; i++$):
 - $k_1 = f(x, y)$
 - $k_2 = f(x + h / 3, y + h / 3 * k_1)$
 - $k_3 = f(x + h / 3, y + h / 6 * k_1 + h / 6 * k_2)$
 - $k_4 = f(x + h / 2, y + h / 8 * k_1 + h / 2 * k_3)$
 - $k_5 = f(x + h, y - h / 2 * k_2 + h * k_3 + 2 * h * k_4)$
 - $y = y + h / 6 * (k_1 + 4 * k_3 + k_4)$
 - $x = x + h$
4. Fin del Bucle For
5. Imprimir: i, x, y
6. Condición: Si $i \leq NMI$ entonces
 - Imprimir: i, x, y
7. Fin

Código:

```
double x0, xf, y, h, n;
printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de XF: ");
scanf("%lf", &xf);

printf("Ingresa el valor de Y: ");
scanf("%lf", &y);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%lf", &n);

h = (xf - x0) / n;

for (int i = 0; i < n; ++i) {
    double k1 = f(x0, y);
    double k2 = f(x0 + h/3, y + (h/3) * k1);
    double k3 = f(x0 + h/3, y + (h/6) * k1 + (h/6) * k2);
    double k4 = f(x0 + h/2, y + (h/8) * k1 + (3*h/8) * k3);
    double k5 = f(x0 + h, y + (h/2) * k1 - (3*h/2) * k3 + 2 * h * k2);
    y = y + (h/6) * (k1 + 4*k4 + k5);
    x0 = x0 + h;
    printf("El valor de Y = %lf", y);
```

Prueba de escritorio

$f(x,y)=\sin(x) + y$;

Ingresar el valor de X: 0

Ingresar el valor de XF: 2

Ingresar el valor de Y: 1

Ingresar el número de iteraciones: 20

Iteración 1:

$$k_1 = f(x_0, y_0) = f(0.000000, 1.000000) = 1.000000$$

$$k_2 = f(x_0 + h/3, y_0 + (h/3) * k_1) = f(0.000000 + 0.100000/3, 1.000000 + (0.100000/3) * 1.000000) = 1.066660$$

$$k_3 = f(x_0 + h/3, y_0 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.000000 + 0.100000/3, 1.000000 + (0.100000/6) * 1.000000 + (1.066660/6) * 1.067772) = 0.000000$$

$$k_4 = f(x_0 + h/2, y_0 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.000000 + 0.100000/2, 1.000000 + (0.100000/8) * 1.000000 + (3*0.100000/8) * 1.067772) = 1.102521$$

$$k_5 = f(x_0 + h, y_0 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.000000 + 0.100000, 1.000000 + (0.100000/2) * 1.000000 - (3*0.100000/2) * 1.067772 + 2 * 0.100000 * 1.066660) = 1.203000$$

$$y_1 = y_0 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 1.000000 + (0.100000/6) * (1.000000 + 4*1.102521 + 1.203000) = 1.110218$$

$$x_1 = x_0 + h = 0.000000 + 0.100000 = 0.100000$$

Iteración 2:

$$k_1 = f(x_1, y_1) = f(0.100000, 1.110218) = 1.210051$$

$$k_2 = f(x_1 + h/3, y_1 + (h/3) * k_1) = f(0.100000 + 0.100000/3, 1.110218 + (0.100000/3) * 1.210051) = 1.283492$$

$$k_3 = f(x_1 + h/3, y_1 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.100000 + 0.100000/3, 1.110218 + (0.100000/6) * 1.210051 + (1.283492/6) * 1.284716) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_1 + h/2, y_1 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.100000 + 0.100000/2, 1.110218 + (0.100000/8) * 1.210051 + (3*0.100000/8) * 1.284716) = 1.322959$$

$$k_5 = f(x_1 + h, y_1 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.100000 + 0.100000, 1.110218 + (0.100000/2) * 1.210051 - (3*0.100000/2) * 1.284716 + 2 * 0.100000 * 1.283492) = 1.433381$$

$$y_2 = y_1 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 1.110218 + (0.100000/6) * (1.210051 + 4*1.322959 + 1.433381) = 1.242472$$

$$x_2 = x_1 + h = 0.100000 + 0.100000 = 0.200000$$

Iteración 3:

$$k_1 = f(x_2, y_2) = f(0.200000, 1.242472) = 1.441142$$

$$k_2 = f(x_2 + h/3, y_2 + (h/3) * k_1) = f(0.200000 + 0.100000/3, 1.242472 + (0.100000/3) * 1.441142) = 1.521732$$

$$k_3 = f(x_2 + h/3, y_2 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.200000 + 0.100000/3, 1.242472 + (0.100000/6) * 1.441142 + (1.521732/6) * 1.523076) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_2 + h/2, y_2 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.200000 + 0.100000/2, 1.242472 + (0.100000/8) * 1.441142 + (3*0.100000/8) * 1.523076) = 1.565006$$

$$k_5 = f(x_2 + h, y_2 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.200000 + 0.100000, 1.242472 + (0.100000/2) * 1.441142 - (3*0.100000/2) * 1.523076 + 2 * 0.100000 * 1.521732) = 1.685935$$

$$y_3 = y_2 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 1.242472 + (0.100000/6) * (1.441142 + 4*1.565006 + 1.685935) = 1.398924$$

$$x_3 = x_2 + h = 0.200000 + 0.100000 = 0.300000$$

Iteración 4:

$$k_1 = f(x_3, y_3) = f(0.300000, 1.398924) = 1.694444$$

$$k_2 = f(x_3 + h/3, y_3 + (h/3) * k_1) = f(0.300000 + 0.100000/3, 1.398924 + (0.100000/3) * 1.694444) = 1.782600$$

$$k_3 = f(x_3 + h/3, y_3 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.300000 + 0.100000/3, 1.398924 + (0.100000/6) * 1.694444 + (1.782600/6) * 1.784070) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_3 + h/2, y_3 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.300000 + 0.100000/2, 1.398924 + (0.100000/8) * 1.694444 + (3*0.100000/8) * 1.784070) = 1.829905$$

$$k_5 = f(x_3 + h, y_3 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.300000 + 0.100000, 1.398924 + (0.100000/2) * 1.694444 - (3*0.100000/2) * 1.784070 + 2 * 0.100000 * 1.782600) = 1.961974$$

$$y_4 = y_3 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 1.398924 + (0.100000/6) * (1.694444 + 4*1.829905 + 1.961974) = 1.581858$$

$$x_4 = x_3 + h = 0.300000 + 0.100000 = 0.400000$$

Iteracion 5:

$$k_1 = f(x_4, y_4) = f(0.400000, 1.581858) = 1.971276$$

$$k_2 = f(x_4 + h/3, y_4 + (h/3) * k_1) = f(0.400000 + 0.100000/3, 1.581858 + (0.100000/3) * 1.971276) = 2.067466$$

$$k_3 = f(x_4 + h/3, y_4 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.400000 + 0.100000/3, 1.581858 + (0.100000/6) * 1.971276 + (2.067466/6) * 2.069069) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_4 + h/2, y_4 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.400000 + 0.100000/2, 1.581858 + (0.100000/8) * 1.971276 + (3*0.100000/8) * 2.069069) = 2.119055$$

$$k_5 = f(x_4 + h, y_4 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.400000 + 0.100000, 1.581858 + (0.100000/2) * 1.971276 - (3*0.100000/2) * 2.069069 + 2 * 0.100000 * 2.067466) = 2.262980$$

$$y_5 = y_4 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 1.581858 + (0.100000/6) * (1.971276 + 4*2.119055 + 2.262980) = 1.793699$$

$$x_5 = x_4 + h = 0.400000 + 0.100000 = 0.500000$$

Iteracion 6:

$$k_1 = f(x_5, y_5) = f(0.500000, 1.793699) = 2.273125$$

$$k_2 = f(x_5 + h/3, y_5 + (h/3) * k_1) = f(0.500000 + 0.100000/3, 1.793699 + (0.100000/3) * 2.273125) = 2.377877$$

$$k_3 = f(x_5 + h/3, y_5 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.500000 + 0.100000/3, 1.793699 + (0.100000/6) * 2.273125 + (2.377877/6) * 2.379623) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_5 + h/2, y_5 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.500000 + 0.100000/2, 1.793699 + (0.100000/8) * 2.273125 + (3*0.100000/8) * 2.379623) = 2.434037$$

