

Metody numeryczne projekt nr 2

Dominika Gimzicka

nr albumu:

grupa wtorek 12

15.12.2023

1 Treść zadania

Rozwiązywanie układu równań liniowych $XA=B$, gdzie $A \in R^{n \times x}$ i $B \in R^{n \times x}$, zmodyfikowaną metodą Doolittle'a (tj. poprzez rozkład $A = UL$, gdzie U jest macierzą trójkątną górną, a L macierzą trójkątną dolną z jedynkami na głównej przekątnej).

Wyznaczanie macierzy A^{-1} oraz $\det(A)$ na podstawie rozkładu.

Porównać wyniki z otrzymanymi wbudowaną funkcją Matlaba `inv`.

2 Opis wykorzystanych metod

2.1 Zmodyfikowana Metoda Doolittle'a

Standardowa metoda Doolittle'a służy do wyznaczania rozkładu LU dowolnej kwadratowej macierzy nieosobliwej. W rozkładzie $A=LU$ tej metody, U jest macierzą trójkątną górną, a L macierzą dolną trójkątną z jedynkami na głównej przekątnej.

W przypadku tego zadania rozważać będziemy lekko zmodyfikowaną wersję tej metody, która różni się jedynie tym, że szukamy rozkładu $A=UL$ (założenia co do macierzy U i L pozostają takie same jak w standardowej wersji). Algorytm tej metody wyznacza się następująco.

Najpierw zapisuje się macierz A jako iloczyn macierzy U i L , jak poniżej:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & \dots & u_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ l_{21} & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{n1} & l_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Następnie rozpisuje się iloczyn po prawej stronie równania i porównuje się odpowiadające sobie elementy macierzy A i UL . W ten sposób otrzymujemy zależności, dzięki którym możemy wyznaczyć kolejne elementy macierzy U oraz L . Będzie się to odbywało naprzemiennie, tj. raz wyznacza się kolumnę macierzy U , raz wiersz macierzy L .

2.2 Rozwiązywanie układu równań liniowych dzięki rozkładowi UL

Metoda ta jest analogiczna do rozwiązywania równań liniowych postaci $xA=b$ metodą LU. Polega to na tym, że do równania $xA=b$ podstawiamy $A=UL$. Otrzymujemy:

$$x(UL) = b$$

Przekształcając dalej otrzymamy:

$$(xU)L = b$$

Rozwiązanie tego otrzymamy rozwiązując dane 2 układy:

$$yL = b \text{ oraz } xU = b$$

2.3 Wyznaczanie macierzy A^{-1} na podstawie rozkładu

Wiemy, że macierz odwrotna spełnia dane równanie:

$$A^{-1} \cdot A = I, \text{ gdzie } I \text{ jest macierzą jednostkową}$$

Podstawiając $X=A^{-1}$ otrzymamy

$$X \cdot A = I$$

Dane równanie jest przykładem równania liniowego opisanego sekcją powyżej i rozwiązuje się je zgodnie z metodą tam opisaną.

2.4 Wyznaczanie $\det(A)$ na podstawie rozkładu

Zarówno macierz U , jak i L to macierze trójkątne, co ułatwia obliczenie wyznacznika macierzy $A=UL$. Zauważmy, że wyznacznikiem macierzy trójkątnej jest iloczyn wartości znajdujących się na jej głównej przekątnej. Ponadto wiemy, że na głównej przekątnej macierzy L są same jedynki, stąd $\det(L)=1$. Zatem podstawiając $A=UL$ otrzymujemy:

$$\det(A) = \det(UL) = \det(U)\det(L) = 1 \cdot \prod_{i=1}^n u_{ii}$$

3 Opis programu obliczeniowego

3.1 rozkładDoolittleUL

Jest to funkcja służąca do stworzenia zmodyfikowanego rozkładu Doolittle'a macierzy A tj. $A=UL$. Funkcja rozkładDoolittleUL przyjmuje następujące argumenty:

- A - macierz wejściowa, którą poddamy rozkładowi

Funkcja zwraca następujące macierze:

- U - macierz trójkątna górna
- L - macierz trójkątna dolna z jedynkami na głównej przekątnej

