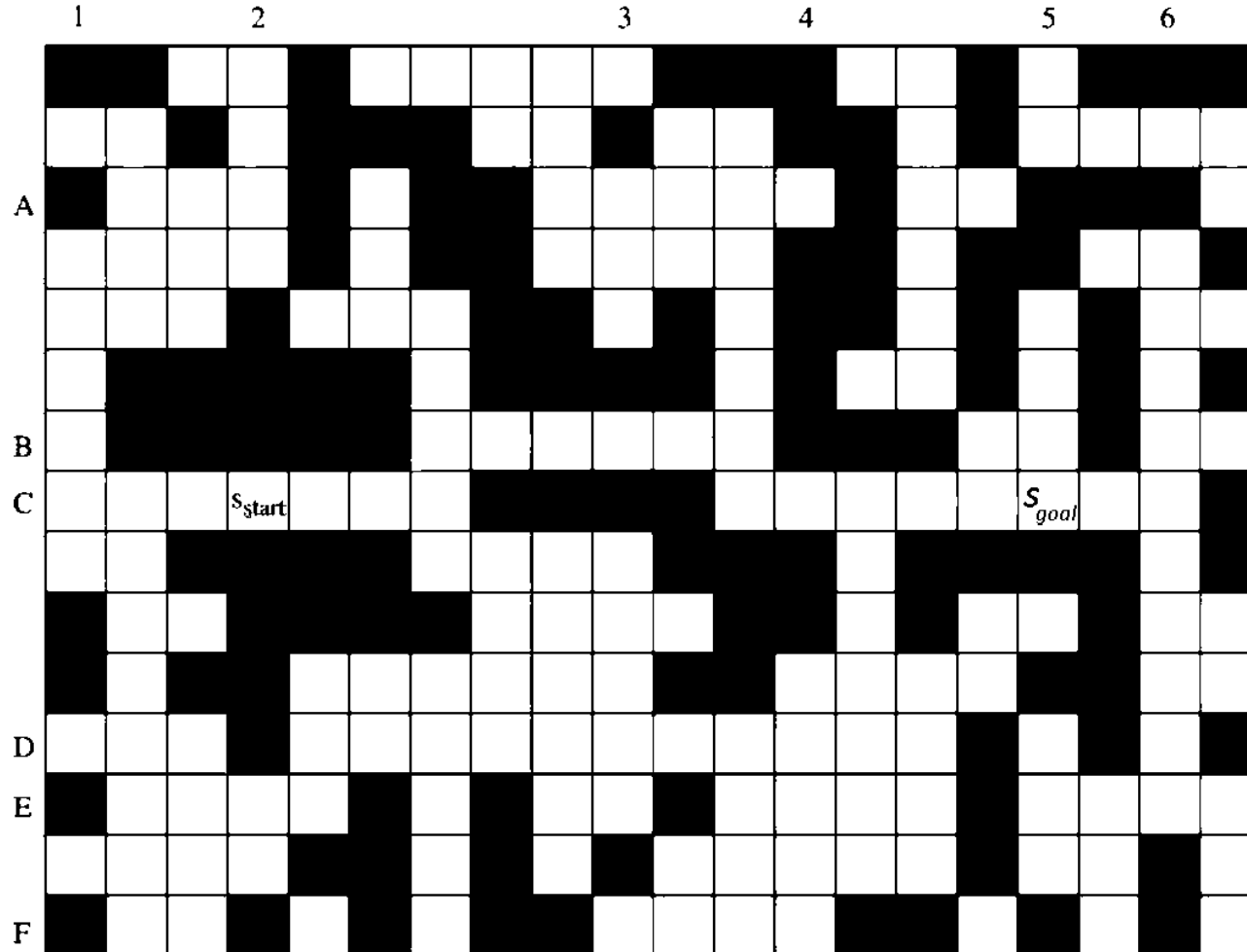


# Развитие идей A\*-поиска

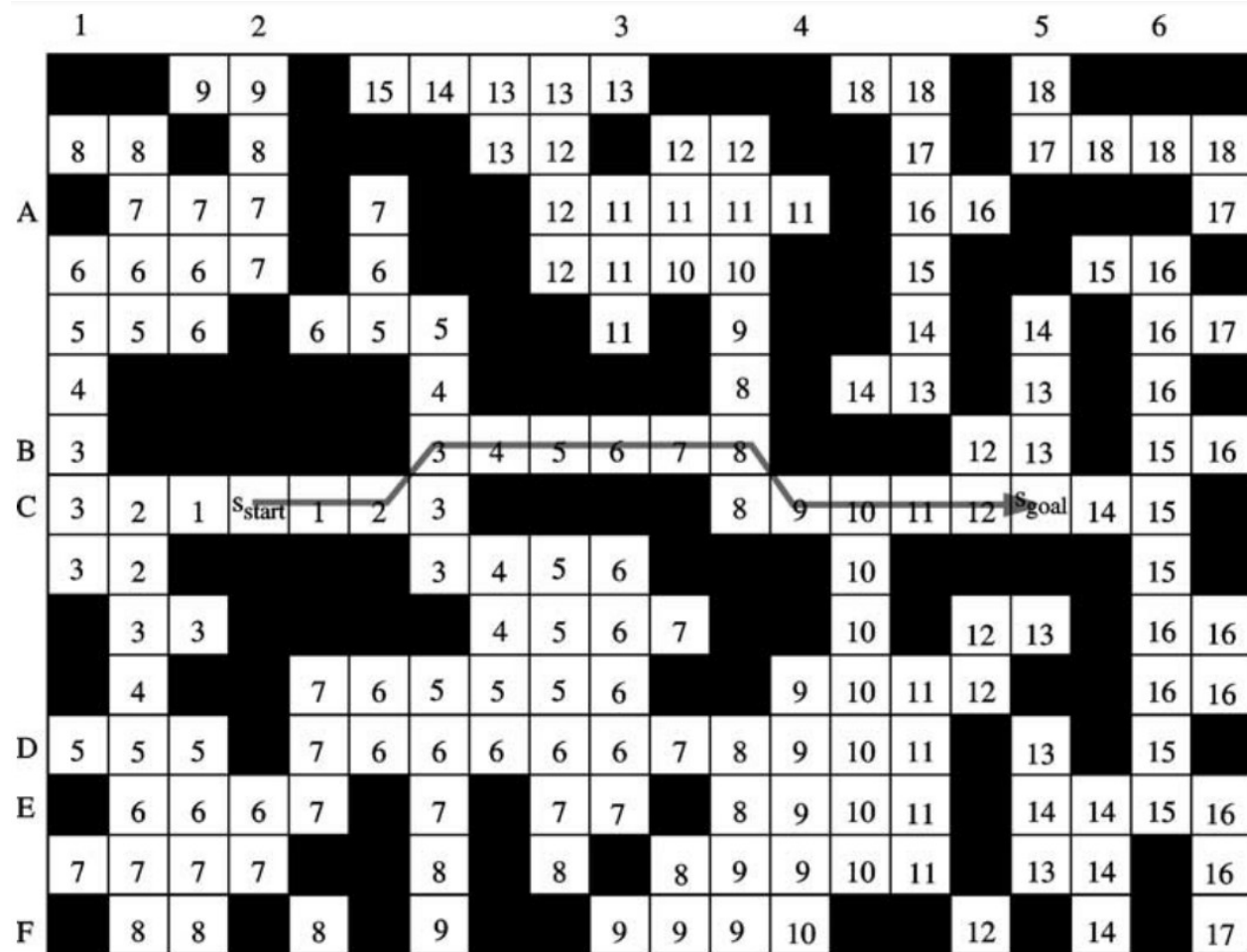
Кикоть Станислав

# Поиск пути на клетчатой бумаге

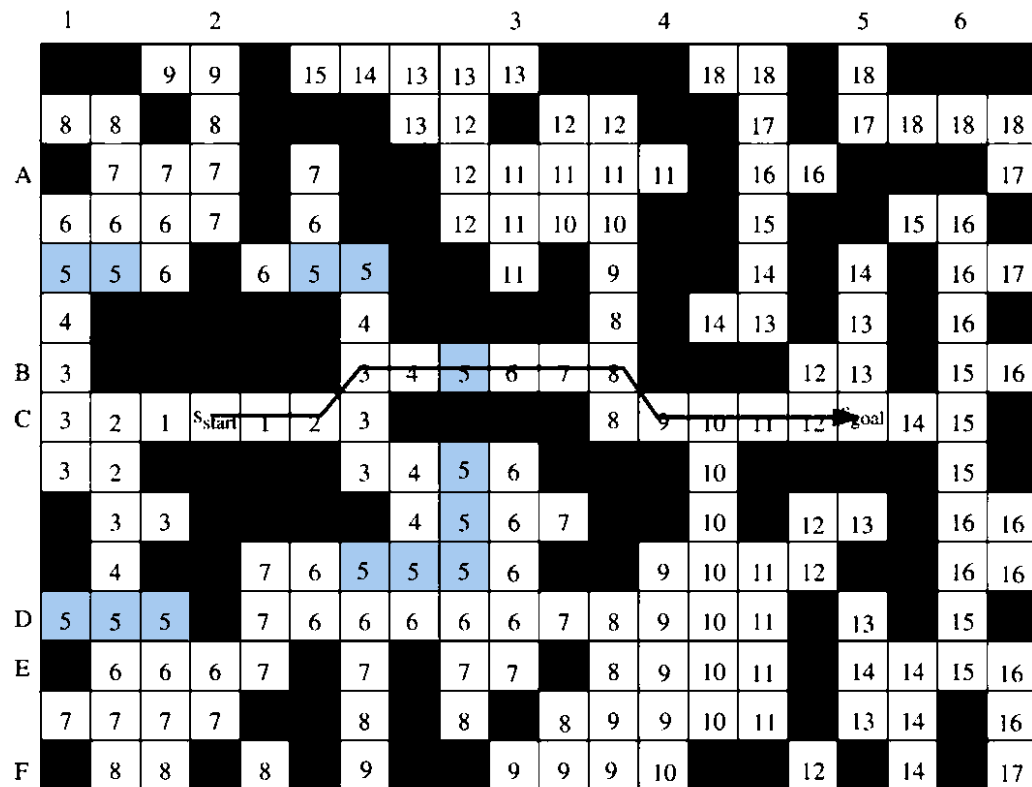


- нужно найти кратчайший путь от стартовой вершины  $s_{start}$  до целевой вершины  $s_{goal}$
- двигаться можно только по белым клеткам
- можно ходить во все стороны и по диагонали