$$k_5 = f(x_5 + h, y_5 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.500000 + 0.100000, 1.793699 + (0.100000/2) * 2.273125 - (3*0.100000/2) * 2.379623 + 2 * 0.100000 * 2.377877) = 2.590630$$

$$y_6 = y_5 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 1.793699 + (0.100000/6) * (2.273125 + 4*2.434037 + 2.590630) = 2.037031$$

$$x_6 = x_5 + h = 0.500000 + 0.100000 = 0.600000$$

Iteracion 7:

$$k_1 = f(x_6, y_6) = f(0.600000, 2.037031) = 2.601674$$

$$k_2 = f(x_6 + h/3, y_6 + (h/3) * k_1) = f(0.600000 + 0.100000/3, 2.037031 + (0.100000/3) * 2.601674) = 2.715588$$

$$k_3 = f(x_6 + h/3, y_6 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.600000 + 0.100000/3, 2.037031 + (0.100000/6) * 2.601674 + (2.715588/6) * 2.717487) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_6 + h/2, y_6 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.600000 + 0.100000/2, 2.037031 + (0.100000/8) * 2.601674 + (3*0.100000/8) * 2.717487) = 2.776644$$

$$k_5 = f(x_6 + h, y_6 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.600000 + 0.100000, 2.037031 + (0.100000/2) * 2.601674 - (3*0.100000/2) * 2.717487 + 2 * 0.100000 * 2.715588) = 2.946827$$

$$y_7 = y_6 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 2.037031 + (0.100000/6) * (2.601674 + 4*2.776644 + 2.946827) = 2.314616$$

$$x_7 = x_6 + h = 0.600000 + 0.100000 = 0.700000$$

Iteracion 8:

$$k_1 = f(x_7, y_7) = f(0.700000, 2.314616) = 2.958833$$

$$k_2 = f(x_7 + h/3, y_7 + (h/3) * k_1) = f(0.700000 + 0.100000/3, 2.314616 + (0.100000/3) * 2.958833) = 3.082593$$

$$k_3 = f(x_7 + h/3, y_7 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.700000 + 0.100000/3, 2.314616 + (0.100000/6) * 2.958833 + (3.082593/6) * 3.084656) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_7 + h/2, y_7 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.700000 + 0.100000/2, 2.314616 + (0.100000/8) * 2.958833 + (3*0.100000/8) * 3.084656) = 3.148915$$

$$k_5 = f(x_7 + h, y_7 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.700000 + 0.100000, 2.314616 + (0.100000/2) * 2.958833 - (3*0.100000/2) * 3.084656 + 2 * 0.100000 * 3.082593) = 3.333734$$

$$y_8 = y_7 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 2.314616 + (0.100000/6) * (2.958833 + 4*3.148915 + 3.333734) = 2.629419$$

$$x_8 = x_7 + h = 0.700000 + 0.100000 = 0.800000$$

Iteracion 9:

$$k_1 = f(x_8, y_8) = f(0.800000, 2.629419) = 3.346776$$

$$k_2 = f(x_8 + h/3, y_8 + (h/3) * k_1) = f(0.800000 + 0.100000/3, 2.629419 + (0.100000/3) * 3.346776) = 3.481156$$

$$k_3 = f(x_8 + h/3, y_8 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.800000 + 0.100000/3, 2.629419 + (0.100000/6) * 3.346776 + (3.481156/6) * 3.483395) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_8 + h/2, y_8 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.800000 + 0.100000/2, 2.629419 + (0.100000/8) * 3.346776 + (3*0.100000/8) * 3.483395) = 3.553162$$

$$k_5 = f(x_8 + h, y_8 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.800000 + 0.100000, 2.629419 + (0.100000/2) * 3.346776 - (3*0.100000/2) * 3.483395 + 2 * 0.100000 * 3.481156) = 3.753807$$

$$y_9 = y_8 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 2.629419 + (0.100000/6) * (3.346776 + 4*3.553162 + 3.753807) = 2.984640$$

$$x_9 = x_8 + h = 0.800000 + 0.100000 = 0.900000$$

Iteracion 10:

$$k_1 = f(x_9, y_9) = f(0.900000, 2.984640) = 3.767967$$

$$k_2 = f(x_9 + h/3, y_9 + (h/3) * k_1) = f(0.900000 + 0.100000/3, 2.984640 + (0.100000/3) * 3.767967) = 3.913847$$

$$k_3 = f(x_9 + h/3, y_9 + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(0.900000 + 0.100000/3, 2.984640 + (0.100000/6) * 3.767967 + (3.913847/6) * 3.916278) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_9 + h/2, y_9 + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(0.900000 + 0.100000/2, 2.984640 + (0.100000/8) * 3.767967 + (3*0.100000/8) * 3.916278) = 3.992016$$

$$k_5 = f(x_9 + h, y_9 + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(0.900000 + 0.100000, 2.984640 + (0.100000/2) * 3.767967 - (3*0.100000/2) * 3.916278 + 2 * 0.100000 * 3.913847) = 4.209837$$

$$y_{10} = y_9 + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 2.984640 + (0.100000/6) * (3.767967 + 4*3.992016 + 4.209837) = 3.383738$$

$$x_{10} = x_9 + h = 0.900000 + 0.100000 = 1.000000$$

Iteracion 11:

$$k_1 = f(x_{10}, y_{10}) = f(1.000000, 3.383738) = 4.225209$$

$$k_2 = f(x_{10} + h/3, y_{10} + (h/3) * k_1) = f(1.000000 + 0.100000/3, 3.383738 + (0.100000/3) * 4.225209) = 4.383588$$

$$k_3 = f(x_{10} + h/3, y_{10} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.000000 + 0.100000/3, 3.383738 + (0.100000/6) * 4.225209 + (4.383588/6) * 4.386228) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_{10} + h/2, y_{10} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.000000 + 0.100000/2, 3.383738 + (0.100000/8) * 4.225209 + (3*0.100000/8) * 4.386228) = 4.468460$$

$$k_5 = f(x_{10} + h, y_{10} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.000000 + 0.100000, 3.383738 + (0.100000/2) * 4.225209 - (3*0.100000/2) * 4.386228 + 2 * 0.100000 * 4.383588) = 4.704989$$

$$y_{11} = y_{10} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 3.383738 + (0.100000/6) * (4.225209 + 4*4.468460 + 4.704989) = 3.830472$$

$$x_{11} = x_{10} + h = 1.000000 + 0.100000 = 1.100000$$

Iteracion 12:

$$k_1 = f(x_{11}, y_{11}) = f(1.100000, 3.830472) = 4.721679$$

$$k_2 = f(x_{11} + h/3, y_{11} + (h/3) * k_1) = f(1.100000 + 0.100000/3, 3.830472 + (0.100000/3) * 4.721679) = 4.893690$$

$$k_3 = f(x_{11} + h/3, y_{11} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.100000 + 0.100000/3, 3.830472 + (0.100000/6) * 4.721679 + (4.893690/6) * 4.896557) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_{11} + h/2, y_{11} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.100000 + 0.100000/2, 3.830472 + (0.100000/8) * 4.721679 + (3*0.100000/8) * 4.896557) = 4.985878$$

$$k_5 = f(x_{11} + h, y_{11} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.100000 + 0.100000, 3.830472 + (0.100000/2) * 4.721679 - (3*0.100000/2) * 4.896557 + 2 * 0.100000 * 4.893690) = 5.242849$$

$$y_{12} = y_{11} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 3.830472 + (0.100000/6) * (4.721679 + 4*4.985878 + 5.242849) = 4.328939$$

$$x_{12} = x_{11} + h = 1.100000 + 0.100000 = 1.200000$$

Iteracion 13:

$$k_1 = f(x_{12}, y_{12}) = f(1.200000, 4.328939) = 5.260978$$

$$k_2 = f(x_{12} + h/3, y_{12} + (h/3) * k_1) = f(1.200000 + 0.100000/3, 4.328939 + (0.100000/3) * 5.260978) = 5.447903$$

$$k_3 = f(x_{12} + h/3, y_{12} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.200000 + 0.100000/3, 4.328939 + (0.100000/6) * 5.260978 + (5.447903/6) * 5.451018) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_{12} + h/2, y_{12} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.200000 + 0.100000/2, 4.328939 + (0.100000/8) * 5.260978 + (3*0.100000/8) * 5.451018) = 5.548099$$