Poniżej zamieszczony jest algorytm napisany przeze mnie w języku MATLAB:

```
1 function [U,L] = rozkladDoolittleUL(A)
2
3 [rows, columns] = size(A);
4
5 % sprawdzamy czy macierz jest kwadratowa - jeśli nie to rozkład UL nie istnieje
6 if rows ~= columns
7     error("Macierz nie jest kwadratowa")
8 end
9
10 % sprawdzamy, czy macierz jest nieosobliwa, tzn. det(A) != 0
11 if det(A) == 0
12     error("Macierz jest osobliwa")
13 end
14
15 n = rows;
16 U = zeros(n,n);
17 L = eye(n); % inicjalizacja macierzy jednostkowej
18
19 % uzupełnianie pierwszego rzędu macierzy U
20 for i = 1:n
21     U(i,n) = A(i,n);
22 end
23
24 % uzupełnianie ostatniego rzędu macierzy L
25 for i = 1:n-1
26     L(n,i) = A(n,i)/U(n,n);
27 end
28
```

```

29 for i = n-1:-1:1
30     % obliczanie dla macierzy U
31     for j = i:-1:1
32         sum = 0;
33         for k = n:-1:i+1
34             sum = sum + L(k,i)*U(j,k);
35         end
36         U(j,i) = A(j,i) - sum;
37
38         % sprawdzanie czy któryś z głównych minorów macierzy U jest równy 0,
39         % ponieważ w takim przypadku przy obliczaniu elementów macierzy L
40         % występuje dzielenie przez 0. Zatem rozkład UL wtedy nie istnieje.
41         if U(i,i)==0
42             error("Jeden z głównych minorów macierzy U równy 0 -> rozkład UL nie istnieje")
43         end
44     end
45 end
46
47 % obliczenia dla macierzy L
48 for j = i-1:-1:1
49     sum = 0;
50     for k = n:-1:i+1
51         sum = sum + L(k,j)*U(i,k);
52     end
53     L(i,j) = (A(i,j) - sum) / U(i,i);
54 end
55 end
56
57 end

```

3.2 rozwiązujeUkładRownan

Jest to funkcja służąca do rozwiązywania układu równań liniowych postaci $XA=B$. Przyjmuje ona następujące argumenty:

- A - macierz, której uzyskamy rozkład UL i rozwiążemy równanie $XA=B$
- B - macierz będąca prawą stroną w układzie równań $XA=B$

Funkcja zwraca macierz X będącą macierzą wynikową układu równań $XA=B$.
Poniżej zamieszczony jest algorytm napisany przeze mnie w języku MATLAB:

```

1 function [X] = rozwiązujeUkładRownan(A,B)
2 % wszystkie warunki jakie musi spełniać macierz A, aby posiadała rozkład są
3 % sprawdzane w funkcji rozkładDoolittleUL
4
5 % otrzymanie rozkładu UL macierzy A wcześniej napisaną funkcją
6 [U,L] = rozkładDoolittleUL(A);
7
8 % rozwiązywanie równania LY=B
9 Y = B/L;
10
11 %rozwiązywanie równania XU=Y
12 X=Y/U;
13
14 end

```

3.3 macierzOdwrotna

Jest to funkcja służąca do stworzenia macierzy odwrotnej do A na podstawie rozkładu UL. Przyjmuje ona następujące argumenty:

- A - macierz do odwrócenia

Funkcja zwraca macierz *invA* będącą macierzą odwrotną do A.

Poniżej zamieszczony jest algorytm napisany przeze mnie w języku MATLAB:

```
1 function [invA] = macierzOdwrotna(A)
2 % generujemy macierz jednostkowa
3 I = eye(length(A(1,:)));
4
5 % obliczamy równanie invA*A=I za pomocą funkcji napisanej wcześniej
6 invA = rozwiázUkładRownan(A,I);
7
8 end
```

3.4 obliczWyznacznik

Jest to funkcja służąca do obliczania wyznacznika macierzy A na podstawie rozkładu UL. Przyjmuje ona następujące argumenty:

- A - macierz, której wyznacznik będzie obliczany

Funkcja zwraca liczbę *wyznacznik* będącą obliczonym wyznacznikiem macierzy A.

Poniżej zamieszczony jest algorytm napisany przeze mnie w języku MATLAB:

```
1 function [wyznacznik] = obliczWyznacznik(A)
2 % otrzymanie rozkładu UL macierzy A wcześniej napisaną funkcją
3 [U,L] = rozkladDoolittleUL(A);
4
5 % obliczenie iloczynu wyrazów po głównej przekątnej
6 wyznacznik = 1;
7 for i = 1:length(U(1,:))
8     wyznacznik = wyznacznik*U(i,i);
9 end
10
11 end
```

3.5 przedstawBledy

Jest to funkcja służąca do wywoływania wszystkich funkcji powyżej opisanych na macierzy wejściowej A. Ponadto sprawdza poprawność obliczeń tych funkcji oraz błędy bezwzględne i względne przy nich zachodzące.

Przyjmuje ona następujące argumenty:

- A - macierz, którą poddajemy rozkładowi UL i na której wywołujemy wszystkie funkcje
- B - macierz, która będzie prawą stroną w układzie równań $XA=B$ (drugi argument funkcji *rozwiázUkładRownan*)

Funkcja nie zwraca nic, a tylko wypisuje odpowiednie informacje na konsolę.