# “Школьный” алгоритм поиска пути

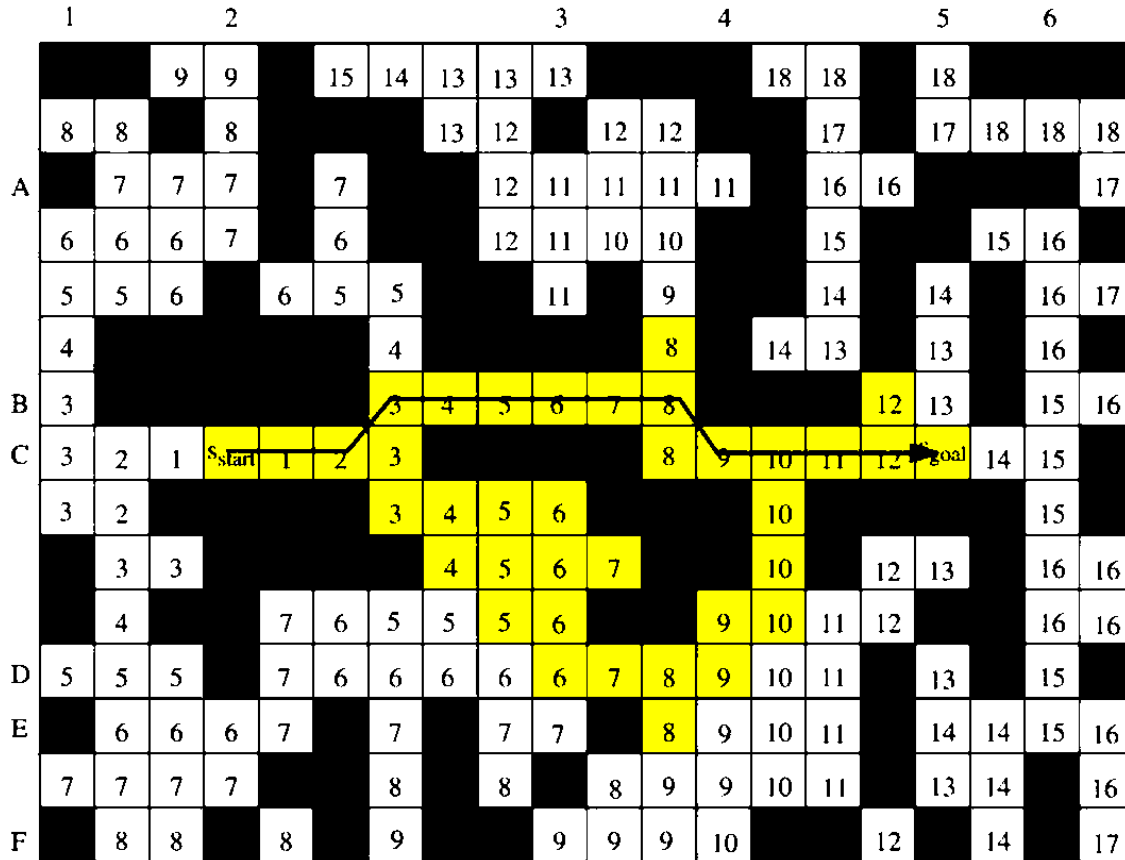


# Поиск в ширину



- находит кратчайший путь
- граница поиска –  
обычная очередь
- разворачивает много  
лишних вершин,  
так как не учитывает  
направление к цели

# A\*-поиск



- продвигается в направлении цели
- граница поиска - очередь с приоритетом
- находит кратчайший путь
- разрешение споров (tie breaking) – предмет исследования

приоритет вершины в очереди = найденное расстояние до старта + эвристика  
 $f(x) = g(x) + h(x)$  (оптимистичная оценка расстояния от вершины до цели)

# Защитить в A\* модель движения ?

```
struct StateCell {  
    int x;  
    int y;  
    int speed;  
    int theta;  
    int steering;  
}
```

```
struct Control {  
    double longitudinal_acceleration;  
    // N дискретных значений  
    double angle_velocity_steering;  
    // M дискретных значений  
};
```

