2.20

URNA = 30 BOLAS → 20 VERMELHAS
↳ 10 AZUIS

Para que ocorra a remoção de todas as bolas vermelhas antes de todas azuis, torna-se obrigatório que a última bola a ser retirada seja de cor azul. Isto ocorre, nesse cenário, uma vez que com a bola na posição 30 sendo de coloração azul, tem-se uma garantia que, dentre as 29 anteriores, há as 20 bolas vermelhas. Após ~~essa~~ a explicação dessa lógica, pode-se efetuar os devidos cálculos para tal:

1º) ESPAÇO AMOSTRAL (totalidade de casos):

$$\Omega = P_{30}^{20,10} = \frac{30!}{20! \cdot 10!} = \boxed{30.045.015}$$

↳ O total de casos possíveis será a permutação das 30 bolas contidas na urna, de tal modo que haja a repetição de 20 vermelhas e 10 azuis.

2º) Casos favoráveis

$$E = P_{29}^{20,9} = \frac{29!}{20! \cdot 9!} = \boxed{10.015.005}$$

↳ O evento requisitado na lógica explicitada anteriormente, é que a última bola a ser retirada seja de cor azul. Desse modo, infere-se, que, nesse caso, ocorrerá a permutação das 29 restantes, dado que 20 são vermelhas e 9 são azuis. Logo, resulta-se em permutação com repetição de ambas.

3º) Probabilidade

$$P = \frac{E}{\Omega} = \frac{10.015.005}{30.045.015} \cong \boxed{0,34} \ (33{,}34\%)$$

tilibra

Digitalizado com CamScanner

2.45 3,8 9:21:3

3.43 3.66 3.79

2.45 (a) Descartando

Probabilidade de abrir na primeira tentativa: $\frac{1}{20}$

Abrir na segunda tentativa: $\frac{19}{20} \cdot \frac{1}{19} = \frac{1}{20}$

Generalizando: $\frac{1}{20}$

(b) sem descartar

Abrir na segunda: $\frac{19}{20} \cdot \frac{1}{20}$ $K=2$

Abrir na terceira: $\frac{19}{20} \cdot \frac{19}{20} \cdot \frac{1}{20}$ $K=3$

Generalizando: $\left(\frac{19}{20}\right)^{k-1} \cdot \frac{1}{20}$

D S T Q Q S S

2.53) SE SOUBERMOS A PROBABILIDADE DE QUE PELO MENOS UM CASAL FIQUE SENTADO LADO A LADO, PODEREMOS CALCULAR O EVENTO COMPLEMENTAR E SABER QUAL A PROBABILIDADE DE QUE NENHUM CASAL SE SENTE JUNTO. PARA ISSO, UTILIZAREMOS O TEOREMA DO PRODUTO.

- APENAS UM CASAL PERMANECE SENTADO JUNTO.

$$\underbrace{7!}_{\text{PERMUTAÇÃO COM 1 CASAL UNIDO E 6 PESSOAS LIVRES}} \times \underbrace{2!}_{\text{PERMUTAÇÃO ENTRE O CASAL UNIDO}} \times \underbrace{\frac{4!}{1!\,3!}}_{\text{COMBINAÇÃO DE POSSÍVEIS CASAIS}} = 40.320$$

- DOIS CASAIS PERMANECEM SENTADOS JUNTOS.

$$\underbrace{6!}_{\text{PERMUTAÇÃO COM 2 CASAIS UNIDOS E 4 PESSOAS LIVRES}} \times \underbrace{2! \times 2!}_{\text{PERMUTAÇÕES ENTRE CADA CASAL}} \times \underbrace{\frac{4!}{2!\,2!}}_{\text{COMBINAÇÕES DE POSSÍVEIS CASAIS}} = 17.280$$

- TRÊS CASAIS PERMANECEM SENTADOS JUNTOS.

$$\underbrace{5!}_{\text{PERMUTAÇÃO COM 3 CASAIS UNIDOS E 2 PESSOAS LIVRES}} \times \underbrace{2! \times 2! \times 2!}_{\text{PERMUTAÇÃO ENTRE CADA CASAL}} \times \underbrace{\frac{4!}{3!\,1!}}_{\text{COMBINAÇÕES DE POSSÍVEIS CASAIS}} = 3.840$$

- TODOS OS CASAIS PERMANECEM SENTADOS JUNTOS.

$$\underbrace{4!}_{\text{PERMUTAÇÃO COM 4 CASAIS UNIDOS}} \times \underbrace{2! \times 2! \times 2! \times 2!}_{\text{PERMUTAÇÕES ENTRE OS CASAIS}} = 384$$

UTILIZANDO O TEOREMA DO PRODUTO PARA SOMAR TODOS OS CASOS FAVORÁVEIS TEMOS QUE: $40.320 - 17.280 + 3.840 - 384 = 26.496$

A QUANTIDADE TOTAL DE CASOS POSSÍVEIS É $8! = 40.320$

LOGO, A PROBABILIDADE DE QUE AO MENOS UM CASAL SE SENTE JUNTO É: $\frac{26.496}{40.320} = 0,6571$

ENTRETANTO, A RESPOSTA QUE PROCURAMOS É O COMPLEMENTAR DESSE RESULTADO, PORTANTO:

$1 - 0,6571 = \boxed{0,3429}$

```r
casais = c(1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4) #criando um vetor com os casais
simulacoes = 10000000 #quantidade de simulações
matriz = matrix(0, corridas, 1) #criando uma matriz nulo para armazenar os resultados
for (i in 1:simulacoes){ #criando um loop para cada simulação
amostra = sample(casais, 8) #embaralhando os casais
amostra_1 = amostra[1:7] #coletando uma amostra do 1 ao 7
amostra_2 = amostra[2:8] #coletando uma amostra do 2 ao 8
amostra_3 = min(abs(amostra_1 - amostra_2)) #calculando a diferença

if (amostra_3 == 0){ #estabelecendo a condição de que se a diferença é zero, os casais estão todos lado a lado
  matriz[i] = 1 #armazenando o resultado positivo
  }else{
  matriz[i] = 0 #armazenando o resultado negativo
  }
}

probabilidade = 1 - mean(vetor) #subtraindo a média dos valores armazenados na matriz por 1, e obtendo o complementar
print(probabilidade) #exbidindo o resultado da média que equivale à probabilidade
0.3429383
```

D S T Q Q S S

3.1) CONSIDERANDO QUE OS DADOS POSSUEM RESULTADOS DIFERENTES, DEVEMOS REMOVER OS CENÁRIOS EM QUE ISSO NÃO OCORRE.

PORTANTO: $\underbrace{36}_{\text{COMBINAÇÕES DE RESULTADO POSSÍVEIS}} - \underbrace{6}_{\text{RESULTADOS EM QUE OS DADOS SÃO IGUAIS}} = \underbrace{30}_{\text{NOVO ESPAÇO AMOSTRAL}}$

OS CASOS FAVORÁVEIS SÃO TODOS OS QUE SE OBTÉM PELO MENOS UM DADO COM 6, MAS DESCONSIDERANDO O CASO EM QUE AMBOS RESULTAM EM 6. PORTANTO: $6 + 6 - 1 = \underbrace{11}_{\text{CHANCES DE QUE AO MENOS UM DADO SEJA 6}}$

$11 - \underbrace{1}_{\text{DESCONSIDERANDO O CASO EM QUE OS DOIS SÃO 6}} = 10 \rightarrow$ CASOS FAVORÁVEIS

LOGO: $\frac{1\cancel{0}}{3\cancel{0}} = \boxed{0,\overline{3}}$

MÁXIMA

```r
simulacoes = 100000 #quantidade de simulações

dado = c(1, 2, 3, 4, 5, 6) #vetor representando um dado
matriz = c() #matriz preenchida com valores nulos
for (i in 1:simulacoes){ #criando loop para cada simulação
  dado1 = sample(dado, 2, replace = TRUE) #coletando duas amostras com reposição
  amostra_1 = dado1[1] #armazenando a primeira amostra coletada
  amostra_2 = dado1[2] #armazenando a segunda amostra coletada
if (amostra_1 != amostra_2){ #estabelecendo a condição de que os valores sejam diferentes

if (amostra_1 == 6 | amostra_2 == 6){ #estabelecendo a condição de que ao menos um seja 6
  matriz = rbind(matriz, 1) #armazenando os resultados positivos para a condição anterior
} else {
  matriz = rbind(matriz, 0) #armazenando os resultados negativos para a condição anterior
}
}
}

probabilidade = mean(matriz) #calculando a média dos valores armazenados, que é equivalente à probabilidade

print(probabilidade) #exibindo o valor encontrado
0.331251
```

3.9

A	B	C
2B 4V	8B 4V	1B 4V

B	B	B	
B	B	V	$\frac{2}{6}\cdot\frac{8}{12}\cdot\frac{4}{5}=\frac{64}{360}$
B	V	B	$\frac{2}{6}\cdot\frac{4}{12}\cdot\frac{1}{5}=\frac{8}{360}$
V	B	B	$\frac{4}{6}\cdot\frac{8}{12}\cdot\frac{1}{5}=\frac{32}{360}$
B	V	V	
V	B	V	
V	V	B	
V	V	V	

P(A = Branco | 2 brancas) = x

$x = \left(\frac{72}{360}\right)\cdot\frac{360}{104} = \frac{72}{104} = 0,6923$

$P(A = \text{Branco} \mid 2\ \text{brancas}) = \left(\frac{64}{360}+\frac{8}{360}\right)\cdot\frac{360}{104} = \frac{72}{104}$

$\frac{72}{104} = 0,6923$

Calculei a probabilidade de cada combinação onde sairam duas brancas, normalizei suas probabilidades após ignorar as possibilidades que não importam e somei as probabilidades que sobraram em que a bola da urna A era branca.

3.30 - pg.134

Caixa 1 → 1 BOLA BRANCA
→ 1 BOLA PRETA

Caixa 2 → 1 BOLA BRANCA
→ 2 BOLAS PRETAS

I - Primeiramente, tem-se o seguinte evento:

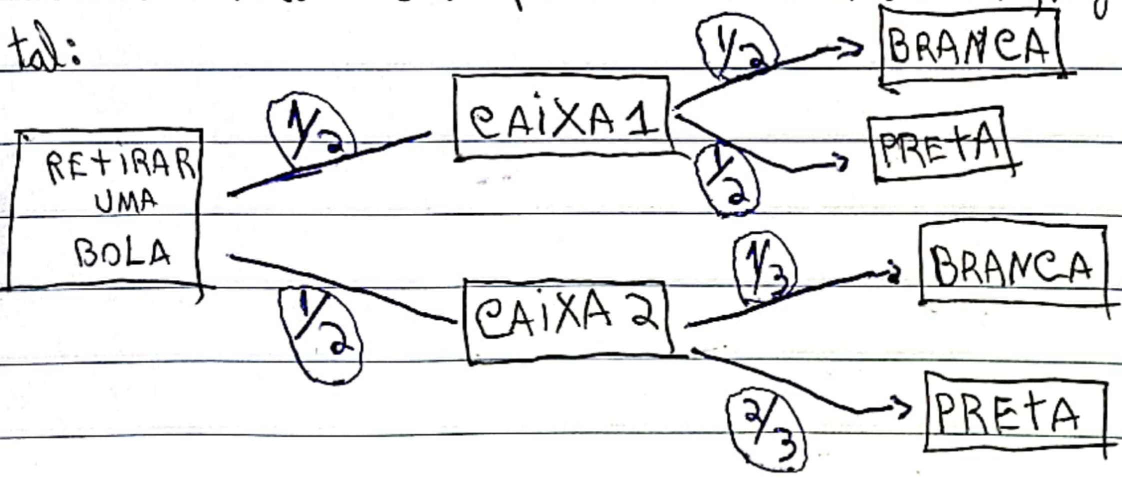
A: Selecionar uma bola preta aleatoriamente.

Matematicamente esse problema fica deste modo:

$$P(A) = P(A|\text{caixa}1) \cdot P(\text{caixa }1) + P(A|\text{caixa }2) \cdot P(\text{caixa}2)$$

P. de ser preta, dado que foi caixa 1 — ou — P. de ser preta, dado que foi caixa 2

E, para facilitar o entendimento da probabilidade do Evento A, segue uma ilustração de tal:



$$\therefore P(A) = \left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{2}{\cancel{8}_{6}} = \boxed{\frac{7}{12} \text{ ou } 58{,}33\%}$$

Digitalizado com CamScanner

3.30 - pg 134

II - P(Caixa 1 | B)

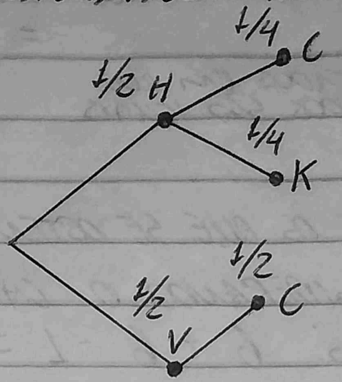
Para efetuar os cálculos a fim de descobrir a probabilidade de que a 1ª caixa tenha sido selecionada, dado que a bola é branca, é imprescindível a utilização do teorema de BAYES. Sendo assim, tem-se:

$$P(\text{Caixa } 1 | B) = \frac{P(\text{Caixa } 1) \cdot P(B | \text{caixa } 1)}{P(\text{caixa } 1) \cdot P(B | \text{caixa } 1) + P(\text{Caixa } 2) \cdot P(B | \text{caixa } 2)}$$

$$P(\text{Caixa } 1 | B) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)}{\left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{6}\right)} = \frac{24}{40} = \boxed{60\% \text{ ou } 0,6}$$

Digitalizado com CamScanner

3.37) a) SEJA H A MOEDA HONESTA E V A MOEDA VICIADA. CALCULEMOS AS PROBABILIDADES ATRAVÉS DO ESQUEMA DE RAMIFICAÇÕES:



SOMANDO O ESPAÇO AMOSTRAL:

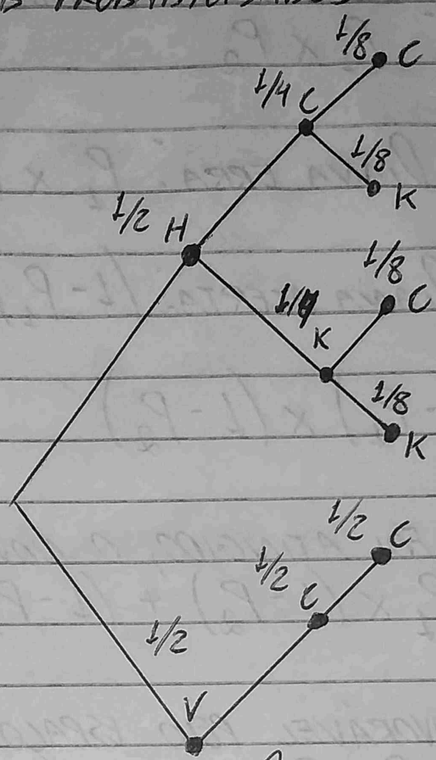
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 1$

DESCONSIDERANDO A POSSIBILIDADE DE SAIR COROA, POIS SABEMOS QUE O RESULTADO FOI CARA, O NOVO ESPAÇO AMOSTRAL É:

$1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ → NOVO ESPAÇO AMOSTRAL

DIVIDINDO O CASO FAVORÁVEL PELO NOVO ESPAÇO AMOSTRAL, TEMOS QUE: $\frac{1/4}{3/4} = \boxed{\frac{1}{3}}$

b) CALCULANDO AS NOVAS PROBABILIDADES.