Poniżej zamieszczony jest algorytm napisany przeze mnie w języku MATLAB:

```

1 function [] = przedstawBledy(A,B)
2 % Obliczamy rozkład A=UL
3 [U, L] = rozkladDoolittleUL(A);
4
5 % Sprawdzamy poprawność rozkładu UL
6 A_byUL = U*L;
7
8 % Obliczanie równania liniowego XA=B
9 X_byUL = rozwarzUkladRownan(A,B);
10 B_byUL = X_byUL*A;
11
12 % Obliczamy macierz odwrotną na podstawie rozkładu
13 A_inv_byUL = macierzOdwrotna(A);
14
15 % Obliczamy wyznacznik macierzy A na podstawie rozkładu
16 det_A_byUL = obliczWyznacznik(A);
17
18 % Obliczamy macierz odwrotną za pomocą wbudowanej funkcji inv
19 A_inv_builtin = inv(A);
20
21 % Obliczamy wyznacznik za pomocą wbudowanej funkcji det
22 det_A_builtin = det(A);
23
24 % Wyświetlamy wyniki
25 disp('Macierz A:');
26 disp(A);
27
28 disp('Rozkład A = UL:');
29 disp('U:');
30 disp(U);
31 disp('L:');
32 disp(L);
33
34 disp('Sprawdzanie poprawności rozkładu UL');
35 disp('U*L:');
36 disp(A_byUL);
37 disp('Macierz XA:');
38 disp(A);
39
40 disp("-----");
41 disp('Macierz X z układu równań XA=B obliczony za pomocą rozkładu UL:');
42 disp(X_byUL);
43 disp('Macierz XA:');
44 disp(X_byUL*A);
45 disp('Wejściowa macierz B:');
46 disp(B);
47
48 disp("-----");
49 disp('Macierz odwrotna do A obliczona na podstawie rozkładu A = UL:');
50 disp(A_inv_byUL);
51 disp('Macierz odwrotna do A obliczona za pomocą funkcji inv:');
52 disp(A_inv_builtin);
53
54 disp("-----");
55 disp('Wyznacznik macierzy A obliczony na podstawie rozkładu A = UL:');
56 disp(det_A_byUL);
57 disp('Wyznacznik macierzy A obliczony za pomocą funkcji det:');
58 disp(det_A_builtin);
59
60 disp("-----");
61 disp("Błędy obliczania rozkładu UL");
62 disp('Błąd bezwzględny:');
63 disp(abs(A_byUL - A));
64 disp('Błąd względny:');
65 disp(abs( (A_byUL - A)/A ));
66 disp("-----");
67 disp("Błędy rozwiązywania układu równań liniowych XA=B");
68 disp('Błąd bezwzględny:');
69 disp(abs(B_byUL - B));
70 disp('Błąd względny:');
71 disp(abs( (B_byUL - B)/B ));
72 disp("-----");
73 disp("Błędy obliczania macierzy odwrotnej");
74 disp('Błąd bezwzględny:');
75 disp(abs(A_inv_byUL - A_inv_builtin));
76 disp('Błąd względny:');
77 disp(abs( (A_inv_byUL - A_inv_builtin)/A_inv_builtin ));
78 disp("-----");
79 disp("Błędy obliczania wyznacznika");
80 disp('Błąd bezwzględny:');
81 disp(abs(det_A_byUL - det_A_builtin));
82 disp('Błąd względny:');
83 disp(abs( (det_A_byUL - det_A_builtin)/det_A_builtin ));
84 disp("-----");
85 end

```

4 Przykłady obliczeniowe

Poniżej przedstawię parę ciekawych przykładów, podzielonych na sekcje ze względu na to, co będziemy w danym momencie testować. Do każdego przykładu pokażę także jakie błędy zachodzą przy takich obliczeniach.

Wyniki przedstawione do każdego przykładu są efektem uruchomienia funkcji `przedstawBledy`.

4.1 "Szczególne" przypadki macierzy wejściowych

4.1.1 macierz nie jest kwadratowa

```
>> A = rand(2,3)

A =

    0.3692    0.7803    0.2417
    0.1112    0.3897    0.4039

>> przedstawBledy(A)
Error using rozkladDoolittleUL
Macierz nie jest kwadratowa

Error in przedstawBledy (line 3)
[U, L] = rozkladDoolittleUL(A);
```

Jak widzimy przy wywołaniu funkcji `rozkladDoolittleUL` na macierzy rozmiaru 2x3 z losowymi wartościami, funkcja ta zachowuje się prawidłowo - wyrzuca błąd.