## Плюсы:

- поиск учитывает модель движения автомобиля
- учитывается временной характер препятствий  
(предсказания от prediction идут в виде  
букета возможных траекторий  
участников движения)

## Минусы:

- чересчур большое пространство поиска
- может не найти решения из-за дискретизации управления

# Отделить выбор траектории от выбора скорости движения ?

```
struct StateCell {  
    int x;  
    int y;  
    int theta; // азимут  
    int kappa; // кривизна  
}
```

```
struct Control {  
    double W;  
    // скорость изменения кривизны  
    // N дискретных значений (может быть N = 3 ?)  
};
```

- модель движения автомобиля **заменяется на ограничение на кривизну траектории**
- **не учитывается** временной характер препятствий  
(предсказания от prediction нужны в виде многоугольников, которые нужно избегать)
- все еще довольно большое пространство поиска

# Еще проще ?

```
struct StateCell {  
    int x;  
    int y;  
    int theta; // азимут  
}
```

```
struct Control {  
    double kappa;  
    // кривизна  
    // N дискретных значений  
};
```

- могут получаться траектории, требующие вращение руля на месте
- все еще большое пространство поиска
- из-за дискретизации решение может быть не найдено



# Гибридный подход (Стэнфорд, 2008)

- Каждой клетке (Cell) в очереди **жадным образом** приписывается некоторое **полное состояние** (State)

```
struct Cell {  
    int x;  
    int y;  
}
```

- Решает проблему потери точности при дискретизации
- Может выдать неоптимальный путь

- Работает относительно быстро

```
std::unordered_map<Cell, State> info;
```

```
struct State {  
    double x;  
    double y;  
    double speed;  
    double theta;  
    double steering;  
}
```

```
struct Control {  
    double longitudinal_acceleration;  
    // N дискретных значений  
    double angle_velocity_steering;  
    // M дискретных значений  
};
```

# Гибридный подход (Торонто, 2018)

- Строим ломаную линию при помощи A\*-поиска:

```
struct StateCell {  
    int x;  
    int y;  
}  
struct Control {  
    double phi;  
    // азимут  
    // принимает N  
    // дискретных значений  
};
```

- Сглаживаем ее с учетом расстояния до препятствий (минимизируем 'энергию' - интеграл квадрата кривизны)

## Плюсы:

- сокращается пространство поиска

## Минусы:

- модель движения автомобиля **заменяется на ограничение на кривизну траектории**
- **не учитывается** временной характер препятствий

(предсказания от **prediction** используются в виде **многоугольников**, которые нужно избегать)