$$k_5 = f(x_{12} + h, y_{12} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.200000 + 0.100000, 4.328939 + (0.100000/2) * 5.260978 - (3*0.100000/2) * 5.451018 + 2 * 0.100000 * 5.447903) = 5.827474$$

$$y_{13} = y_{12} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 4.328939 + (0.100000/6) * (5.260978 + 4*5.548099 + 5.827474) = 4.883620$$

$$x_{13} = x_{12} + h = 1.200000 + 0.100000 = 1.300000$$

Iteracion 14:

$$k_1 = f(x_{13}, y_{13}) = f(1.300000, 4.883620) = 5.847178$$

$$k_2 = f(x_{13} + h/3, y_{13} + (h/3) * k_1) = f(1.300000 + 0.100000/3, 4.883620 + (0.100000/3) * 5.847178) = 6.050464$$

$$k_3 = f(x_{13} + h/3, y_{13} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.300000 + 0.100000/3, 4.883620 + (0.100000/6) * 5.847178 + (6.050464/6) * 6.053852) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_{13} + h/2, y_{13} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.300000 + 0.100000/2, 4.883620 + (0.100000/8) * 5.847178 + (3*0.100000/8) * 6.053852) = 6.159452$$

$$k_5 = f(x_{13} + h, y_{13} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.300000 + 0.100000, 4.883620 + (0.100000/2) * 5.847178 - (3*0.100000/2) * 6.053852 + 2 * 0.100000 * 6.050464) = 6.463443$$

$$y_{14} = y_{13} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 4.883620 + (0.100000/6) * (5.847178 + 4*6.159452 + 6.463443) = 5.499427$$

$$x_{14} = x_{13} + h = 1.300000 + 0.100000 = 1.400000$$

Iteracion 15:

$$k_1 = f(x_{14}, y_{14}) = f(1.400000, 5.499427) = 6.484877$$

$$k_2 = f(x_{14} + h/3, y_{14} + (h/3) * k_1) = f(1.400000 + 0.100000/3, 5.499427 + (0.100000/3) * 6.484877) = 6.706156$$

$$k_3 = f(x_{14} + h/3, y_{14} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.400000 + 0.100000/3, 5.499427 + (0.100000/6) * 6.484877 + (6.706156/6) * 6.709844) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_{14} + h/2, y_{14} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.400000 + 0.100000/2, 5.499427 + (0.100000/8) * 6.484877 + (3*0.100000/8) * 6.709844) = 6.824820$$

$$k_5 = f(x_{14} + h, y_{14} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.400000 + 0.100000, 5.499427 + (0.100000/2) * 6.484877 - (3*0.100000/2) * 6.709844 + 2 * 0.100000 * 6.706156) = 7.155920$$

$$y_{15} = y_{14} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 5.499427 + (0.100000/6) * (6.484877 + 4*6.824820 + 7.155920) = 6.181762$$

$$x_{15} = x_{14} + h = 1.400000 + 0.100000 = 1.500000$$

Iteracion 16:

$$k_1 = f(x_{15}, y_{15}) = f(1.500000, 6.181762) = 7.179257$$

$$k_2 = f(x_{15} + h/3, y_{15} + (h/3) * k_1) = f(1.500000 + 0.100000/3, 6.181762 + (0.100000/3) * 7.179257) = 7.420369$$

$$k_3 = f(x_{15} + h/3, y_{15} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.500000 + 0.100000/3, 6.181762 + (0.100000/6) * 7.179257 + (7.420369/6) * 7.424387) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_{15} + h/2, y_{15} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.500000 + 0.100000/2, 6.181762 + (0.100000/8) * 7.179257 + (3*0.100000/8) * 7.424387) = 7.549701$$

$$k_5 = f(x_{15} + h, y_{15} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.500000 + 0.100000, 6.181762 + (0.100000/2) * 7.179257 - (3*0.100000/2) * 7.424387 + 2 * 0.100000 * 7.420369) = 7.910714$$

$$y_{16} = y_{15} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 6.181762 + (0.100000/6) * (7.179257 + 4*7.549701 + 7.910714) = 6.936574$$

$$x_{16} = x_{15} + h = 1.500000 + 0.100000 = 1.600000$$

Iteracion 17:

$$k_1 = f(x_{16}, y_{16}) = f(1.600000, 6.936574) = 7.936148$$

$$k_2 = f(x_{16} + h/3, y_{16} + (h/3) * k_1) = f(1.600000 + 0.100000/3, 6.936574 + (0.100000/3) * 7.936148) = 8.199158$$

$$k_3 = f(x_{16} + h/3, y_{16} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.600000 + 0.100000/3, 6.936574 + (0.100000/6) * 7.936148 + (8.199158/6) * 8.203541) = 0.100000$$

$$k_4 = f(x_{16} + h/2, y_{16} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.600000 + 0.100000/2, 6.936574 + (0.100000/8) * 7.936148 + (3*0.100000/8) * 8.203541) = 8.340274$$

$$k_5 = f(x_{16} + h, y_{16} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.600000 + 0.100000, 6.936574 + (0.100000/2) * 7.936148 - (3*0.100000/2) * 8.203541 + 2 * 0.100000 * 8.199158) = 8.734347$$

$$y_{17} = y_{16} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 6.936574 + (0.100000/6) * (7.936148 + 4*8.340274 + 8.734347) = 7.770434$$

$$x_{17} = x_{16} + h = 1.600000 + 0.100000 = 1.700000$$

Iteracion 18:

$$k_1 = f(x_{17}, y_{17}) = f(1.700000, 7.770434) = 8.762099$$

$k_2 = f(x_{17} + h/3, y_{17} + (h/3) * k_1) = f(1.700000 + 0.100000/3, 7.770434 + (0.100000/3) * 8.762099) = 9.049324$
 $k_3 = f(x_{17} + h/3, y_{17} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.700000 + 0.100000/3, 7.770434 + (0.100000/6) * 8.762099 + (9.049324/6) * 9.054111) = 0.100000$
 $k_4 = f(x_{17} + h/2, y_{17} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.700000 + 0.100000/2, 7.770434 + (0.100000/8) * 8.762099 + (3*0.100000/8) * 9.054111) = 9.203476$
 $k_5 = f(x_{17} + h, y_{17} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.700000 + 0.100000, 7.770434 + (0.100000/2) * 8.762099 - (3*0.100000/2) * 9.054111 + 2 * 0.100000 * 9.049324) = 9.634135$

$y_{18} = y_{17} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 7.770434 + (0.100000/6) * (8.762099 + 4*9.203476 + 9.634135) = 8.690603$

$x_{18} = x_{17} + h = 1.700000 + 0.100000 = 1.800000$

Iteracion 19:

$k_1 = f(x_{18}, y_{18}) = f(1.800000, 8.690603) = 9.664451$
 $k_2 = f(x_{18} + h/3, y_{18} + (h/3) * k_1) = f(1.800000 + 0.100000/3, 8.690603 + (0.100000/3) * 9.664451) = 9.978486$
 $k_3 = f(x_{18} + h/3, y_{18} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.800000 + 0.100000/3, 8.690603 + (0.100000/6) * 9.664451 + (9.978486/6) * 9.983720) = 0.100000$
 $k_4 = f(x_{18} + h/2, y_{18} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.800000 + 0.100000/2, 8.690603 + (0.100000/8) * 9.664451 + (3*0.100000/8) * 9.983720) = 10.147074$
 $k_5 = f(x_{18} + h, y_{18} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.800000 + 0.100000, 8.690603 + (0.100000/2) * 9.664451 - (3*0.100000/2) * 9.983720 + 2 * 0.100000 * 9.978486) = 10.618265$

$y_{19} = y_{18} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 8.690603 + (0.100000/6) * (9.664451 + 4*10.147074 + 10.618265) = 9.705120$

$x_{19} = x_{18} + h = 1.800000 + 0.100000 = 1.900000$

Iteracion 20:

$k_1 = f(x_{19}, y_{19}) = f(1.900000, 9.705120) = 10.651420$
 $k_2 = f(x_{19} + h/3, y_{19} + (h/3) * k_1) = f(1.900000 + 0.100000/3, 9.705120 + (0.100000/3) * 10.651420) = 10.995168$
 $k_3 = f(x_{19} + h/3, y_{19} + (h/6) * k_1 + (h/6) * k_2) = f(1.900000 + 0.100000/3, 9.705120 + (0.100000/6) * 10.651420 + (10.995168/6) * 11.000897) = 0.100000$
 $k_4 = f(x_{19} + h/2, y_{19} + (h/8) * k_1 + (3*h/8) * k_3) = f(1.900000 + 0.100000/2, 9.705120 + (0.100000/8) * 10.651420 + (3*0.100000/8) * 11.000897) = 11.179756$
 $k_5 = f(x_{19} + h, y_{19} + (h/2) * k_1 - (3*h/2) * k_3 + 2 * h * k_2) = f(1.900000 + 0.100000, 9.705120 + (0.100000/2) * 10.651420 - (3*0.100000/2) * 11.000897 + 2 * 0.100000 * 10.995168) = 11.695888$

$y_{20} = y_{19} + (h/6) * (k_1 + 4*k_4 + k_5) = 9.705120 + (0.100000/6) * (10.651420 + 4*11.179756 + 11.695888) = 10.822892$

$x_{20} = x_{19} + h = 1.900000 + 0.100000 = 2.000000$

El valor de Y = 10.822892

Ejecución:

```

Algoritmo de Runge-Kutta-Merson(5to orden)
Ingresa el valor de X: 0
Ingresa el valor de XF: 2
Ingresa el valor de Y: 1
Ingresa el numero de iteraciones: 20
El valor de Y = 10.822892
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos

```

Solorzano Galvez Gilberto Jesus

22760235

4to SA

Métodos Numéricos

Algoritmo de Runge-Kutta-Butcher

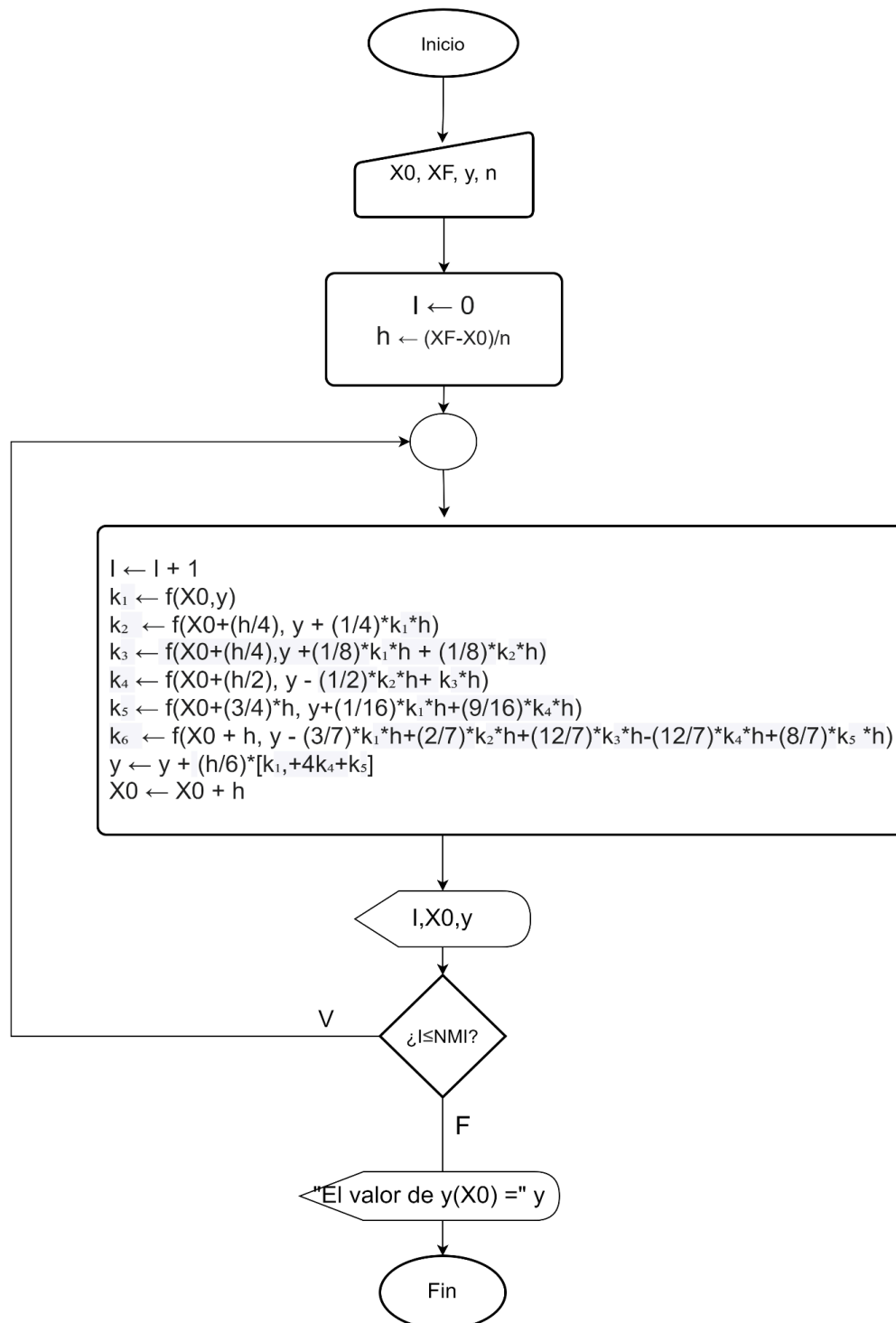
(sexto orden)

Maestro: Dr. Cecil Vidriales

Algoritmo de Runge-Kutta-Butcher de Sexto Orden

Descripción: Este método emplea una combinación más compleja de pendientes para alcanzar una precisión de sexto orden.

Utilidad: Se utiliza en problemas que requieren una precisión extremadamente alta en la solución de EDOs.



Pseudocódigo del Algoritmo de Runge-Kutta-Butcher (Sexto Orden)

1. Inicio
2. Inicializar Variables:
 - $x = x_0$
 - y
 - x_f
 - n
 -
 - NMI
 - $h = (x_f - x_0) / n$
3. Bucle For ($i = 0; i < n; i++$):
 - $k_1 = f(x, y)$
 - $k_2 = f(x + h / 4, y + h / 4 * k_1)$
 - $k_3 = f(x + h / 4, y + h / 8 * k_1 + h / 8 * k_2)$
 - $k_4 = f(x + h / 2, y - h / 2 * k_2 + h * k_3)$
 - $k_5 = f(x + 3 * h / 4, y + 3 * h / 16 * k_1 + 9 * h / 16 * k_4)$
 - $k_6 = f(x + h, y - 3 * h / 7 * k_1 + 2 * h / 7 * k_2 + 12 * h / 7 * k_3 - 12 * h / 7 * k_4 + 8 * h / 7 * k_5)$
 - $y = y + h / 90 * (7 * k_1 + 32 * k_3 + 12 * k_4 + 32 * k_5 + 7 * k_6)$
 - $x = x + h$
4. Fin del Bucle For
5. Imprimir: i, x, y
6. Condición: Si $i \leq NMI$ entonces
 - Imprimir: i, x, y
7. Fin

Codigo:

```
double x0, xf, y, h, n;
printf("Ingresa el valor de X: ");
scanf("%lf", &x0);

printf("Ingresa el valor de XF: ");
scanf("%lf", &xf);

printf("Ingresa el valor de Y: ");
scanf("%lf", &y);

printf("Ingresa el numero de iteraciones: ");
scanf("%lf", &n);

h = (xf - x0) / n;

for (int i = 0; i < n; ++i) {
    double k1 = f(x0, y);
    double k2 = f(x0 + h/4, y + k1 * h / 4);
    double k3 = f(x0 + h/4, y + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h);
    double k4 = f(x0 + h/2, y - (1/2) * k2 * h + k3 * h);
    double k5 = f(x0 + (3/4) * h, y + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h);
```



```

double k6 = f(x0 + h, y - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h +
(8/7) * k5 * h);
y = y + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6);
x0 = x0 + h;
}

```

```
printf("El valor de Y = %lf", y);
```

Prueba de escritorio

$f(x,y)=\sin(x) + y$;

Ingresa el valor de X: 0

Ingresa el valor de XF: 4

Ingresa el valor de Y: 1

Ingresa el numero de iteraciones: 20

Iteracion 1:

$k1 = f(x0, y0) = f(0.000000, 1.000000) = 1.000000$

$k2 = f(x0 + h/4, y0 + k1 * h / 4) = f(0.000000 + 0.200000/4, 1.000000 + 1.000000 * 0.200000 / 4) = 1.099979$

$k3 = f(x0 + h/4, y0 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(0.000000 + 0.200000/4, 1.000000 + (1/8) * 1.000000 * 0.200000 + (1/8) * 1.099979 * 0.200000) = 1.049979$

$k4 = f(x0 + h/2, y0 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(0.000000 + 0.200000/2, 1.000000 - (1/2) * 0.200000 * 1.099979 + 1.049979 * 1.309829) = 1.049979$

$k5 = f(x0 + (3/4) * h, y0 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(0.000000 + (3/4) * 0.200000, 1.000000 + (1/16) * 0.200000 * 1.000000 + (9/16) * 1.309829 * 1.000000) = 1.049979$

$k6 = f(x0 + h, y0 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(0.000000 + 0.200000, 1.000000 - (3/7) * 0.200000 * 1.000000 + (2/7) * 0.200000 * 1.099979 + (12/7) * 0.200000 * 1.049979 - (12/7) * 0.200000 * 1.309829 + (8/7) * 0.200000 * 1.000000) = 0.200000$

$y0 = y0 + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6) = 1.217209$

El valor de Y despues de la iteracion 1 es: 1.217209

Iteracion 2:

$k1 = f(x1, y1) = f(0.200000, 1.217209) = 1.415879$

$k2 = f(x1 + h/4, y1 + k1 * h / 4) = f(0.200000 + 0.200000/4, 1.217209 + 1.415879 * 0.200000 / 4) = 1.535407$

$k3 = f(x1 + h/4, y1 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(0.200000 + 0.200000/4, 1.217209 + (1/8) * 1.415879 * 0.200000 + (1/8) * 1.535407 * 0.200000) = 1.464613$

$k4 = f(x1 + h/2, y1 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(0.200000 + 0.200000/2, 1.217209 - (1/2) * 0.200000 * 1.535407 + 1.464613 * 1.805652) = 1.464613$

$k5 = f(x1 + (3/4) * h, y1 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(0.200000 + (3/4) * 0.200000, 1.217209 + (1/16) * 0.200000 * 1.415879 + (9/16) * 1.805652 * 1.415879) = 1.464613$

$k6 = f(x1 + h, y1 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(0.200000 + 0.200000, 1.217209 - (3/7) * 0.200000 * 1.415879 + (2/7) * 0.200000 * 1.535407 + (12/7) * 0.200000 * 1.464613 - (12/7) * 0.200000 * 1.805652 + (8/7) * 0.200000 * 1.415879) = 0.200000$

$y1 = y1 + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6) = 1.520556$

El valor de Y despues de la iteracion 2 es: 1.520556

Iteracion 3:

$$k1 = f(x2, y2) = f(0.400000, 1.520556) = 1.909974$$

$$k2 = f(x2 + h/4, y2 + k1 * h / 4) = f(0.400000 + 0.200000/4, 1.520556 + 1.909974 * 0.200000 / 4) = 2.051020$$

$$k3 = f(x2 + h/4, y2 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(0.400000 + 0.200000/4, 1.520556 + (1/8) * 1.909974 * 0.200000 + (1/8) * 2.051020 * 0.200000) = 1.955521$$

$$k4 = f(x2 + h/2, y2 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(0.400000 + 0.200000/2, 1.520556 - (1/2) * 0.200000 * 2.051020 + 1.955521 * 2.391085) = 1.955521$$

$$k5 = f(x2 + (3/4) * h, y2 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(0.400000 + (3/4) * 0.200000, 1.520556 + (1/16) * 0.200000 * 1.909974 + (9/16) * 2.391085 * 1.909974) = 1.955521$$

$$k6 = f(x2 + h, y2 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(0.400000 + 0.200000, 1.520556 - (3/7) * 0.200000 * 1.909974 + (2/7) * 0.200000 * 2.051020 + (12/7) * 0.200000 * 1.955521 - (12/7) * 0.200000 * 2.391085 + (8/7) * 0.200000 * 1.909974) = 0.200000$$

$$y2 = y2 + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6) = 1.925932$$

El valor de Y despues de la iteracion 3 es: 1.925932

Iteracion 4:

$$k1 = f(x3, y3) = f(0.600000, 1.925932) = 2.490574$$

$$k2 = f(x3 + h/4, y3 + k1 * h / 4) = f(0.600000 + 0.200000/4, 1.925932 + 2.490574 * 0.200000 / 4) = 2.655647$$

$$k3 = f(x3 + h/4, y3 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(0.600000 + 0.200000/4, 1.925932 + (1/8) * 2.490574 * 0.200000 + (1/8) * 2.655647 * 0.200000) = 2.531118$$

$$k4 = f(x3 + h/2, y3 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(0.600000 + 0.200000/2, 1.925932 - (1/2) * 0.200000 * 2.655647 + 2.531118 * 3.076373) = 2.531118$$

$$k5 = f(x3 + (3/4) * h, y3 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(0.600000 + (3/4) * 0.200000, 1.925932 + (1/16) * 0.200000 * 2.490574 + (9/16) * 3.076373 * 2.490574) = 2.531118$$

$$k6 = f(x3 + h, y3 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(0.600000 + 0.200000, 1.925932 - (3/7) * 0.200000 * 2.490574 + (2/7) * 0.200000 * 2.655647 + (12/7) * 0.200000 * 2.531118 - (12/7) * 0.200000 * 3.076373 + (8/7) * 0.200000 * 2.490574) = 0.200000$$

$$y3 = y3 + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6) = 2.450979$$

El valor de Y despues de la iteracion 4 es: 2.450979

Iteracion 5:

$$k1 = f(x4, y4) = f(0.800000, 2.450979) = 3.168335$$

$$k2 = f(x4 + h/4, y4 + k1 * h / 4) = f(0.800000 + 0.200000/4, 2.450979 + 3.168335 * 0.200000 / 4) = 3.360676$$

$$k3 = f(x4 + h/4, y4 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(0.800000 + 0.200000/4, 2.450979 + (1/8) * 3.168335 * 0.200000 + (1/8) * 3.360676 * 0.200000) = 3.202259$$

$$k4 = f(x4 + h/2, y4 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(0.800000 + 0.200000/2, 2.450979 - (1/2) * 0.200000 * 3.360676 + 3.202259 * 3.874757) = 3.202259$$

$$k5 = f(x4 + (3/4) * h, y4 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(0.800000 + (3/4) * 0.200000, 2.450979 + (1/16) * 0.200000 * 3.168335 + (9/16) * 3.874757 * 3.168335) = 3.202259$$

$$k6 = f(x4 + h, y4 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(0.800000 + 0.200000, 2.450979 - (3/7) * 0.200000 * 3.168335 + (2/7) * 0.200000 * 3.360676 + (12/7) * 0.200000 * 3.202259 - (12/7) * 0.200000 * 3.874757 + (8/7) * 0.200000 * 3.168335) = 0.200000$$

$$y_4 = y_4 + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 3.115592$$

El valor de Y despues de la iteracion 5 es: 3.115592

Iteracion 6:

$$k_1 = f(x_5, y_5) = f(1.000000, 3.115592) = 3.957063$$

$$k_2 = f(x_5 + h/4, y_5 + k_1 * h / 4) = f(1.000000 + 0.200000/4, 3.115592 + 3.957063 * 0.200000 / 4) = 4.180868$$

$$k_3 = f(x_5 + h/4, y_5 + (1/8) * k_1 * h + (1/8) * k_2 * h) = f(1.000000 + 0.200000/4, 3.115592 + (1/8) * 3.957063 * 0.200000 + (1/8) * 4.180868 * 0.200000) = 3.983015$$

$$k_4 = f(x_5 + h/2, y_5 - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(1.000000 + 0.200000/2, 3.115592 - (1/2) * 0.200000 * 4.180868 + 3.983015 * 4.803402) = 3.983015$$

$$k_5 = f(x_5 + (3/4) * h, y_5 + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(1.000000 + (3/4) * 0.200000, 3.115592 + (1/16) * 0.200000 * 3.957063 + (9/16) * 4.803402 * 3.957063) = 3.983015$$