Zobaczmy jak się zachowa reszta funkcji.

```
>> obliczWyznacznik(A)
Error using rozkladDoolittleUL
Macierz nie jest kwadratowa

Error in obliczWyznacznik (line 9)
[U,L] = rozkladDoolittleUL(A);
```

```
>> rozwarzUkladRownan(A)
Error using rozkladDoolittleUL
Macierz nie jest kwadratowa

Error in rozwarzUkladRownan (line 13)
[U,L] = rozkladDoolittleUL(A);
```

```
>> macierzOdwrotna(A)
Error using rozkladDoolittleUL
Macierz nie jest kwadratowa

Error in rozwarzUkladRownan (line 13)
[U,L] = rozkladDoolittleUL(A);

Error in macierzOdwrotna (line 12)
invA = rozwarzUkladRownan(A,I);
```

Jak widzimy reszta funkcji też zadziałała prawidłowo i wyrzuciła błąd.

4.1.2 macierz jest osobliwa

Weźmy macierz jak poniżej

```
>> A = [1,2,1;3,-7,-2;2,4,2]

A =

     1     2     1
     3    -7    -2
     2     4     2
```

```
>> det(A)

ans =

     0
```

Jak widzimy macierz, którą wybraliśmy jest osobliwa, ponieważ $\det(A)=0$. Zobaczmy jak się zachowują funkcje na niej wywołane.

```
>> przedstawBledy(A)
Error using rozkladDoolittleUL
Macierz jest osobliwa

Error in przedstawBledy (line 3)
[U, L] = rozkladDoolittleUL(A);
```

```
>> rozwarzUkladRownan(A)
Error using rozkladDoolittleUL
Macierz jest osobliwa

Error in rozwarzUkladRownan (line 13)
[U,L] = rozkladDoolittleUL(A);
```

```
>> macierzOdwrotna(A)
Error using rozkladDoolittleUL
Macierz jest osobliwa

Error in rozwarzUkladRownan (line 13)
[U,L] = rozkladDoolittleUL(A);

Error in macierzOdwrotna (line 12)
invA = rozwarzUkladRownan(A,I);
```

```
>> obliczWyznacznik(A)
Error using rozkladDoolittleUL
Macierz jest osobliwa

Error in obliczWyznacznik (line 9)
[U,L] = rozkladDoolittleUL(A);
```

Widzimy, że również gdy macierz jest osobliwa, program zachowuje się prawidłowo i za każdym razem wyrzuca błąd.

4.2 Macierz 3x3

4.2.1 wartości macierzy z przedziału [0,10]

Wylosujmy macierz A rozmiaru 3x3 z wartościami z przedziału [0,10] oraz macierz B rozmiaru 3x3. Wylosowane macierze to:

```
A =

    3.9552    0.3774    7.9618
    3.6744    8.8517    0.9871
    9.8798    9.1329    2.6187

B =

    0.3354    0.7212    0.4942
    0.6797    0.1068    0.7791
    0.1366    0.6538    0.7150
```

Zobaczmy teraz jak po kolei działają na nich nasze funkcje.

```
Rozkład A = UL:
U:
   -26.3354   -27.3899    7.9618
         0    5.4090    0.9871
         0         0    2.6187

L:
    1.0000         0         0
   -0.0092    1.0000         0
    3.7728    3.4875    1.0000

Sprawdzanie poprawności rozkładu UL
U*L:
    3.9552    0.3774    7.9618
    3.6744    8.8517    0.9871
    9.8798    9.1329    2.6187

Macierz A:
    3.9552    0.3774    7.9618
    3.6744    8.8517    0.9871
    9.8798    9.1329    2.6187
```

```
-----
Macierz X z układu równań XA=B obliczony za pomocą rozkładu UL:
    0.0584    0.1105   -0.0305
    0.0867   -0.0435    0.0503
    0.0979    0.1555   -0.0832

Macierz XA:
    0.3354    0.7212    0.4942
    0.6797    0.1068    0.7791
    0.1366    0.6538    0.7150

Wejściowa macierz B:
    0.3354    0.7212    0.4942
    0.6797    0.1068    0.7791
    0.1366    0.6538    0.7150

-----
Macierz odwrotna do A obliczona na podstawie rozkładu A = UL:
   -0.0380   -0.1923    0.1879
   -0.0003    0.1831   -0.0680
    0.1445    0.0868   -0.0901

Macierz odwrotna do A obliczona za pomocą funkcji inv:
   -0.0380   -0.1923    0.1879
   -0.0003    0.1831   -0.0680
    0.1445    0.0868   -0.0901
-----
```

```

-----
Wyznacznik macierzy A obliczony na podstawie rozkładu A = UL:
-373.0344

Wyznacznik macierzy A obliczony za pomocą funkcji det:
-373.0344
-----

```

Jak widać wyniki na pierwszy rzut oka wszędzie są poprawne. Zobaczmy jak wyglądają błędy przy takim rozmiarze i wartościach macierzy.

```

-----
Błędy obliczania rozkładu UL
Błąd bezwzględny:
1.0e-15 *

    0.4441      0      0
      0      0      0
      0      0      0

Błąd względny:
1.0e-16 *

    0.1686    0.8539    0.8346
      0      0      0
      0      0      0
-----