# Пауза перед последним рывком



**POSE**



**PAUSE**

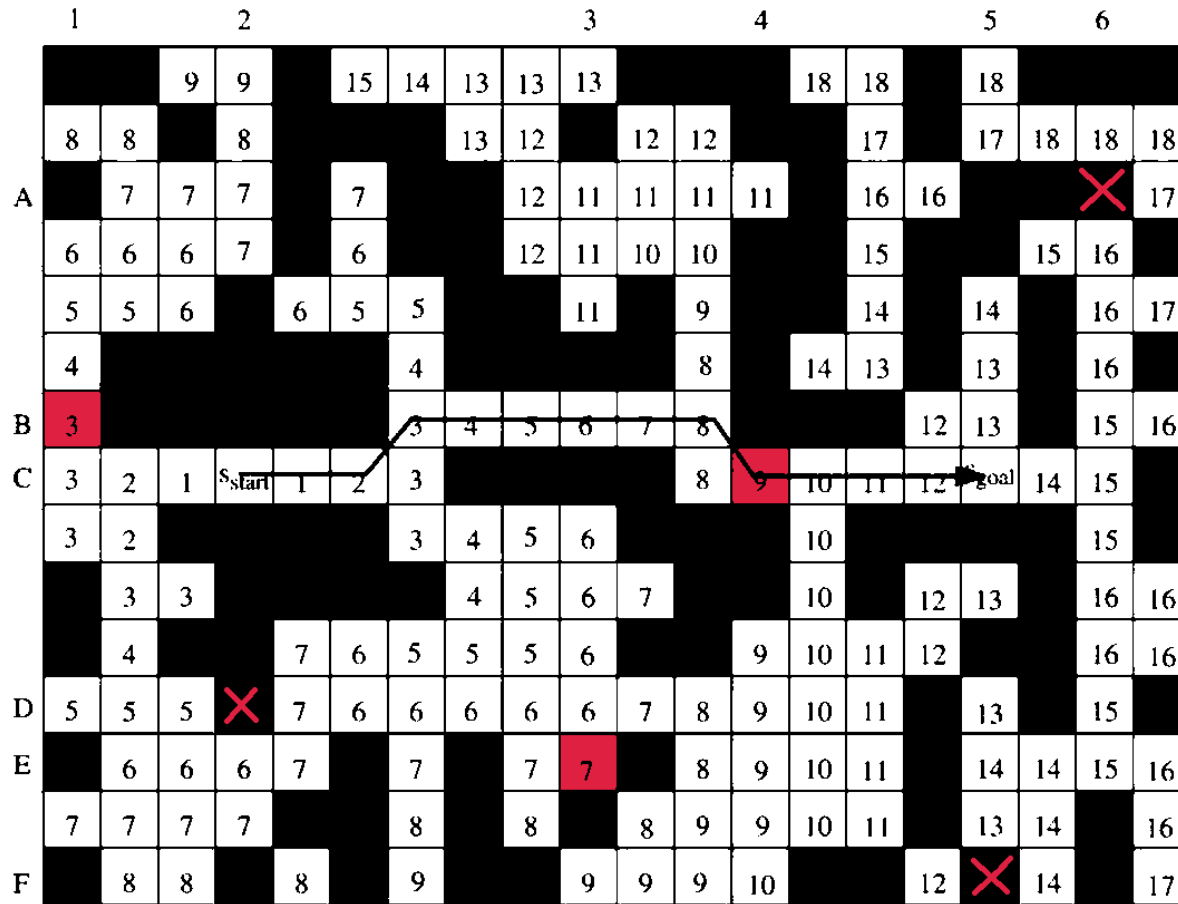


**POUNCE**



**BOUNCE**

# Как быстро перерассчитать план?

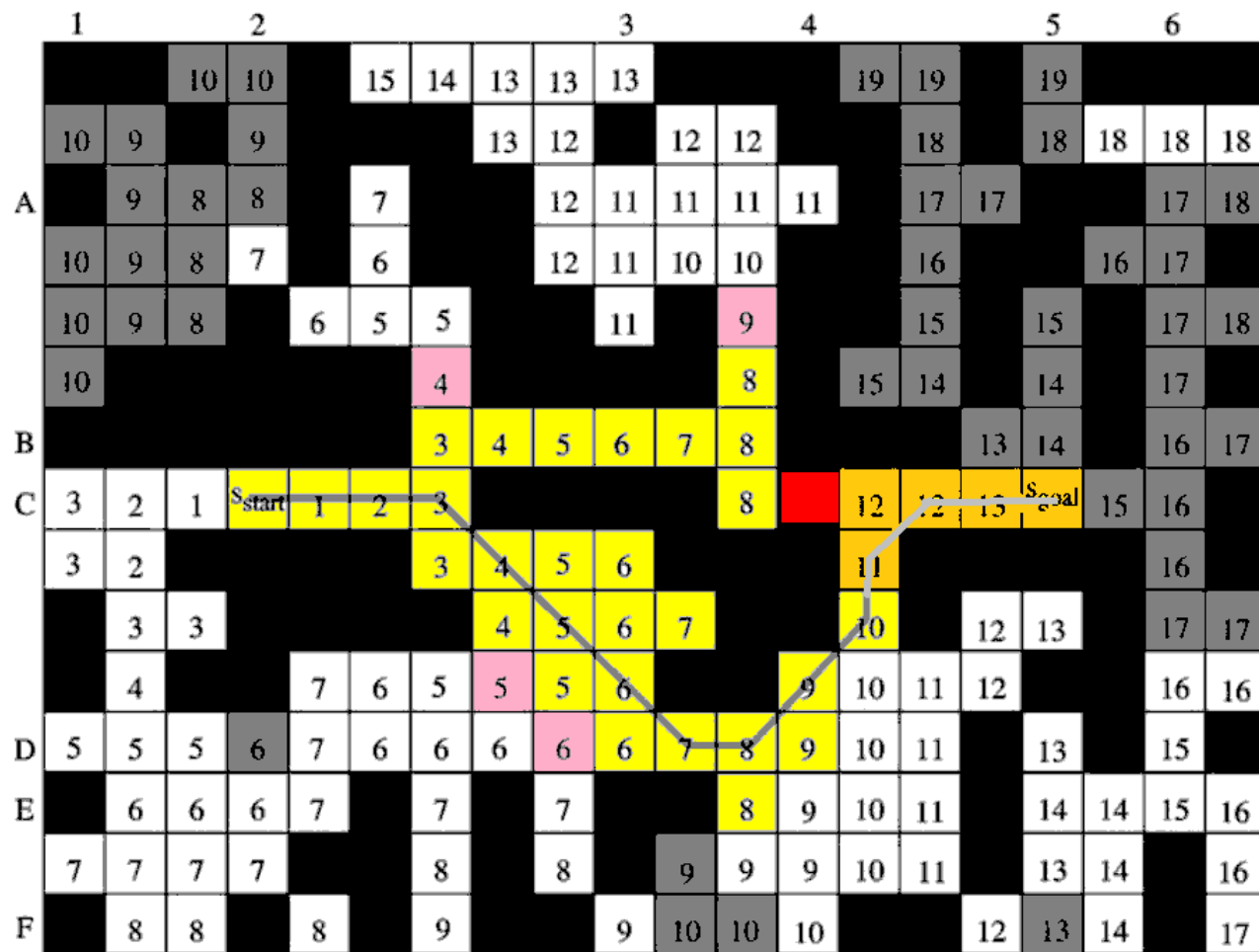


при небольших  
изменениях  
лабиринта

чтобы новый путь  
был продолжением  
построенного

сохранив  
неизменившиеся  
цифры

# Задача о перепостроении плана



- решается эффективно алгоритмом LPA\*, который при перепланировании **отталкивается от модифицированных клеток**