$$k_6 = f(x_5 + h, y_5 - (3/7) * k_1 * h + (2/7) * k_2 * h + (12/7) * k_3 * h - (12/7) * k_4 * h + (8/7) * k_5 * h) = f(1.000000 + 0.200000, 3.115592 - (3/7) * 0.200000 * 3.957063 + (2/7) * 0.200000 * 4.180868 + (12/7) * 0.200000 * 3.983015 - (12/7) * 0.200000 * 4.803402 + (8/7) * 0.200000 * 3.957063) = 0.200000$$

$$y_5 = y_5 + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 3.942586$$

El valor de Y despues de la iteracion 6 es: 3.942586

Iteracion 7:

$$k_1 = f(x_6, y_6) = f(1.200000, 3.942586) = 4.874625$$

$$k_2 = f(x_6 + h/4, y_6 + k_1 * h / 4) = f(1.200000 + 0.200000/4, 3.942586 + 4.874625 * 0.200000 / 4) = 5.135302$$

$$k_3 = f(x_6 + h/4, y_6 + (1/8) * k_1 * h + (1/8) * k_2 * h) = f(1.200000 + 0.200000/4, 3.942586 + (1/8) * 4.874625 * 0.200000 + (1/8) * 5.135302 * 0.200000) = 4.891571$$

$$k_4 = f(x_6 + h/2, y_6 - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(1.200000 + 0.200000/2, 3.942586 - (1/2) * 0.200000 * 5.135302 + 4.891571 * 5.884458) = 4.891571$$

$$k_5 = f(x_6 + (3/4) * h, y_6 + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(1.200000 + (3/4) * 0.200000, 3.942586 + (1/16) * 0.200000 * 4.874625 + (9/16) * 5.884458 * 4.874625) = 4.891571$$

$$k_6 = f(x_6 + h, y_6 - (3/7) * k_1 * h + (2/7) * k_2 * h + (12/7) * k_3 * h - (12/7) * k_4 * h + (8/7) * k_5 * h) = f(1.200000 + 0.200000, 3.942586 - (3/7) * 0.200000 * 4.874625 + (2/7) * 0.200000 * 5.135302 + (12/7) * 0.200000 * 4.891571 - (12/7) * 0.200000 * 5.884458 + (8/7) * 0.200000 * 4.874625) = 0.200000$$

$$y_6 = y_6 + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 4.958552$$

El valor de Y despues de la iteracion 7 es: 4.958552

Iteracion 8:

$$k_1 = f(x_7, y_7) = f(1.400000, 4.958552) = 5.944002$$

$$k_2 = f(x_7 + h/4, y_7 + k_1 * h / 4) = f(1.400000 + 0.200000/4, 4.958552 + 5.944002 * 0.200000 / 4) = 6.248465$$

$$k_3 = f(x_7 + h/4, y_7 + (1/8) * k_1 * h + (1/8) * k_2 * h) = f(1.400000 + 0.200000/4, 4.958552 + (1/8) * 5.944002 * 0.200000 + (1/8) * 6.248465 * 0.200000) = 5.951265$$

$$k_4 = f(x_7 + h/2, y_7 - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(1.400000 + 0.200000/2, 4.958552 - (1/2) * 0.200000 * 6.248465 + 5.951265 * 7.146300) = 5.951265$$

$$k_5 = f(x_7 + (3/4) * h, y_7 + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(1.400000 + (3/4) * 0.200000, 4.958552 + (1/16) * 0.200000 * 5.944002 + (9/16) * 7.146300 * 5.944002) = 5.951265$$

$$k6 = f(x7 + h, y7 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(1.400000 + 0.200000, 4.958552 - (3/7) * 0.200000 * 5.944002 + (2/7) * 0.200000 * 6.248465 + (12/7) * 0.200000 * 5.951265 - (12/7) * 0.200000 * 7.146300 + (8/7) * 0.200000 * 5.944002) = 0.200000$$

$$y7 = y7 + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6) = 6.194925$$

El valor de Y despues de la iteracion 8 es: 6.194925

Iteracion 9:

$$k1 = f(x8, y8) = f(1.600000, 6.194925) = 7.194498$$

$$k2 = f(x8 + h/4, y8 + k1 * h / 4) = f(1.600000 + 0.200000/4, 6.194925 + 7.194498 * 0.200000 / 4) = 7.551515$$

$$k3 = f(x8 + h/4, y8 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(1.600000 + 0.200000/4, 6.194925 + (1/8) * 7.194498 * 0.200000 + (1/8) * 7.551515 * 0.200000) = 7.191790$$

$$k4 = f(x8 + h/2, y8 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(1.600000 + 0.200000/2, 6.194925 - (1/2) * 0.200000 * 7.551515 + 7.191790 * 8.624947) = 7.191790$$

$$k5 = f(x8 + (3/4) * h, y8 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(1.600000 + (3/4) * 0.200000, 6.194925 + (1/16) * 0.200000 * 7.194498 + (9/16) * 8.624947 * 7.194498) = 7.191790$$

$$k6 = f(x8 + h, y8 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(1.600000 + 0.200000, 6.194925 - (3/7) * 0.200000 * 7.194498 + (2/7) * 0.200000 * 7.551515 + (12/7) * 0.200000 * 7.191790 - (12/7) * 0.200000 * 8.624947 + (8/7) * 0.200000 * 7.194498) = 0.200000$$

$$y8 = y8 + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6) = 7.689301$$

El valor de Y despues de la iteracion 9 es: 7.689301

Iteracion 10:

$$k1 = f(x9, y9) = f(1.800000, 7.689301) = 8.663149$$

$$k2 = f(x9 + h/4, y9 + k1 * h / 4) = f(1.800000 + 0.200000/4, 7.689301 + 8.663149 * 0.200000 / 4) = 9.083734$$

$$k3 = f(x9 + h/4, y9 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(1.800000 + 0.200000/4, 7.689301 + (1/8) * 8.663149 * 0.200000 + (1/8) * 9.083734 * 0.200000) = 8.650576$$

$$k4 = f(x9 + h/2, y9 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(1.800000 + 0.200000/2, 7.689301 - (1/2) * 0.200000 * 9.083734 + 8.650576 * 10.365716) = 8.650576$$

$$k5 = f(x9 + (3/4) * h, y9 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(1.800000 + (3/4) * 0.200000, 7.689301 + (1/16) * 0.200000 * 8.663149 + (9/16) * 10.365716 * 8.663149) = 8.650576$$

$$k6 = f(x9 + h, y9 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(1.800000 + 0.200000, 7.689301 - (3/7) * 0.200000 * 8.663149 + (2/7) * 0.200000 * 9.083734 + (12/7) * 0.200000 * 8.650576 - (12/7) * 0.200000 * 10.365716 + (8/7) * 0.200000 * 8.663149) = 0.200000$$

$$y9 = y9 + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6) = 9.487050$$

El valor de Y despues de la iteracion 10 es: 9.487050

Iteracion 11:

$$k1 = f(x10, y10) = f(2.000000, 9.487050) = 10.396348$$

$$k2 = f(x10 + h/4, y10 + k1 * h / 4) = f(2.000000 + 0.200000/4, 9.487050 + 10.396348 * 0.200000 / 4) = 10.894230$$

$$k3 = f(x10 + h/4, y10 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(2.000000 + 0.200000/4, 9.487050 + (1/8) * 10.396348 * 0.200000 + (1/8) * 10.894230 * 0.200000) = 10.374413$$

$k_4 = f(x_{10} + h/2, y_{10} - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(2.000000 + 0.200000/2, 9.487050 - (1/2) * 0.200000 * 10.894230 + 10.374413 * 12.425142) = 10.374413$
 $k_5 = f(x_{10} + (3/4) * h, y_{10} + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(2.000000 + (3/4) * 0.200000, 9.487050 + (1/16) * 0.200000 * 10.396348 + (9/16) * 12.425142 * 10.396348) = 10.374413$
 $k_6 = f(x_{10} + h, y_{10} - (3/7) * k_1 * h + (2/7) * k_2 * h + (12/7) * k_3 * h - (12/7) * k_4 * h + (8/7) * k_5 * h) = f(2.000000 + 0.200000, 9.487050 - (3/7) * 0.200000 * 10.396348 + (2/7) * 0.200000 * 10.894230 + (12/7) * 0.200000 * 10.374413 - (12/7) * 0.200000 * 12.425142 + (8/7) * 0.200000 * 10.396348) = 0.200000$
 $y_{10} = y_{10} + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 11.643258$
 El valor de Y despues de la iteracion 11 es: 11.643258