```

```

-----
Błędy rozwiązywania układu równań liniowych XA=B
Błąd bezwzględny:
1.0e-15 *

    0.0555    0.1110    0.0555
    0.3331    0.1110      0
    0.3331    0.3331      0

Błąd względny:
1.0e-15 *

    0.0278    0.1119    0.2188
    0.9019    0.2179    0.8608
    0.0860    0.5883    0.7004
-----

```

```

-----
Błędy obliczania macierzy odwrotnej
Błąd bezwzględny:
1.0e-16 *

      0    0.2776      0
    0.0157      0      0
      0    0.1388    0.2776

Błąd względny:
1.0e-15 *

    0.1020    0.2457    0.0274
    0.0062    0.0006    0.0125
    0.3252    0.3763    0.0864
-----

```

```

-----
Błędy obliczania wyznacznika
Błąd bezwzględny:
0

Błąd względny:
0
-----

```

Widać tu, że błąd przy obliczeniach dla małych cyfr oraz małych rozmiarów macierzy jest niewielki, a wręcz pomijalny. Ponadto dla obliczania wyznacznika oba błędy wynoszą dokładnie 0.

4.2.2 wartości macierzy z przedziału [1000, 10000]

Wylosujmy macierz A rozmiaru 3x3 z wartościami w danym przedziale oraz macierz B rozmiaru 3x3. Wylosowane macierze to:

```
>> A = 9000 * rand(3, 3) + 1000

A =

    1.0e+03 *
    9.1335    7.2887    7.6967
    9.0183    2.7803    5.5002
    4.0075    1.2749    5.3193

>> B = rand(3,3)

B =

    0.9047    0.8594    0.1829
    0.6099    0.8055    0.2399
    0.6177    0.5767    0.8865
```

Zobaczmy jak zadziałają teraz funkcje.

```
Rozkład A = UL:
U:
    1.0e+04 *
   -1.4816    0.5444    0.7697
         0    0.1462    0.5500
         0         0    0.5319

L:
    1.0000         0         0
    3.3340    1.0000         0
    0.7534    0.2397    1.0000

Sprawdzenie poprawności rozkładu UL
U*L:
    1.0e+03 *
    9.1335    7.2887    7.6967
    9.0183    2.7803    5.5002
    4.0075    1.2749    5.3193

Macierz A:
    1.0e+03 *
    9.1335    7.2887    7.6967
    9.0183    2.7803    5.5002
    4.0075    1.2749    5.3193

Macierz X z układu równań XA=B obliczony za pomocą rozkładu UL:
    1.0e-03 *
    0.1318    0.0672   -0.2257
    0.1394   -0.0073   -0.1490
    0.0854   -0.0687    0.1142

Macierz XA:
    0.9047    0.8594    0.1829
    0.6099    0.8055    0.2399
    0.6177    0.5767    0.8865

Wejściowa macierz B:
    0.9047    0.8594    0.1829
    0.6099    0.8055    0.2399
    0.6177    0.5767    0.8865
```

```
Macierz odwrotna do A obliczona na podstawie rozkładu A = UL:
    1.0e-03 *
   -0.0675    0.2513   -0.1622
    0.2250   -0.1540   -0.1664
   -0.0031   -0.1524    0.3501

Macierz odwrotna do A obliczona za pomocą funkcji inv:
    1.0e-03 *
   -0.0675    0.2513   -0.1622
    0.2250   -0.1540   -0.1664
   -0.0031   -0.1524    0.3501

Wyznacznik macierzy A obliczony na podstawie rozkładu A = UL:
   -1.1522e+11

Wyznacznik macierzy A obliczony za pomocą funkcji det:
   -1.1522e+11
```

Ponownie widzimy, że wyniki moich funkcji niewiele się różnią od tych poprawnych. Sprawdźmy jak wyglądają błędy przy takich danych.

-----			-----		
Błędy obliczania rozkładu UL			Błędy obliczania macierzy odwrotnej		
Błąd bezwzględny:			Błąd bezwzględny:		
0	0	0	1.0e-18 *		
0	0	0			
0	0	0			
Błąd względny:			0.0271	0.0542	0.0271
0	0	0	0.0271	0.1084	0.0542
0	0	0	0.0436	0.0271	0
0	0	0			
-----			Błąd względny:		
Błędy rozwiązywania układu równań liniowych XA=B			1.0e-15 *		
Błąd bezwzględny:					
1.0e-15 *			0.1327	0.0814	0.0546
			0.5130	0.0348	0.0994
			0.1540	0.2426	0.1867
0.5551	0.1110	0.1110	-----		
0.1110	0.1110	0.1110	Błędy obliczania wyznacznika		
0	0	0	Błąd bezwzględny:		
Błąd względny:			3.0518e-05		
1.0e-14 *			Błąd względny:		
			2.6486e-16		
0.1656	0.1829	0.0278	-----		
0.0582	0.0946	0.0261			
0	0	0			

Od razu widzimy, że zwiększyły się oba błędy obliczania wyznacznika, ale zato zmniejszył się błąd obliczania rozkładu UL do zera. Zmniejszyły się także nieznacznie błędy obliczania macierzy odwrotnej, zato błędy rozwiązywania układów liniowych nieznacznie wzrosły. Nadal jednak wszystkie te błędy są bardzo małe i pomijalne.