O ESPAÇO AMOSTRAL É DADO POR:

$1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/2 = 1$

SABENDO QUE SAÍRAM DUAS CARAS SEGUIDAS, O NOVO ESPAÇO AMOSTRAL É: $1/8 + 1/2 = \frac{5}{8}$ ← NOVO ESPAÇO AMOSTRAL

DIVIDINDO O CASO FAVORÁVEL PELO NOVO ESPAÇO AMOSTRAL, TEMOS QUE: $\frac{1/8}{5/8} = \boxed{\frac{1}{5}}$

c) SABENDO QUE A MOEDA VICIADA JAMAIS DARIA COROA, PODEMOS AFIRMAR, COM 100% DE CERTEZA, QUE ESTA É A MOEDA HONESTA.

```
simulacoes = 100000 #quantidade de simulações
moeda_honesta = c(0, 1) #criando uma moeda honesta (com uma cara)
moeda_viciada = c(0, 0) #criando uma moeda viciada (com duas caras)
vetor = c() #criando um vetor nulo para armazenar os resultados

for (i in 1:simulacoes){ #criando um loop para as simulações
  amostra = rbinom(1, 1, 0.5) #selecionando aleatoriamente qual moeda virá
if (amostra == 1){ #estabelecendo a condição caso seja a moeda honesta
amostra_1 = sample(moeda_honesta, 1) #em caso afirmativo à última condição, joga-se essa moeda
}else{ #estabelecendo a condição caso seja a moeda viciada
amostra_1 = sample(moeda_viciada, 1) #em caso afirmativo à última condição, joga-se essa moeda
}
if (amostra_1 == 0 & amostra == 1){  #estabelecendo a condição de que seja a moeda honesta a dar cara
  vetor = rbind(vetor, 1) #armazenando o resultado positivo à última condição
}
  if (amostra_1 == 0 & amostra == 0){  #estabelecendo a condição de que seja a moeda viciada a dar cara
  vetor = rbind(vetor, 0) #armazenando o resultado positivo à última condição
}

}

probabilidade = mean(vetor) #calculando a média dos resultados obtidos
print(probabilidade) #exibindo o resultado
0.3329066
```

```
simulacoes = 100000 #quantidade de simulações
moeda_honesta = c(0, 1) #criando uma moeda honesta (com uma cara)
moeda_viciada = c(0, 0) #criando uma moeda viciada (com duas caras)
vetor = c() #criando um vetor nulo para armazenar os resultados

for (i in 1:simulacoes){
  amostra = rbinom(1, 1, 0.5) #selecionando aleatoriamente qual moeda virá
if (amostra == 1){ #estabelecendo a condição caso seja a moeda honesta
amostra_1 = sample(moeda_honesta, 2, replace = TRUE) #coletando duas amostras da moeda honesta com reposição
amostra_1 = sum(amostra_1) #armazenando apenas o resultado em que saíram duas caras
}else{
amostra_1 = sample(moeda_viciada, 2, replace = TRUE) #coletando duas amostras da moeda viciada com reposição
amostra_1 = sum(amostra_1) #armazenando apenas o resultado em que saíram duas caras
}
if (amostra_1 == 0 & amostra == 1){  #caso a moeda honesta tenha dado duas caras
    vetor = rbind(vetor, 1) #armazenando resultado positivo à última condição
}
  if (amostra_1 == 0 & amostra == 0){  #caso a moeda viciada tenha dado duas caras
    vetor = rbind(vetor, 0) #armazenando resultado positivo à última condição
}


}

probabilidade = mean(vetor) #calculando a média dos resultados obtidos
print(probabilidade) #exibindo o resulta
0.2027382
```

```r
simulacoes = 100000 #quantidade de simulações
moeda_honesta = c(0, 1) #criando uma moeda honesta (com uma cara)
moeda_viciada = c(0, 0) #criando uma moeda viciada (com duas caras)
vetor = c() #criando um vetor nulo para armazenar os resultados

for (i in 1:simulacoes){
  amostra = rbinom(1, 1, 0.5) #selecionando aleatoriamente qual moeda virá
if (amostra == 1){ #estabelecendo a condição caso seja a moeda honesta
amostra_1 = sample(moeda_honesta, 3, replace = TRUE) #coletando três amostras da moeda honesta
amostra_1_1 = sum(amostra_1[1:2]) #estabelecendo a condição de que sejam duas caras seguidas
amostra_1_2 = amostra_1[3] #estabelecendo a condição de que seja uma coroa
}else{
amostra_1 = sample(moeda_viciada, 3, replace = TRUE) #coletando três amostras da moeda viciada
amostra_1_1 = sum(amostra_1[1:2]) #estabelecendo a condição de que sejam duas caras seguidas
amostra_1_2 = amostra_1[3] #estabelecendo a condição de que seja uma coroa
}
if (amostra_1_1 == 0 & amostra_1_2 == 1 & amostra == 1){  #estabelecendo a condição de que seja a moeda honesta
    vetor = rbind(vetor, 1) #armazenando resultado positivo à última condição
}
if (amostra_1_1 == 0 & amostra_1_2 == 1 & amostra == 0){  #estabelecendo a condição de que seja a moeda honesta
    vetor = rbind(vetor, 0) #armazenando resultado positivo à última condição
}

}

probabilidade = mean(vetor) #calculando a média dos resultados obtidos
print(probabilidade) #exibindo o resultado
1
```