Iteracion 12:

$k_1 = f(x_{11}, y_{11}) = f(2.200000, 11.643258) = 12.451754$
 $k_2 = f(x_{11} + h/4, y_{11} + k_1 * h / 4) = f(2.200000 + 0.200000/4, 11.643258 + 12.451754 * 0.200000 / 4) = 13.043918$
 $k_3 = f(x_{11} + h/4, y_{11} + (1/8) * k_1 * h + (1/8) * k_2 * h) = f(2.200000 + 0.200000/4, 11.643258 + (1/8) * 12.451754 * 0.200000 + (1/8) * 13.043918 * 0.200000) = 12.421331$
 $k_4 = f(x_{11} + h/2, y_{11} - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(2.200000 + 0.200000/2, 11.643258 - (1/2) * 0.200000 * 13.043918 + 12.421331 * 14.873229) = 12.421331$
 $k_5 = f(x_{11} + (3/4) * h, y_{11} + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(2.200000 + (3/4) * 0.200000, 11.643258 + (1/16) * 0.200000 * 12.451754 + (9/16) * 14.873229 * 12.451754) = 12.421331$
 $k_6 = f(x_{11} + h, y_{11} - (3/7) * k_1 * h + (2/7) * k_2 * h + (12/7) * k_3 * h - (12/7) * k_4 * h + (8/7) * k_5 * h) = f(2.200000 + 0.200000, 11.643258 - (3/7) * 0.200000 * 12.451754 + (2/7) * 0.200000 * 13.043918 + (12/7) * 0.200000 * 12.421331 - (12/7) * 0.200000 * 14.873229 + (8/7) * 0.200000 * 12.451754) = 0.200000$
 $y_{11} = y_{11} + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 14.225059$
 El valor de Y despues de la iteracion 12 es: 14.225059

Iteracion 13:

$k_1 = f(x_{12}, y_{12}) = f(2.400000, 14.225059) = 14.900522$
 $k_2 = f(x_{12} + h/4, y_{12} + k_1 * h / 4) = f(2.400000 + 0.200000/4, 14.225059 + 14.900522 * 0.200000 / 4) = 15.607850$
 $k_3 = f(x_{12} + h/4, y_{12} + (1/8) * k_1 * h + (1/8) * k_2 * h) = f(2.400000 + 0.200000/4, 14.225059 + (1/8) * 14.900522 * 0.200000 + (1/8) * 15.607850 * 0.200000) = 14.862824$
 $k_4 = f(x_{12} + h/2, y_{12} - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(2.400000 + 0.200000/2, 14.225059 - (1/2) * 0.200000 * 15.607850 + 14.862824 * 17.796096) = 14.862824$
 $k_5 = f(x_{12} + (3/4) * h, y_{12} + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(2.400000 + (3/4) * 0.200000, 14.225059 + (1/16) * 0.200000 * 14.900522 + (9/16) * 17.796096 * 14.900522) = 14.862824$
 $k_6 = f(x_{12} + h, y_{12} - (3/7) * k_1 * h + (2/7) * k_2 * h + (12/7) * k_3 * h - (12/7) * k_4 * h + (8/7) * k_5 * h) = f(2.400000 + 0.200000, 14.225059 - (3/7) * 0.200000 * 14.900522 + (2/7) * 0.200000 * 15.607850 + (12/7) * 0.200000 * 14.862824 - (12/7) * 0.200000 * 17.796096 + (8/7) * 0.200000 * 14.900522) = 0.200000$
 $y_{12} = y_{12} + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 17.314441$
 El valor de Y despues de la iteracion 13 es: 17.314441

Iteracion 14:

$k_1 = f(x_{13}, y_{13}) = f(2.600000, 17.314441) = 17.829942$

$$k_2 = f(x_{13} + h/4, y_{13} + k_1 * h / 4) = f(2.600000 + 0.200000/4, 17.314441 + 17.829942 * 0.200000 / 4) = 18.677969$$

$$k_3 = f(x_{13} + h/4, y_{13} + (1/8) * k_1 * h + (1/8) * k_2 * h) = f(2.600000 + 0.200000/4, 17.314441 + (1/8) * 17.829942 * 0.200000 + (1/8) * 18.677969 * 0.200000) = 17.786471$$

$$k_4 = f(x_{13} + h/2, y_{13} - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(2.600000 + 0.200000/2, 17.314441 - (1/2) * 0.200000 * 18.677969 + 17.786471 * 21.299115) = 17.786471$$

$$k_5 = f(x_{13} + (3/4) * h, y_{13} + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(2.600000 + (3/4) * 0.200000, 17.314441 + (1/16) * 0.200000 * 17.829942 + (9/16) * 21.299115 * 17.829942) = 17.786471$$

$$k_6 = f(x_{13} + h, y_{13} - (3/7) * k_1 * h + (2/7) * k_2 * h + (12/7) * k_3 * h - (12/7) * k_4 * h + (8/7) * k_5 * h) = f(2.600000 + 0.200000, 17.314441 - (3/7) * 0.200000 * 17.829942 + (2/7) * 0.200000 * 18.677969 + (12/7) * 0.200000 * 17.786471 - (12/7) * 0.200000 * 21.299115 + (8/7) * 0.200000 * 17.829942) = 0.200000$$

$$y_{13} = y_{13} + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 21.011584$$

El valor de Y despues de la iteracion 14 es: 21.011584

Iteracion 15:

$$k_1 = f(x_{14}, y_{14}) = f(2.800000, 21.011584) = 21.346572$$

$$k_2 = f(x_{14} + h/4, y_{14} + k_1 * h / 4) = f(2.800000 + 0.200000/4, 21.011584 + 21.346572 * 0.200000 / 4) = 22.366391$$

$$k_3 = f(x_{14} + h/4, y_{14} + (1/8) * k_1 * h + (1/8) * k_2 * h) = f(2.800000 + 0.200000/4, 21.011584 + (1/8) * 21.346572 * 0.200000 + (1/8) * 22.366391 * 0.200000) = 21.299062$$

$$k_4 = f(x_{14} + h/2, y_{14} - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(2.800000 + 0.200000/2, 21.011584 - (1/2) * 0.200000 * 22.366391 + 21.299062 * 25.510646) = 21.299062$$

$$k_5 = f(x_{14} + (3/4) * h, y_{14} + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(2.800000 + (3/4) * 0.200000, 21.011584 + (1/16) * 0.200000 * 21.346572 + (9/16) * 25.510646 * 21.346572) = 21.299062$$

$$k_6 = f(x_{14} + h, y_{14} - (3/7) * k_1 * h + (2/7) * k_2 * h + (12/7) * k_3 * h - (12/7) * k_4 * h + (8/7) * k_5 * h) = f(2.800000 + 0.200000, 21.011584 - (3/7) * 0.200000 * 21.346572 + (2/7) * 0.200000 * 22.366391 + (12/7) * 0.200000 * 21.299062 - (12/7) * 0.200000 * 25.510646 + (8/7) * 0.200000 * 21.346572) = 0.200000$$

$$y_{14} = y_{14} + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 25.438855$$

El valor de Y despues de la iteracion 15 es: 25.438855

Iteracion 16:

$$k_1 = f(x_{15}, y_{15}) = f(3.000000, 25.438855) = 25.579975$$

$$k_2 = f(x_{15} + h/4, y_{15} + k_1 * h / 4) = f(3.000000 + 0.200000/4, 25.438855 + 25.579975 * 0.200000 / 4) = 26.809319$$

$$k_3 = f(x_{15} + h/4, y_{15} + (1/8) * k_1 * h + (1/8) * k_2 * h) = f(3.000000 + 0.200000/4, 25.438855 + (1/8) * 25.579975 * 0.200000 + (1/8) * 26.809319 * 0.200000) = 25.530320$$

$$k_4 = f(x_{15} + h/2, y_{15} - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(3.000000 + 0.200000/2, 25.438855 - (1/2) * 0.200000 * 26.809319 + 25.530320 * 30.586500) = 25.530320$$

$$k_5 = f(x_{15} + (3/4) * h, y_{15} + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(3.000000 + (3/4) * 0.200000, 25.438855 + (1/16) * 0.200000 * 25.579975 + (9/16) * 30.586500 * 25.579975) = 25.530320$$

$$k_6 = f(x_{15} + h, y_{15} - (3/7) * k_1 * h + (2/7) * k_2 * h + (12/7) * k_3 * h - (12/7) * k_4 * h + (8/7) * k_5 * h) = f(3.000000 + 0.200000, 25.438855 - (3/7) * 0.200000 * 25.579975 + (2/7) * 0.200000 * 26.809319 + (12/7) * 0.200000 * 25.530320 - (12/7) * 0.200000 * 30.586500 + (8/7) * 0.200000 * 25.579975) = 0.200000$$

$$y_{15} = y_{15} + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 30.745575$$