4.3 Macierze 10x10

4.3.1 wartości macierzy z przedziału [0,10]

Wylosujmy macierz A rozmiaru 10x10 z wartościami z przedziału [0,10] oraz macierz B rozmiaru 10x10. Wylosowane macierze to:

```
>> A = 10 * rand(10,10)

A =

    8.8654    8.4321    4.7749    4.8976    2.1015    8.1160    9.3603    9.7913    3.2775    6.2457
    4.5469    9.2233    6.2372    1.9325    5.1015    4.8565    1.2477    5.4931    8.3780    5.9061
    4.1343    7.7095    2.3644    8.9589    9.0636    8.9445    7.3059    3.3042    7.3907    6.6044
    2.1773    0.4266    1.7712    0.9909    6.2892    1.3755    6.4648    6.1947    9.5417    0.4755
    1.2565    3.7819    8.2964    0.4417    1.0153    3.9000    8.3315    3.6064    0.3192    3.4878
    3.0891    7.0434    7.6692    5.5730    3.9085    9.2736    3.9828    7.5651    3.5687    4.5134
    7.2610    7.2951    9.3448    7.7250    0.5462    9.1749    7.4982    4.1390    6.6265    2.4090
    7.8287    2.2428    1.0789    3.1194    5.0128    7.1357    8.3522    4.9235    2.8150    7.1505
    6.9379    2.6905    1.8223    1.7898    4.3172    6.1834    3.2246    6.9474    2.3038    8.5618
    0.0980    6.7303    0.9910    3.3896    9.9756    3.4329    5.5226    9.7273    7.1113    2.8151

>> B = rand(10,10)

B =

    0.7311    0.3531    0.6203    0.2578    0.3424    0.7202    0.7157    0.1387    0.9394    0.5768
    0.1378    0.4494    0.8112    0.3317    0.7360    0.7218    0.8390    0.4756    0.9809    0.0259
    0.8367    0.9635    0.0193    0.1522    0.7947    0.8778    0.4333    0.3625    0.2866    0.4465
    0.1386    0.0423    0.0839    0.3480    0.5449    0.5824    0.4706    0.7881    0.8008    0.6463
    0.5882    0.9730    0.9748    0.1217    0.6862    0.0707    0.5607    0.7803    0.8961    0.5212
    0.3662    0.1892    0.6513    0.8842    0.8936    0.9227    0.2691    0.6685    0.5975    0.3723
    0.8068    0.6671    0.2312    0.0943    0.0548    0.8004    0.7490    0.1335    0.8840    0.9371
    0.5038    0.5864    0.4035    0.9300    0.3037    0.2859    0.5039    0.0216    0.9437    0.8295
    0.4896    0.6751    0.1220    0.3990    0.0462    0.5437    0.6468    0.5598    0.5492    0.8491
    0.8770    0.3610    0.2684    0.0474    0.1955    0.9848    0.3077    0.3008    0.7284    0.3725
```

Ze względu na rozmiar tej macierzy, zaprezentuję tylko wyniki rozkładu, a resztę funkcji wykorzystam przy przedstawieniu błędów.

```
Rozkład A = UL:
U:
-2.8995  -0.0589  -11.5569  2.0576  -9.6611  8.0660  13.3551  2.8525  -12.5001  6.2457
0  8.2740  9.8924  -3.2762  6.9055  -11.6355  -24.7322  -7.2520  -6.5416  5.9061
0  0  12.8095  1.2100  11.2387  -8.5752  -21.7217  -8.6308  -9.2929  6.6044
0  0  0  -3.1257  0.1030  -8.1432  -13.9899  -5.2188  8.3404  0.4755
0  0  0  0  -6.9077  4.7611  11.3845  1.5016  -8.4916  3.4878
0  0  0  0  0  7.1442  3.6272  1.1449  -7.8328  4.5134
0  0  0  0  0  0  -10.2251  -4.8190  0.5409  2.4090
0  0  0  0  0  0  0  -1.9224  -15.2480  7.1505
0  0  0  0  0  0  0  0  -19.3246  8.5618
0  0  0  0  0  0  0  0  0  2.8151

L:
1.0000  0  0  0  0  0  0  0  0  0
0.2818  1.0000  0  0  0  0  0  0  0  0
-0.8032  0.4458  1.0000  0  0  0  0  0  0  0
0.2886  1.8251  -0.1267  1.0000  0  0  0  0  0  0
-0.0388  -0.4857  -1.6712  0.0899  1.0000  0  0  0  0  0
0.3031  0.5696  1.3594  0.6798  -0.6567  1.0000  0  0  0  0
-0.1463  -0.3035  -0.9498  -0.1465  0.9036  -0.1631  1.0000  0  0  0
-1.2175  0.4286  0.2590  -0.6408  -0.1079  -0.9235  -2.6183  1.0000  0  0
-0.3436  0.9200  0.0617  0.4409  1.3466  0.2203  0.7023  1.1714  1.0000  0
0.0348  2.3908  0.3520  1.2041  3.5436  1.2195  1.9618  3.4554  2.5261  1.0000
```