**procedure Initialize()**

{02}  $U = \emptyset$ ;

{03} for all  $s \in S$   $rhs(s) = g(s) = \infty$ ;

{04}  $rhs(s_{start}) = 0$ ;

{05}  $U.Insert(s_{start}, [h(s_{start}); 0])$ ;

**procedure CalculateKey( $s$ )**

{01} return  $[\min(g(s), rhs(s)) + h(s); \min(g(s), rhs(s))]$ ;

**procedure UpdateVertex( $u$ )**

{06} if ( $u \neq s_{start}$ )  $rhs(u) = \min_{s' \in pred(u)} (g(s') + c(s', u))$ ;

{07} if ( $u \in U$ )  $U.Remove(u)$ ;

{08} if ( $g(u) \neq rhs(u)$ )  $U.Insert(u, CalculateKey(u))$ ;

**LPA\***

**procedure Main()**

{17} Initialize();

{18} forever

{19}   ComputeShortestPath();

{20}   Wait for changes in edge costs;

{21}   for all directed edges  $(u, v)$  with changed edge costs

{22}       Update the edge cost  $c(u, v)$ ;

{23}       UpdateVertex( $v$ );

**procedure ComputeShortestPath()**

{09} while ( $U.TopKey() \prec CalculateKey(s_{goal})$  OR  $rhs(s_{goal}) \neq g(s_{goal})$ )

{10}    $u = U.Pop()$ ;

{11}   if ( $g(u) > rhs(u)$ )

{12}        $g(u) = rhs(u)$ ;

{13}       for all  $s \in succ(u)$  UpdateVertex( $s$ );

{14}   else

{15}        $g(u) = \infty$ ;

{16}       for all  $s \in succ(u) \cup \{u\}$  UpdateVertex( $s$ );

# Пример работы LPA\*

Start distances / heuristics

	0	1	2	3
A	3/5	2/5	1/5	0/5
B		2/4		1/4
C		3/3		2/3
D		4/2		3/3
E		5/1		4/3
F	6/0	6/1	5/2	5/3

Iteration #1

	0	1	2	3
A	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$ [5;0]
B		$\infty$		$\infty$
C		$\infty$		$\infty$
D		$\infty$		$\infty$
E		$\infty$		$\infty$
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Iteration #2

	0	1	2	3
A	$\infty$	$\infty$	$\infty$ [6;1]	0
B		$\infty$		$\infty$ [5;1]
C		$\infty$		$\infty$
D		$\infty$		$\infty$
E		$\infty$		$\infty$
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

# Пример работы LPA\*

Iteration #3

	0	1	2	3
A	$\infty$	$\infty$	$\infty$ [6;1]	0
B		$\infty$		1
C		$\infty$		$\infty$ [5;2]
D		$\infty$		$\infty$
E		$\infty$		$\infty$
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Iteration #4

	0	1	2	3
A	$\infty$	$\infty$	$\infty$ [6;1]	0
B		$\infty$		1
C		$\infty$		2
D		$\infty$		$\infty$ [6;3]
E		$\infty$		$\infty$
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Iteration #5

	0	1	2	3
A	$\infty$	$\infty$ [7;2]	1	0
B		$\infty$ [6;2]		1
C		$\infty$		2
D		$\infty$		$\infty$ [6;3]
E		$\infty$		$\infty$
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$



# Пример работы LPA\*

Iteration #6

	0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0
B		2		1
C		$\infty$ [6;3]		2
D		$\infty$		$\infty$ [6;3]
E		$\infty$		$\infty$
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Iteration #7

	0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0
B		2		1
C		3		2
D		$\infty$ [6;4]		$\infty$ [6;3]
E		$\infty$		$\infty$
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Iteration #8

	0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0
B		2		1
C		3		2
D		$\infty$ [6;4]		3
E		$\infty$		$\infty$ [7;4]
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

# Пример работы LPA\*

Iteration #9

	0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0
B		2		1
C		3		2
D		4		3
E		$\infty$ [6;5]		$\infty$ [7;4]
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

Iteration #10

	0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0
B		2		1
C		3		2
D		4		3
E		5		$\infty$ [7;4]
F	$\infty$ [6;6]	$\infty$ [7;6]	$\infty$ [8;6]	$\infty$

