<https://charlesmartin14.wordpress.com/2016/10/21/improving-rbms-with-physical-chemistry/>

**TAP方法在RBM中的应用**

1.首先这三个人名都是诺贝尔奖级别的人物。。。

2.下面是同一个博主对于RBM的介绍

<https://charlesmartin14.wordpress.com/2016/09/10/on-cheap-learning-partition-functions-and-rbms/>

3.RBM的目的是最小化能量函数

\mathcal{L}==-F^{c}(\mathbf{v})-F(\mathbf{v,h})  

其中F^{c}=ln\;\underset{\mathbf{h}}{\sum}\;E(\mathbf{v},\mathbf{h})  

且F=\ln\;Z(\mathbf{v,h})=ln\;\underset{\mathbf{v},\mathbf{h}}{\sum}\;E(\mathbf{v},\mathbf{h})\;\;,

第二个式子的求和的时间复杂度是O（2^N）的，所以RBM的瓶颈就是求这个log形式的自用能。通常情况下我们训练RBM的时候使用如下的步骤：

1.take a few ‘steps toward equilibration’, to approximate F

2.take a gradient step, \dfrac{\partial F}{\partial w_{i,j}} to get W, a, b

3.regularize W (i.e. by weight decay)

4.update W, a, b

5.repeat until some stopping criteria is met

下面介绍使用EMF的方法，这种方法以前被大量地用在了“旋转玻璃理论（？）”上。

RBM有一个非常简单的能量函数，所以求分割函数Z也是很容易的，只需要得到下面两个条件概率：

p(h_{i}=1|v)=\sigma(b_{i}+\mathbf{W}_{i}\mathbf{h}) 

p(v_{i}=1|h)=\sigma(a_{i}+\mathbf{W}_{i}\mathbf{v}) 

这两个概率可以通过Gibbs采样获得：

1.hold v fixed, sample p(\mathbf{h}|\mathbf{v}) 

2.hold h fixed, sample p(\mathbf{h}|\mathbf{h}) 

3.repeat for 1 or more equlibiration steps

上面的算法就叫做MF，这就是说自由能可以用隐变量h表示出来：

F^{RBM}=\mathbf{a}^{T}\mathbf{v}+\mathbf{b}^{T}\mathbf{h}+\mathbf{v}^{T}(\mathbf{Wh}) 

这里的Wh就是隐单元的mean field。

在理论上这是成立的，但是实际上我们需要更多.

4.下面开始考虑EMF

我们只考虑只有0和1的波动情况，也就是



这样对于MF的自由能的最简单的修正是：



这个修正在稳定约束条件下（EMF下的自由能在临界点）才有意义：

\left[\dfrac{dF^{EMF}}{d\mathbf{v}},\dfrac{dF^{EMF}}{d\mathbf{h}}\right]=0 

这个时候（v，h）的微小变化不会影响自由能

接下来我们会证明下面这个式子：



这是用温度倒数beta进行的泰勒展开，这里的S指的是熵：



第二项是上面说过的标准的MF方法求得的值：

F=\mathbf{a}^{T}\mathbf{v}+\mathbf{b}^{T}\mathbf{h}+\mathbf{v}^{T}\mathbf{W}\mathbf{h} 

最后一项称为Onsager correction：



上面的泰勒展开式就是TAP算法（一个诺贝尔奖工作）的结论。

在这个应用下我们设置beta = 1，并且要保证权重W比较小，所以有：



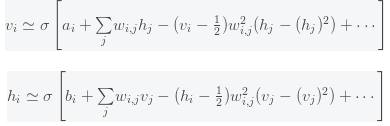
这个W的衰减可以保证温度保持在较高的程度。

早期的RBM问题中使用的是一个可变的beta，比如模拟退火和MF，使用温度这个参数可以使结果跳出局部最小值，所以大部分模型都一个非零的温度。但是这些算法并不能很好地工作，所以Hinton提出了CD算法。另外一些工作认为高的温度能够提高性能。

“temperature is an essential parameter controlling the selectivity of the firing neurons in the hidden layer.”

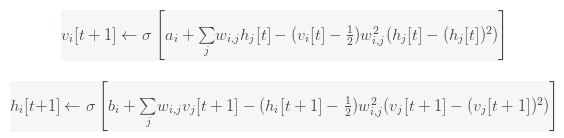
标准的RBM算法没有限制地估计这个分割函数Z，使用一次或多次吉布斯采样，这类算法叫做CD或者PCD。如果使用统计学的方式可以直接求能量而不用采样，具体通过解确定性方程实现。

我们可以通过稳定条件导出一对非线性方程：



这个激活方程不同于一般的深度学习的激活函数，因为包含了其它层的信息，由于后面还有很多项，所以跟多层之间的联系也有。

我们不能同时满足这两个方程，但是我们可以分别满足约束条件，随后得到一个递归式子：



这两个定点方程收敛到稳定态，就像Gibbs需要迭代一样，但是这里我们只需要3到5步就可以得到一个精确值。

5.TAP方程

推导出上述两个递推式子的过程。