**捷联惯导系统如何实现粗对准：**

初始对准一般是在运载体对地静止的环境下进行的，且对准地点处的地理位置准确已知，也就是说，重力矢量和地球自转角速度矢量在地理坐标系（初始对准参考坐标系）的分量准确已知

，  （7.1-17）

其中，，和分别表示当地纬度、重力加速度大小和地球自转角速率大小，且记地球自转角速度的北向分量和天向分量。

根据4.1节的分析，有如下惯导角速度测量关系和比力方程：

 （7.1-18a）

 （7.1-18b）

在静基座下线运动引起的和都非常小，可以忽略，再考虑到陀螺仪测量误差和加速度计测量误差，上述两式分别改写为

 （7.1-19a）

 （7.1-19b）

其中，为基座角晃动干扰角速度；为基座线晃动干扰加速度。

式（7.1-19）还可简写为

 （7.1-20a）

 （7.1-20b）

其中，为等效陀螺仪测量误差；为等效加速度计测量误差。当测量误差远小于有用信号时，比如并且时，式（7.1-20）近似估计为

 （7.1-21a）

 （7.1-21b）

一般情况下线运动干扰相对误差小于角运动，所以常常选择作为主参考矢量，根据式（7.1-7）可得姿态阵估计

 （7.1-22）

将式（7.1-17）代入式（7.1-22），得

 （7.1-23）

由式（7.1-23）可见，根据实际陀螺仪和加速度计测量值即可直接实现姿态阵估计，这一过程表面上与地理位置无关，其实地理纬度信息隐含在两矢量与的夹角之中，即应当有。实际应用中，为了降低传感器高频噪声及高频环境晃动的影响，主要是针对陀螺仪高频噪声和高频角晃动的影响，常常需要采集一段时间的惯性传感器数据，假设角增量为和速度增量为，求解该时间段内的平均角速度为以及比力为，分别代替式（7.1-23）中的和，从而可以估计得。一般情况下，在时间段内当低频晃动角小于且速度变化小于时，就能够求得具有一定近似精度的粗略对准结果。

**方向余弦阵、四元数法及等效旋转矢量之间的关系（推导、计算）**



称为**等效旋转矢量**（equivalent Rotation Vector，RV，简称旋转矢量），等效旋转矢量的矢量方向表示转轴方向，而模值大小表示旋转角度大小。

**等效旋转矢量**转换为**方向余弦阵**：

 （2.2-23）

**欧拉角、姿态阵和四元数之间的转换关系**

虽然航向角习惯上常定义为北偏东为正，但是当定义导航坐标系为“东-北-天”地理坐标系时，航向角在绕天向轴转动时不符合右手规则。为了符合右手规则和推导公式简洁对称，除非特别说明，本节将航向角定义为北偏西为正，且取值范围为，这是在后续阅读相关公式时需要特别注意的。当然，如果要将相关公式应用于北偏东的航向角，只需再增加一个简单的航向角转换即可。

**1．从欧拉角到姿态阵**

在“东-北-天312”欧拉角定义下，参考式（B-2），可得从地理坐标系（选为导航系，系）到载体坐标系（系）的方向余弦矩阵

 （B-3）

式中，表示矩阵的第行列元素，式（B-3）便是根据欧拉角（姿态角）计算方向余弦阵（姿态阵）的公式。

**2．从姿态阵到欧拉角**

如果已知姿态阵，通过观察式（B-3），可得提取姿态角的数值方法如下所述。

（1）当时，有

 （B-4）

其中，数值为用户根据具体需求而设定的略小于1的数值；为标准Ｃ语言函数库中的求反正切函数，包含象限判断功能，但两个输入参数和不得同时为零，以为例，它在的第三行向量为单位向量且时是可以保证和不同时为零的。

（2）当时，有，作近似和，则可近似为



由上式可求得

 （B-5）

（3）当时，有，作近似和，则可近似为



由上式可求得

 （B-6）

式（B-5）和式（B-6）显示，当俯仰角在附近时，横滚角和航向角之间是无法单独分离的，或者说两者都存在多值性，只有在指定其中某一个值之后才能够确定另外一个，比如一般可令。

综合前面（1）~（3）分析，得由姿态阵求解欧拉角的完整算法如下：

 （B-7）

**3．从四元数到姿态阵**

参考式（2.4-23），将姿态阵与四元数之间转换关系重写如下：

 （B-8）

**4．从姿态阵到四元数**

根据式（B-8）的对角线元素，可得

   （B-9）

再由式（B-8）的非对角线元素，可得

   （B-10）

若仅根据式（B-9）将难以确定四元数各元素的正负符号。如果已知四元数的某一个元素，则根据式（B-10）可求解其他元素，但须避免该已知元素为0。由四元数归一化条件可知，必然有成立，也就是说，四个元素中必然存在某个。实际应用时，可先根据式（B-9）计算获得某一个较大的元素（不妨取为正值），再根据式（B-10）计算剩余的其他三个元素。

在式（B-9）中，等价于，即；同理，有等价于；以及等价于。由此可得计算四元数各元素的伪代码如下：

 （B-11）

**5．从欧拉角到四元数**

在实际惯导的姿态更新算法中经常使用的是四元数，需要涉及四元数和欧拉角的转换问题。根据单位四元数的含义式（2.4-21），在“东-北-天312”欧拉角定义下，由欧拉角求解四元数的公式为

 （B-12）

**6．从四元数到欧拉角**

仅根据式（B-12），由四元数直接求解欧拉角并不容易。实际上，可通过姿态阵作为中间过渡量，先由四元数计算姿态阵，再由姿态阵计算欧拉角，分别如式（B-8）和式（B-7），综合一起后其结果为

 （B-13）

最后，总结给出欧拉角、方向余弦阵和四元数三种姿态描述之间的相互转换关系，如图B-4所示。



图B-4 三种姿态描述之间的转换关系