Shortest path

	0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0
B		2		1
C		3		2
D		4		3
E		5		$\infty$ [7;4]
F	6	$\infty$ [7;6]	$\infty$ [8;6]	$\infty$

# Второй Поиск

Предыдущий поиск

Iteration #9					Iteration #10					Shortest path				
	0	1	2	3		0	1	2	3		0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0	A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0	A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0
B		2		1	B		2		1	B		2		1
C		3		2	C		3		2	C		3		2
D		4		3	D		4		3	D		4		3
E		$\infty$ [6;5]		$\infty$ [7;4]	E		5		$\infty$ [7;4]	E		5		$\infty$ [7;4]
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	F	$\infty$ [6;6]	$\infty$ [7;6]	$\infty$ [8;6]	$\infty$	F	6	$\infty$ [7;6]	$\infty$ [8;6]	$\infty$

	0	1	2	3
A	3	2	1	0
B		2		1
C		3		2
D		4		3
E		5		4
F	6	6	5	5

	0	1	2	3
A	3	2	1	0
B		2		1
C		3		2
D		4		3
E		5		4
F	6	6	5	5

Изменение лабиринта

Iteration #1					Iteration #2					Iteration #3				
	0	1	2	3		0	1	2	3		0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0	A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0	A	$\infty$ [8;3]	$\infty$ [7;2]	1	0
B		2		1	B		2		1	B		2		1
C		3		2	C		3		2	C		3		2
D				3	D				3	D				3
E		5		$\infty$ [7;4]	E		$\infty$ [8;7]		$\infty$ [7;4]	E		$\infty$		$\infty$ [7;4]
F	6	$\infty$ [7;6]	$\infty$ [8;6]	$\infty$	F	6	$\infty$ [8;7]	$\infty$	$\infty$	F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$

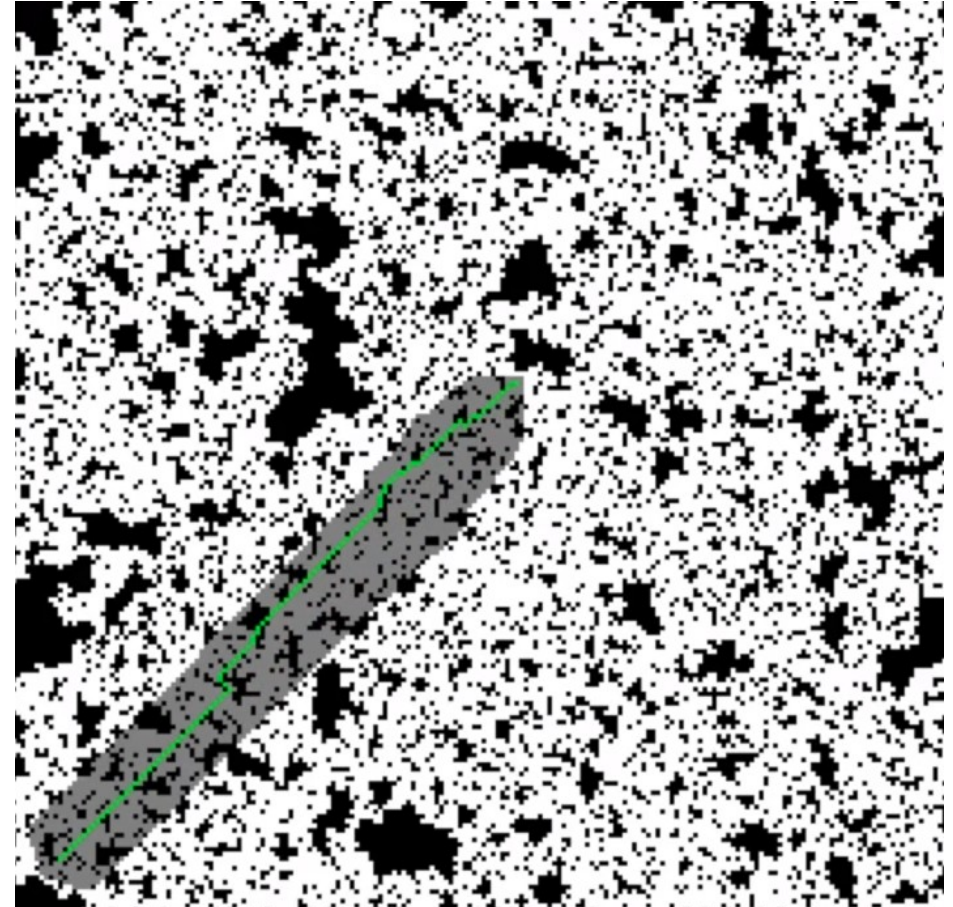
Iteration #4					Iteration #5					Iteration #6				
	0	1	2	3		0	1	2	3		0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	2	1	0	A	$\infty$ [8;3]	2	1	0	A	$\infty$ [8;3]	2	1	0
B		2		1	B		2		1	B		2		1
C		3		2	C		3		2	C		3		2
D				3	D				3	D				3
E		$\infty$		$\infty$ [7;4]	E		$\infty$		4	E		$\infty$ [7;6]		4
F	$\infty$	$\infty$	$\infty$	$\infty$	F	$\infty$	$\infty$	$\infty$ [7;5]	$\infty$ [8;5]	F	$\infty$	$\infty$ [7;6]	5	$\infty$ [8;5]

