

## 第 3 次实验：动态规划与贪心算法 (Draft)

主讲人: 宋昕 <songxin@xaut.edu.cn>

2022 年 5 月 5 日

### 3.1 实验任务

#### 3.1.1 动态规划算法

##### 最优矩阵连乘问题

说明：最优矩阵连乘问题采用动态规划的方法进行求解，动态规划算法的设计一般是自下而上（用循环来设计的）。但也可以用自顶向下（用递归函数）的方法进行设计，设计时需要准备一张表格，如果要用到表格中某行某列的值，先看值是否存在，如存在，则直接读取，如果不存在，则通过计算的方式得到，并填入表格，这种方法叫做备忘录法，它避免了直接递归产生的重复计算。

任务：

1. 用下文中给出的 MatrixChain 算法和 PrintSolution 算法，编程实现矩阵连乘最优值（最优的乘法次数）和最优解（最优的加括号方式）的计算。
2. 参考下文的 MatrixChanRec 算法（递归、未采用查表方式），将其改进为递归且查表的备忘录算法。
3. 实现上一步的备忘录算法，输出最优值，并用第一步实现的 PrintSolution 算法输出最优解。

---

MatrixChain( $A, n, p$ )

1: 创建 $m[n, n]$ 表和 $s[n, n]$ 表	▷ $m$ 表保存最优值, $s$ 表保存最优值的分点位置
2: <b>for</b> $i = 1$ <i>to</i> $n$ <b>do</b>	
3: $m[i, j] = 0$	
4: <b>for</b> $l = 2$ <i>to</i> $n$ <b>do</b>	▷ $l$ 表示连乘矩阵的个数
5: <b>for</b> $i = 1$ <i>to</i> $n - l + 1$ <b>do</b>	▷ $i$ 表示 $m$ 表的行号
6: $j = i + l - 1$	▷ $j$ 表示 $m$ 表的列号, 已知 $l$ 和 $i$ 的条件下, $j$ 由 $l$ 和 $i$ 计算得到
7: $m[i, j] = \infty$	
8: <b>for</b> $k = i$ <i>to</i> $j - 1$ <b>do</b>	
9: $q = m[i, k] + m[k + 1, j] + p_{i-1}p_kp_j$	
10: <b>if</b> $q < m[i, j]$ <b>then</b>	
11: $m[i, j] = q$	
12: $s[i, j] = k$	
13: <b>return</b> $m$ and $s$	

---



---

PrintSolution( $s, i, n$ )

1: <b>if</b> $i == j$ <b>then</b>	
2:     print 'A' <sub><math>i</math></sub>	▷ 输出字母 A 和下标变量 $i$ 的值
3: <b>else</b>	
4:     print '('	▷ 输出左括号符号
5:     PrintSolution( $s, i, s[i, j]$ )	
6:     PrintSolution( $s, s[i, j] + 1, j$ )	
7:     print ')'	▷ 输出右括号符号

---



---

MatrixChainRec( $m, i, j, p$ )

1: <b>if</b> $i == j$ <b>then</b>	
2: $m[i, j] = 0$	▷ Basce case
3: <b>return</b> $m[i, j]$	
4: <b>else</b>	
5: <b>for</b> $k = i$ <i>to</i> $j - 1$ <b>do</b>	
6: $cost = MatrixChainRec(m, i, k, p) + MatrixChainRec(m, k + 1, j, p) + p_{i-1}p_kp_j$	
7: <b>if</b> $m[i, j] > cost$ <b>then</b>	
8: $m[i, j] = cost$	
9: <b>return</b> $m[i, j]$	

---

### 最长公共子序列问题 LCS

说明：LCS 问题和矩阵连乘问题十分相似，求解过程基本相同。任务：与矩阵连乘问题类似

1. 编程实现循环版的 LCS 最优值求解，并编程实现递归版的最优解输出。
2. 设计递归版的 LCS 最优值求解算法，即备忘录算法。
3. 编程实现上一步的备忘录算法。

### 选做题目

算法实现题 3-1：独立任务最优调度问题 算法实现题 3-3：石子合并问题

### 3.1.2 贪心算法

贪心算法的重点是要找到贪心属性，以下题目先在草稿纸上验算并设计算法，找出一定的规律后再考虑编程实现)

### 算法实现题 4-1

会场安排问题

### 算法实现题 4-3

磁带最优存储问题

### 算法实现题 4-9

虚拟汽车加油问题

### 选做题目

算法实现题 4-4：磁盘最优存储问题

算法实现题 4-6：最优服务次序问题

算法实现题 4-7：多处最优服务次序问题

算法实现题 4-8: d 森林问题