3,43

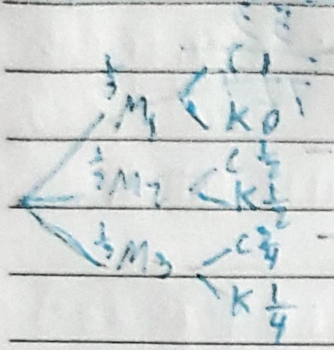
C = cara

K = coroa

M_1 = 2 caras

M_2 = honesta

M_3 = 75% cara



$$P(\text{duas caras} \mid \text{deu cara}) = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3}\cdot 1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{4}} \quad \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{12} + \frac{2}{12} + \frac{3}{12}} \quad \frac{\frac{1}{3}}{\frac{9}{12}} =$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{12}{9} = \frac{4}{9}$$

Teorema de Bayes foi usado no exercício

$$P(\text{duas caras} \mid \text{deu cara}) = \frac{P(M_1)\cdot P(M_1 \cap C)}{P(M_1 \cap C)\cdot P(M_1) + P(M_2)\cdot P(M_2 \cap C) + P(M_3)\cdot P(M_3 \cap C)}$$

3.44 – Pg 136

A priori, devo mencionar que não concordo com o pensamento do vigia, uma vez que, segundo meus cálculos, a probabilidade de A ser executado sabendo-se que algum dos outros dois prisioneiros será libertado permanecerá a mesma: $1/3$.

Para chegar nessa conclusão, embasei-me no Teorema de Bayes, no que se refere à probabilidade de A ser executado, dado que o vigia afirma a libertação de B ou C. Matematicamente esse problema pode ser expresso da seguinte forma:

EVENTOS

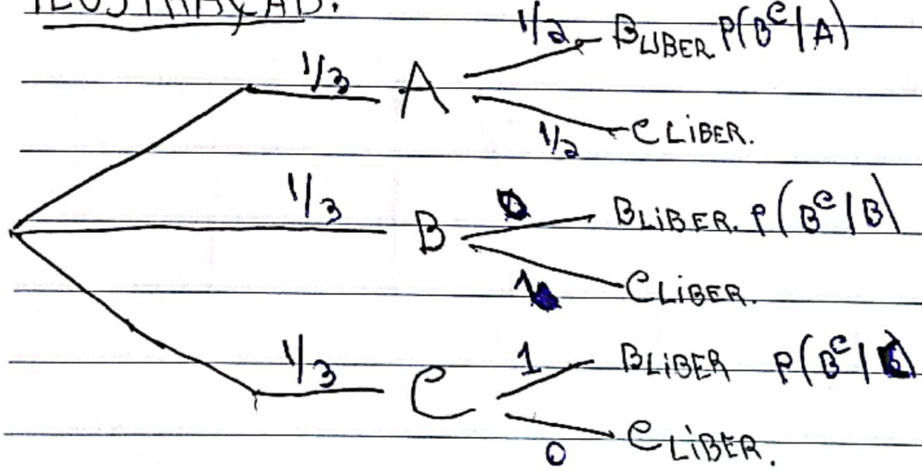
- A: A executado
- B: B executado
- C: C executado
- V: O vigia confirma a libertação do prisioneiro B.

BAYES

$$P(A|V) = \frac{P(A) \cdot P(V|A)}{P(A) \cdot P(V|A) + P(B) \cdot P(V|B) + P(C) \cdot P(V|C)}$$

ILUSTRAÇÃO:

NOTA: $B^C = V$



$$\therefore P(A|V) = \frac{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{3} \cdot 1} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}} = \boxed{\frac{1}{3}}$$ ou 33,3

3.62) a) O PRIMEIRO PASSO É CALCULAR TODAS AS POSSIBILIDADES:

- AMBAS ACERTAM: $P_1 \times P_2$

- BÁRBARA ACERTA E DIANA ERRA: $P_1 \times (1 - P_2)$

- BÁRBARA ERRA E DIANA ACERTA: $(1 - P_1) \times P_2$

- AMBAS ERRAM: $(1 - P_1) \times (1 - P_2)$

SABENDO QUE O PATO FOI ATINGIDO, O NOVO ESPAÇO AMOSTRAL É:

$P_1 \times P_2 + P_1 \times (1 - P_2) + (1 - P_1) \times P_2$

DIVIDINDO O CASO FAVORÁVEL PELO ESPAÇO AMOSTRAL:

$$\frac{P_1 \times P_2}{P_1 \times P_2 + P_1 \times (1 - P_2) + (1 - P_1) \times P_2}$$

b) BASTA MUDAR O CASO FAVORÁVEL.

$$\frac{P_1 \times (1 - P_2)}{P_1 \times P_2 + P_1 \times (1 - P_2) + (1 - P_1) \times P_2}$$

SUPONDO QUE $P_1 = 0,7$ e $P_2 = 0,6$, TEMOS QUE:

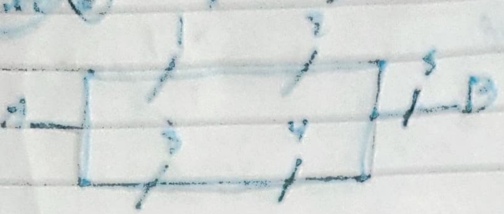
a) $\boxed{0,4773}$

b) $\boxed{0,7955}$

```
simulacoes = 100000 #quantidade de simulações
probabilidade_barbara = 0.7 #supondo uma probabilidade para o tiro de barbara
probabilidade_diana = 0.6 #supondo uma probabilidade para o tiro de barbara
vetor_1 = c() #criando um vetor nulo para armazenar os resultados
vetor_2 = c() #criando outro vetor nulo para armazenar os resultados
for (i in 1:simulacoes){ #criando um loop para cada simulação
  amostra_barbara = rbinom(1, 1, pb) #calculando o tiro de barbara
  amostra_diana = rbinom(1, 1, pd) #calculando o tiro de diana
amostra = amostra_barbara + amostra_diana #somando o tiro da barbara e da diana

if (amostra > 0){ #estabelecendo a condição de que ao menos uma das duas tenha acertado
  if (amostra == 2){ #estabelecendo a condição de que as duas tenham acertado
    vetor_1 = rbind(vetor_1, 1) #armazenando o resultado positivo
  }else{
    vetor_1 = rbind(vetor_1, 0) #armazenando o resultado positivo
}
}
}

probabilidade = mean(vetor_1) #calculando a média dos valores armazenados no vetor
print(probabilidade) #exbidindo o resultado da média que equivale à probabilidade
0.4776202
```

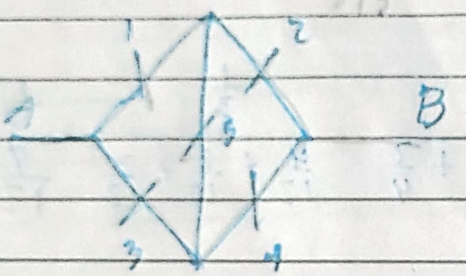
```r
simulacoes = 100000 #quantidade de simulações
probabilidade_barbara = 0.7 #supondo uma probabilidade para o tiro de barbara
probabilidade_diana = 0.6 #supondo uma probabilidade para o tiro de barbara
vetor_1 = c() #criando um vetor nulo para armazenar os resultados
vetor_2 = c() #criando outro vetor nulo para armazenar os resultados
for (i in 1:simulacoes){ #criando um loop para cada simulação
  amostra_barbara = rbinom(1, 1, pb) #calculando o tiro de barbara
  amostra_diana = rbinom(1, 1, pd) #calculando o tiro de diana
amostra = amostra_barbara + amostra_diana #somando o tiro da barbara e da diana

if (amostra > 0){ #estabelecendo a condição de que ao menos uma das duas tenha acertado
  if (amostra_barbara == 1){ #estabelecendo a condição de que somente a barbara tenha acertado
    vetor_1 = rbind(vetor_1, 1) #armazenando o resultado positivo
  }else{
    vetor_1 = rbind(vetor_1, 0) #armazenando o resultado positivo
}
}
}

probabilidade = mean(vetor_1) #calculando a média dos valores armazenados no vetor
print(probabilidade) #exbidindo o resultado da média que equivale à probabilidade
0.7962155
```

3.66 a) $p = \frac{1}{3}$



$P(AB) = P(\text{cima} \cup \text{baixo}) = \frac{1}{27} + \frac{1}{27} - \frac{1}{729} = \frac{53}{729}.$

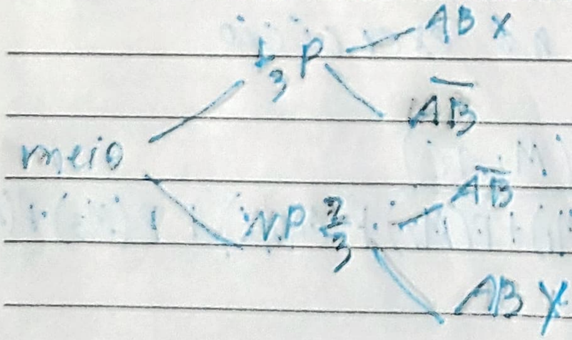
b)



$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right)^2 = \frac{2}{3} - \frac{1}{9} = \frac{6}{9} - \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$

$= \frac{25}{81} = x$

$P(AB) = P(\text{cima} \cup \text{baixo} \cup \text{meio})$



$P(AB) = \frac{x}{3} + \frac{2y}{3} = \frac{25}{81 \cdot 3} + \frac{17}{81} \cdot \frac{2}{3} = 0{,}2427$

3.79

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

A : par 7

B = soma par

C = 1 - A - B

$P(A) = \frac{6}{36}$

$P(B) = \frac{18}{36}$

$P(C) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$ = não 7 e ímpar

$\frac{6}{36} + \frac{18}{36} = \frac{24}{36}$

$P(A) = \frac{6}{36} \cdot \frac{36}{24} = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ P(A) = somar 7

$P(B) = \frac{18}{36} \cdot \frac{36}{24} = \frac{18}{24} = \frac{3}{4}$ P(B) = soma par

7 7 $\quad \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}$

7 P 7 $\quad \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot 2$ $\quad$ = $\quad$ total = 0,5550537

7 P P 7 $\quad (\frac{1}{4})^2 \cdot (\frac{3}{4})^2 \times 3$

7 P P P 7 $\quad (\frac{1}{4})^2 \cdot (\frac{3}{4})^3 \times 4$

7 P P P P 7 $\quad (\frac{1}{4})^2 \cdot (\frac{3}{4})^4 \times 5$

7 P P P P P 7 $\quad (\frac{1}{4})^2 \cdot (\frac{3}{4})^5 \times 6$

No resto dos casos haverá duas somas 7 após 6 pares

LISTA DE EXERCÍCIOS

2.9) $A = 0,24$; $V = 0,61$ E $AV = 0,11$

$(A \cup V) = 0,24 + 0,61 - 0,11 = \boxed{0,74 \text{ ou } 74\%}$

2.11) $Ci = 0,28$; $C_H = 0,07$ E $CiC_H = 0,05$

a) $1 - \underbrace{(Ci \cup C_H)} = 1 - (0,28 + 0,07 - 0,05) = \boxed{0,70 \text{ ou } 70\%}$