El valor de Y despues de la iteracion 16 es: 30.745575

Iteracion 17:

$$k1 = f(x16, y16) = f(3.200000, 30.745575) = 30.687201$$

$$k2 = f(x16 + h/4, y16 + k1 * h / 4) = f(3.200000 + 0.200000/4, 30.745575 + 30.687201 * 0.200000 / 4) = 32.171740$$

$$k3 = f(x16 + h/4, y16 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(3.200000 + 0.200000/4, 30.745575 + (1/8) * 30.687201 * 0.200000 + (1/8) * 32.171740 * 0.200000) = 30.637380$$

$$k4 = f(x16 + h/2, y16 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(3.200000 + 0.200000/2, 30.745575 - (1/2) * 0.200000 * 32.171740 + 30.637380 * 36.715305) = 30.637380$$

$$k5 = f(x16 + (3/4) * h, y16 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(3.200000 + (3/4) * 0.200000, 30.745575 + (1/16) * 0.200000 * 30.687201 + (9/16) * 36.715305 * 30.687201) = 30.637380$$

$$k6 = f(x16 + h, y16 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(3.200000 + 0.200000, 30.745575 - (3/7) * 0.200000 * 30.687201 + (2/7) * 0.200000 * 32.171740 + (12/7) * 0.200000 * 30.637380 - (12/7) * 0.200000 * 36.715305 + (8/7) * 0.200000 * 30.687201) = 0.200000$$

$$y16 = y16 + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6) = 37.113717$$

El valor de Y despues de la iteracion 17 es: 37.113717

Iteracion 18:

$$k1 = f(x17, y17) = f(3.400000, 37.113717) = 36.858176$$

$$k2 = f(x17 + h/4, y17 + k1 * h / 4) = f(3.400000 + 0.200000/4, 37.113717 + 36.858176 * 0.200000 / 4) = 38.653084$$

$$k3 = f(x17 + h/4, y17 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(3.400000 + 0.200000/4, 37.113717 + (1/8) * 36.858176 * 0.200000 + (1/8) * 38.653084 * 0.200000) = 36.810175$$

$$k4 = f(x17 + h/2, y17 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(3.400000 + 0.200000/2, 37.113717 - (1/2) * 0.200000 * 38.653084 + 36.810175 * 44.124969) = 36.810175$$

$$k5 = f(x17 + (3/4) * h, y17 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(3.400000 + (3/4) * 0.200000, 37.113717 + (1/16) * 0.200000 * 36.858176 + (9/16) * 44.124969 * 36.858176) = 36.810175$$

$$k6 = f(x17 + h, y17 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(3.400000 + 0.200000, 37.113717 - (3/7) * 0.200000 * 36.858176 + (2/7) * 0.200000 * 38.653084 + (12/7) * 0.200000 * 36.810175 - (12/7) * 0.200000 * 44.124969 + (8/7) * 0.200000 * 36.858176) = 0.200000$$

$$y17 = y17 + (h / 90) * (7*k1 + 32*k3 + 12*k4 + 32*k5 + 7*k6) = 44.764724$$

El valor de Y despues de la iteracion 18 es: 44.764724

Iteracion 19:

$$k1 = f(x18, y18) = f(3.600000, 44.764724) = 44.322204$$

$$k2 = f(x18 + h/4, y18 + k1 * h / 4) = f(3.600000 + 0.200000/4, 44.764724 + 44.322204 * 0.200000 / 4) = 46.494048$$

$$k3 = f(x18 + h/4, y18 + (1/8) * k1 * h + (1/8) * k2 * h) = f(3.600000 + 0.200000/4, 44.764724 + (1/8) * 44.322204 * 0.200000 + (1/8) * 46.494048 * 0.200000) = 44.277937$$

$$k4 = f(x18 + h/2, y18 - (1/2) * k2 * h + k3 * h) = f(3.600000 + 0.200000/2, 44.764724 - (1/2) * 0.200000 * 46.494048 + 44.277937 * 53.090475) = 44.277937$$

$$k5 = f(x18 + (3/4) * h, y18 + (1/16) * k1 * h + (9/16) * k4 * h) = f(3.600000 + (3/4) * 0.200000, 44.764724 + (1/16) * 0.200000 * 44.322204 + (9/16) * 53.090475 * 44.322204) = 44.277937$$

$$k6 = f(x18 + h, y18 - (3/7) * k1 * h + (2/7) * k2 * h + (12/7) * k3 * h - (12/7) * k4 * h + (8/7) * k5 * h) = f(3.600000 + 0.200000, 44.764724 - (3/7) * 0.200000 * 44.322204 + (2/7) * 0.200000 * 46.494048 + (12/7) * 0.200000 * 44.277937 - (12/7) * 0.200000 * 53.090475 + (8/7) * 0.200000 * 44.277937) = 0.200000$$

$46.494048 + (12/7) * 0.200000 * 44.277937 - (12/7) * 0.200000 * 53.090475 + (8/7) * 0.200000 * 44.322204) = 0.200000$
 $y_{18} = y_{18} + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 53.967678$
El valor de Y despues de la iteracion 19 es: 53.967678

Iteracion 20:

$k_1 = f(x_{19}, y_{19}) = f(3.800000, 53.967678) = 53.355820$
 $k_2 = f(x_{19} + h/4, y_{19} + k_1 * h / 4) = f(3.800000 + 0.200000/4, 53.967678 + 53.355820 * 0.200000 / 4) = 55.984844$
 $k_3 = f(x_{19} + h/4, y_{19} + (1/8) * k_1 * h + (1/8) * k_2 * h) = f(3.800000 + 0.200000/4, 53.967678 + (1/8) * 53.355820 * 0.200000 + (1/8) * 55.984844 * 0.200000) = 53.317053$
 $k_4 = f(x_{19} + h/2, y_{19} - (1/2) * k_2 * h + k_3 * h) = f(3.800000 + 0.200000/2, 53.967678 - (1/2) * 0.200000 * 55.984844 + 53.317053 * 63.943322) = 53.317053$
 $k_5 = f(x_{19} + (3/4) * h, y_{19} + (1/16) * k_1 * h + (9/16) * k_4 * h) = f(3.800000 + (3/4) * 0.200000, 53.967678 + (1/16) * 0.200000 * 53.355820 + (9/16) * 63.943322 * 53.355820) = 53.317053$
 $k_6 = f(x_{19} + h, y_{19} - (3/7) * k_1 * h + (2/7) * k_2 * h + (12/7) * k_3 * h - (12/7) * k_4 * h + (8/7) * k_5 * h) = f(3.800000 + 0.200000, 53.967678 - (3/7) * 0.200000 * 53.355820 + (2/7) * 0.200000 * 55.984844 + (12/7) * 0.200000 * 53.317053 - (12/7) * 0.200000 * 63.943322 + (8/7) * 0.200000 * 53.355820) = 0.200000$
 $y_{19} = y_{19} + (h / 90) * (7*k_1 + 32*k_3 + 12*k_4 + 32*k_5 + 7*k_6) = 65.049100$
El valor de Y despues de la iteracion 20 es: 65.049100

El valor de Y final es: 65.049100

Ejecución:

```
Algoritmo de Runge-Kutta-Butcher(6to orden)
Ingresa el valor de X: 0
Ingresa el valor de XF: 4
Ingresa el valor de Y: 1
Ingresa el numero de iteraciones: 20
El valor de Y = 65.049100
Tiempo de ejecucion: 0.000000 segundos
```