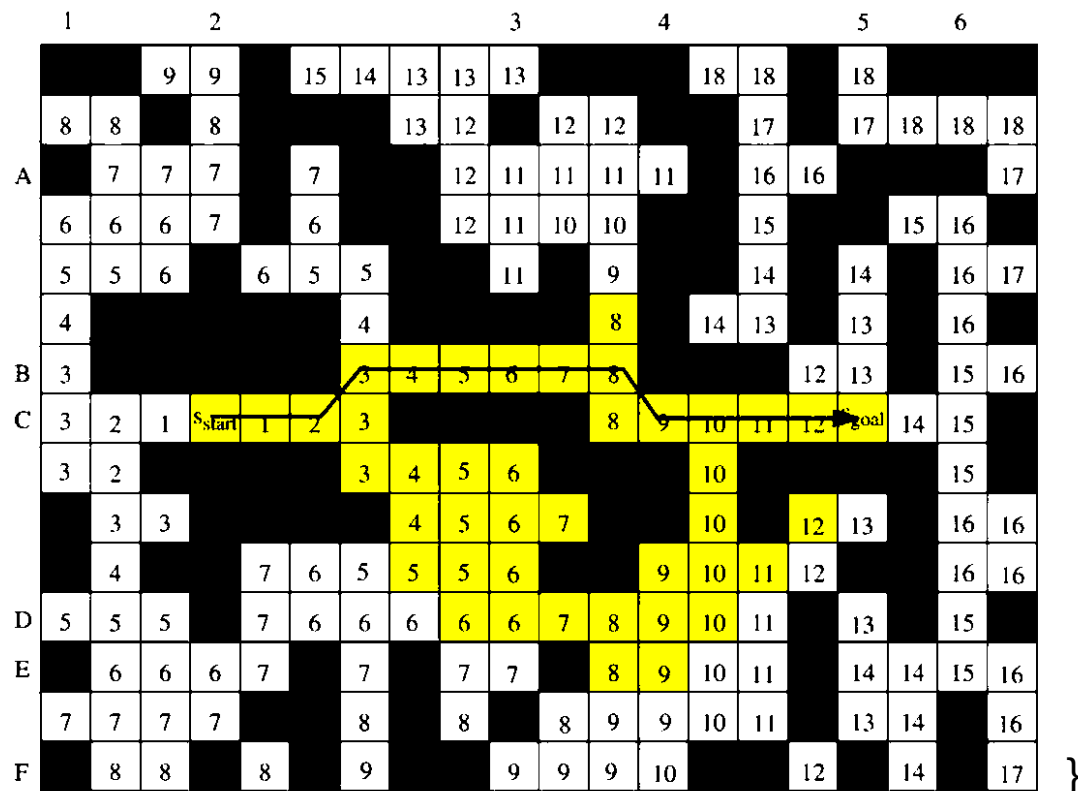
Iteration #7					Iteration #8					Shortest path				
	0	1	2	3		0	1	2	3		0	1	2	3
A	$\infty$ [8;3]	2	1	0	A	$\infty$ [8;3]	2	1	0	A	$\infty$ [8;3]	2	1	0
B		2		1	B		2		1	B		2		1
C		3		2	C		3		2	C		3		2
D				3	D				3	D				3
E		6		4	E		6		4	E		6		4
F	$\infty$ [7;7]	$\infty$ [7;6]	5	$\infty$ [8;5]	F	$\infty$ [7;7]	6	5	$\infty$ [8;5]	F	7	6	5	$\infty$ [8;5]

# Алгоритм D\*-Lite

- используется в задаче о навигации с неточной картой
- ищет путь от цели к позиции робота
- в определенных сценариях работает на два порядка быстрее A\*



# A\*-поиск



```

function A*(start, goal, f) {
    % множество пройденных вершин
    var closed := the empty set
    % граница поиска
    var open := make_queue(f)
    enqueue(open, path(start))
    while open is not empty
        var p := remove_first(open)
        var x := the last node of p
        if x in closed
            continue
        if x = goal
            return p
        add(closed, x)
        % добавляем смежные вершины
        foreach y in successors(x)
            enqueue(open, add_to_path(p, y))
    return failure
}
    
```

приоритет вершины в очереди = найденное расстояние до старта + эвристика  
 $f(x) = g(x) + h(x)$  (оптимистичная оценка расстояния от вершины до цели)