PROB. DE FUMAR PELO MENOS
UM TIPO DE FUMO

b) $(Ci \cup C_H) - Ci = 0,30 - 0,28 = \boxed{0,02 \text{ ou } 2\%}$

2.16) O NÚMERO TOTAL DE CASOS É $6^5 = 7776$

a) CONSIDERANDO QUE OS DADOS NÃO PODEM REPETIR, TEMOS QUE O NÚMERO DE CASOS FAVORÁVEIS É:

$\underline{6}.\underline{5}.\underline{4}.\underline{3}.\underline{2} = 720$

LOGO: $\dfrac{720}{7776} = \boxed{0,0926}$

b) $\underbrace{\dfrac{5!}{2!}} \times \underbrace{6} \times \underbrace{\dfrac{5!}{3!2!}} = 3600$

PERMUTAÇÃO DE DADOS COM DUAS REPETIÇÕES

QUANTIDADE DE VALORES QUE PODEM REPETIR

COMBINAÇÃO DOS DADOS QUE NÃO SE REPETEM TOMADOS 3 A 3.

LOGO: $\dfrac{3600}{7776} = \boxed{0,4630}$

c) $\underbrace{\frac{5!}{2!2!}}$ x $\underbrace{\frac{6!}{2!4!}}$ x $\underbrace{4}_{\text{DADOS QUE NÃO PODEM REPETIR}}$ $= 1800$

PERMUTAÇÃO COM TODOS OS DADOS COM DUAS REPETIÇÕES DE DOIS VALORES

COMBINAÇÃO DOS DADOS QUE PODEM REPETIR

Logo: $\frac{1800}{7776} = \boxed{0,2315}$

d) $\underbrace{\frac{5!}{3!}}$ x $\underbrace{\frac{5!}{2!3!}}$ x $\underbrace{6}_{\text{VALORES QUE PODEM REPETIR}}$ $= 1200$

PERMUTAÇÃO CONTENDO 3 REPETIÇÕES

COMBINAÇÕES DE DADOS QUE NÃO REPETEM

Logo: $\frac{1200}{7776} = \boxed{0,1543}$

e) $\underbrace{\frac{5!}{3!2!}}$ x $\underbrace{6}_{\text{VALORES POSSÍVEIS PARA A TRINCA}}$ x $\underbrace{5}_{\text{VALORES POSSÍVEIS PARA O PAR}}$ $= 300$

PERMUTAÇÃO COM UMA REPETIÇÃO DE TRÊS E UMA REPETIÇÃO DE DOIS

Logo: $\frac{300}{7776} = \boxed{0,0386}$

D S T Q Q S S

f) $\underbrace{\frac{5!}{4!}}_{\text{PERMUTAÇÃO COM QUATRO DADOS REPETIDOS}} \times \underbrace{6}_{\text{VALORES POSSÍVEIS PARA OS DADOS IGUAIS}} \times \underbrace{5}_{\text{VALORES POSSÍVEIS PARA O DADO QUE NÃO REPETE}} = 150$

Logo: $\frac{150}{7776} = \boxed{0,0193}$

g) $\underbrace{\frac{5!}{5!}}_{\text{PERMUTAÇÃO COM CINCO REPETIÇÕES}} \times \underbrace{6}_{\text{VALORES POSSÍVEIS PARA OS DADOS REPETIDOS}} = 6$

Logo: $\frac{6}{7776} = \boxed{0,0008}$

2.17) POSICIONANDO AS TORRES SEQUENCIALMENTE, TEMOS QUE:

TORRE	CASAS ONDE NÃO CAPTURA	CASAS TOTAIS	PROB. DE NÃO CAPTURAR AO POSICIONAR A TORRE
1	64	64	1
2	49	63	0,7778
3	36	62	0,5806
4	25	61	0,4098
5	16	60	0,2667
6	9	59	0,1525
7	4	58	0,0690
8	1	57	0,0175

AGORA BASTA CALCULARMOS A INTERSEÇÃO DE TODOS OS EVENTOS: $1 \times 0,7778 \times 0,5806 \times 0,4098 \times 0,2667 \times 0,1525 \times 0,0690 \times 0,0175 = \boxed{8,9e^{-6}}$

2.23) CONTAREMOS TODAS AS POSSIBILIDADES.

- CASO O PRIMEIRO VALOR SEJA 1: $\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR O VALOR 1}} \times \underbrace{\frac{5}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR UM VALOR MAIOR QUE 1}} = \frac{5}{36}$

- CASO O PRIMEIRO VALOR SEJA 2: $\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR O VALOR 2}} \times \underbrace{\frac{4}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR UM VALOR MAIOR QUE 2}} = \frac{4}{36}$

- CASO O PRIMEIRO VALOR SEJA 3: $\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR O VALOR 3}} \times \underbrace{\frac{3}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR UM VALOR MAIOR QUE 3}} = \frac{3}{36}$

- CASO O PRIMEIRO VALOR SEJA 4: $\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR O VALOR 4}} \times \underbrace{\frac{2}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR UM VALOR MAIOR QUE 4}} = \frac{2}{36}$

- CASO O PRIMEIRO VALOR SEJA 5: $\underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR O VALOR 5}} \times \underbrace{\frac{1}{6}}_{\text{PROB. DE SAIR UM VALOR MAIOR QUE 5}} = \frac{1}{36}$

- É IMPOSSÍVEL SAIR UM VALOR MAIOR QUE 6.

AGORA, RESTA SOMAR OS CASOS FAVORÁVEIS:

$$\frac{5}{36} + \frac{4}{36} + \frac{3}{36} + \frac{2}{36} + \frac{1}{36} = \frac{15}{36}$$

LOGO: $\frac{15}{36} = \boxed{0,4167}$

2.27) CALCULANDO TODAS AS POSSIBILIDADES, TEMOS QUE:

- JOGADOR A VENCE DE PRIMEIRA: $\frac{3}{10} = 0,3000$

- JOGADOR A VENCE NA SEGUNDA TENTATIVA:

$\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{126}{720} = 0,1750$

- JOGADOR A VENCE NA TERCEIRA TENTATIVA:

$\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} = \frac{2520}{30.240} = 0,0833$

- JOGADOR A VENCE NA QUARTA TENTATIVA:

$\frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{15.120}{604.800} = 0,0250$

SOMANDO TODAS AS POSSIBILIDADES, TEMOS QUE:

$0,3000 + 0,1750 + 0,0833 + 0,0250 = \boxed{0,5833}$

2.28) ANTES DE TUDO, VAMOS CALCULAR TODOS OS CASOS POSSÍVEIS:

$\underbrace{\frac{19!}{5!6!8!}}_{\text{PERMUTAÇÃO COM REPETIÇÃO}} = 34.918.884$ CASOS POSSÍVEIS

i)a) CALCULANDO OS CASOS FAVORÁVEIS DO ITEM A:

- CASO AS TRÊS PRIMEIRAS SEJAM VERMELHAS, RESTARÃO DUAS VERMELHAS, SEIS AZUIS E OITO VERDES PARA PERMUTAR.

LOGO: $\frac{16!}{2!6!8!} = 360.360$

MÁXIMA

-Caso as três primeiras sejam azuis, restarão cinco vermelhas, três azuis e oito verdes para permutar.
Logo: $\frac{16!}{5!3!8!} = 720.720$

-Caso as três primeiras sejam verdes, restarão cinco vermelhas, seis azuis e cinco verdes para permutar.
Logo: $\frac{16!}{5!6!5!} = 2.018.016$

Somando todos os casos favoráveis, temos que:
2.018.016 + 720.720 + 360.360 = 3.099.096

Dividindo pelo total de casos: $\frac{3.099.096}{34.918.884} = \boxed{0,0888}$

b) Calculando os casos favoráveis do item B.
- Será uma bola de cada entre as três primeiras.
Então, irá sobrar quatro bolas vermelhas, cinco azuis, e sete verdes para permutar. Logo: $\frac{16!}{4!5!7!} = 1.441.440$

Multiplicando pela permutação das três primeiras, temos que: 1.441.440 x 3! = 8.648.640

Dividindo pelo total de casos: $\frac{8.648.640}{34.918.884} = \boxed{0,2477}$

ii) a) Considerando que há reposição e queremos três bolas iguais, basta elevar a probabilidade de sair cada bola ao cubo e somá-las.

- Caso sejam vermelhas: $\left(\frac{5}{19}\right)^3 = \boxed{0{,}0182}$

- Caso sejam azuis: $\left(\frac{6}{19}\right)^3 = \boxed{0{,}0315}$

- Caso sejam verdes: $\left(\frac{8}{19}\right)^3 = \boxed{0{,}0746}$

Somando os três casos, temos que: $0{,}0182 + 0{,}0315 + 0{,}0746 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow \boxed{0{,}1244}$

b) Calculando a probabilidade de pegar uma bola de cada, e multiplicando pela permutação das três, temos que: $\frac{5}{19} \times \frac{6}{19} \times \frac{8}{19} \times 3! = \boxed{0{,}2099}$

D S T Q Q S S

2.40) Para calcular os casos possíveis, utilizaremos o coeficiente multinomial. O denominador é o total de casos, que é $4^4 = 256$.

- 1 técnico conserta os 4 televisores:

$$\binom{4}{4\;0\;0\;0} \Rightarrow \frac{4!}{4!} \times \frac{4!}{3!} = \boxed{4}$$

- 2 técnicos consertam os 4 televisores.

$$\binom{4}{3\;1\;0\;0} \Rightarrow \frac{4!}{3!\,1!} \times \frac{4!}{2!} = \boxed{48}$$

ou

$$\binom{4}{2\;2\;0\;0} \Rightarrow \frac{4!}{2!\,2!} \times \frac{4!}{2!\,2!} = \boxed{36}$$

- 3 técnicos consertam os 4 televisores:

$$\binom{4}{2\;1\;1\;0} \Rightarrow \frac{4!}{2!\,1!\,1!} \times \frac{4!}{2!} = \boxed{144}$$

- 4 técnicos consertam os 4 televisores.

$$\binom{4}{1\;1\;1\;1} \Rightarrow \frac{4!}{1!\,1!\,1!\,1!} \times \frac{4!}{4!} = \boxed{24}$$

Somando todos, o resultado é como o previsto:

$4 + 48 + 36 + 144 + 24 = \underline{256}$

MÁXIMA