Sprawdzenie poprawności rozkładu UL

```
U*L:
8.8654  8.4321  4.7749  4.8976  2.1015  8.1160  9.3603  9.7913  3.2775  6.2457
4.5469  9.2233  6.2372  1.9325  5.1015  4.8565  1.2477  5.4931  8.3780  5.9061
4.1343  7.7095  2.3644  8.9589  9.0636  8.9445  7.3059  3.3042  7.3907  6.6044
2.1773  0.4266  1.7712  0.9909  6.2892  1.3755  6.4648  6.1947  9.5417  0.4755
1.2565  3.7819  8.2964  0.4417  1.0153  3.9000  8.3315  3.6064  0.3192  3.4878
3.0891  7.0434  7.6692  5.5730  3.9085  9.2736  3.9828  7.5651  3.5687  4.5134
7.2610  7.2951  9.3448  7.7250  0.5462  9.1749  7.4982  4.1390  6.6265  2.4090
7.8287  2.2428  1.0789  3.1194  5.0128  7.1357  8.3522  4.9235  2.8150  7.1505
6.9379  2.6905  1.8223  1.7898  4.3172  6.1834  3.2246  6.9474  2.3038  8.5618
0.0980  6.7303  0.9910  3.3896  9.9756  3.4329  5.5226  9.7273  7.1113  2.8151
```

Macierz A:

```
8.8654  8.4321  4.7749  4.8976  2.1015  8.1160  9.3603  9.7913  3.2775  6.2457
4.5469  9.2233  6.2372  1.9325  5.1015  4.8565  1.2477  5.4931  8.3780  5.9061
4.1343  7.7095  2.3644  8.9589  9.0636  8.9445  7.3059  3.3042  7.3907  6.6044
2.1773  0.4266  1.7712  0.9909  6.2892  1.3755  6.4648  6.1947  9.5417  0.4755
1.2565  3.7819  8.2964  0.4417  1.0153  3.9000  8.3315  3.6064  0.3192  3.4878
3.0891  7.0434  7.6692  5.5730  3.9085  9.2736  3.9828  7.5651  3.5687  4.5134
7.2610  7.2951  9.3448  7.7250  0.5462  9.1749  7.4982  4.1390  6.6265  2.4090
7.8287  2.2428  1.0789  3.1194  5.0128  7.1357  8.3522  4.9235  2.8150  7.1505
6.9379  2.6905  1.8223  1.7898  4.3172  6.1834  3.2246  6.9474  2.3038  8.5618
0.0980  6.7303  0.9910  3.3896  9.9756  3.4329  5.5226  9.7273  7.1113  2.8151
```

Jak widać taka prezentacja nie jest zbyt czytelna, i chociaż wszystkie elementy wyglądają na pierwszy rzut oka tak samo, to przyjrzyjmy się błędom jakie generują (tym razem wszystkich funkcji).

Błędy obliczania rozkładu UL

Błąd bezwzględny:

1.0e-14 *

```
0  0  0.2665  0  0.0888  0  0.1776  0  0  0
0.0888  0  0.0888  0.0222  0.2665  0  0.1554  0.0888  0  0
0.1776  0  0.0888  0  0  0  0.0888  0  0.0888  0
0.0444  0.1332  0.0666  0.0555  0  0  0.2665  0  0  0
0  0.0444  0  0.0222  0.0222  0  0  0  0.0666  0
0  0  0.0888  0  0.0888  0  0  0.0888  0.0444  0
0  0.0888  0  0.0888  0.1776  0.0888  0.0888  0  0  0
0  0  0  0  0  0  0.1776  0  0  0
0.0888  0.0888  0  0.0444  0.3553  0  0.1776  0.0888  0  0
0  0  0.0111  0  0  0.0444  0  0  0  0
```

Błąd względny:

1.0e-14 *

```
0.0667  0.0115  0.0338  0.0414  0.0185  0.0476  0.0903  0.0316  0.0841  0.0592
0.0548  0.0115  0.0251  0.0419  0.0083  0.0161  0.0224  0.0887  0.0410  0.0590
0.0696  0.0012  0.0670  0.0816  0.0157  0.0646  0.1016  0.0640  0.0324  0.1027
0.0251  0.0104  0.0230  0.0449  0.0234  0.0241  0.0440  0.0062  0.0208  0.0466
0.0143  0.0153  0.0054  0.0139  0.0053  0.0168  0.0243  0.0088  0.0266  0.0199
0.0348  0.0072  0.0206  0.0365  0.0043  0.0173  0.0262  0.0525  0.0152  0.0403
0.0876  0.0106  0.0546  0.0913  0.0191  0.1099  0.1146  0.0315  0.0545  0.1246
0.0151  0.0139  0.0016  0.0109  0.0022  0.0058  0.0040  0.0282  0.0212  0.0017
0.1737  0.0204  0.1221  0.1581  0.0138  0.1194  0.1778  0.1827  0.0010  0.2166
0.0143  0.0074  0.0051  0.0141  0.0083  0.0299  0.0281  0.0137  0.0282  0.0244
```

Błędy rozwiązywania układu równań liniowych $XA=B$

Błąd bezwzględny:

1.0e-14 *

0.0777	0.0111	0.0222	0.0333	0.0666	0.0444	0.0999	0.0777	0.0888	0.0333
0.0555	0.0111	0.0555	0	0.0333	0.0111	0.0111	0.0056	0.0222	0.0219
0.0666	0.1887	0.0472	0.0666	0.3553	0.0444	0.0111	0.2554	0.1776	0.0222
0.0611	0.1443	0	0	0.2665	0.1443	0.0555	0.2331	0.1554	0.0333
0	0.0222	0.0999	0.0222	0	0.0222	0.2554	0.1665	0.0666	0.0222
0.0333	0.2109	0.1110	0.0444	0.2665	0.0444	0.1332	0.3997	0.0777	0.0111
0.0555	0.0222	0.0888	0.0333	0.2109	0.0444	0.5440	0.1554	0.3775	0.0444
0.0666	0.0111	0.0944	0.0666	0.2331	0.1277	0.0111	0.0666	0.0333	0.0111
0.0722	0.1221	0.1721	0.0444	0.2220	0.0111	0.0222	0.2220	0.0888	0.0222
0.0444	0.0333	0.0222	0.0666	0.1998	0.0999	0.1998	0.1665	0.1665	0.0333

Błąd względny:

1.0e-13 *

0.0515	0.0019	0.0155	0.0170	0.0095	0.0342	0.0750	0.0083	0.0278	0.0175
0.0183	0.0077	0.0009	0.0003	0.0029	0.0022	0.0062	0.0036	0.0014	0.0030
0.0279	0.0084	0.0221	0.0274	0.0172	0.0157	0.0284	0.0209	0.0198	0.0243
0.0099	0.0085	0.0198	0.0384	0.0258	0.0296	0.0415	0.0241	0.0187	0.0214
0.0600	0.0151	0.0243	0.0095	0.0272	0.0393	0.0406	0.0106	0.0194	0.0221
0.0968	0.0076	0.0064	0.0089	0.0347	0.0281	0.0385	0.0000	0.0227	0.0225
0.1584	0.0201	0.0549	0.0614	0.0355	0.1087	0.1287	0.0278	0.0188	0.0299
0.0529	0.0179	0.0355	0.0408	0.0062	0.0387	0.0608	0.0109	0.0116	0.0058
0.0109	0.0023	0.0078	0.0061	0.0191	0.0027	0.0347	0.0002	0.0056	0.0083
0.1019	0.0076	0.0305	0.0466	0.0063	0.0602	0.1228	0.0145	0.0355	0.0010

Błędy obliczania macierzy odwrotnej

Błąd bezwzględny:

1.0e-14 *

0.1055	0.0160	0.0777	0.0944	0.0021	0.0944	0.1443	0.0056	0.1249	0.1055
0.0444	0.0125	0.0309	0.0347	0.0042	0.0409	0.0569	0.0250	0.0278	0.0759
0.0500	0.0049	0.0389	0.0472	0	0.0333	0.0555	0.0040	0.0444	0.1055
0.0930	0.0222	0.0611	0.0583	0.0083	0.0666	0.1110	0.0555	0.0500	0.0722
0.1499	0.0147	0.0888	0.1277	0.0101	0.1166	0.1887	0.0111	0.1388	0.1887
0.0666	0.0028	0.0375	0.0389	0	0.0555	0.0777	0.0555	0.0222	0.0944
0.0222	0.0029	0.0139	0.0208	0.0021	0.0160	0.0305	0.0022	0.0236	0.0250
0.0819	0.0153	0.0505	0.0652	0.0120	0.0694	0.1058	0.0194	0.0638	0.1015
0.1110	0.0153	0.0694	0.0999	0.0160	0.0916	0.1443	0.0056	0.1249	0.1388
0.1776	0.0173	0.1110	0.1416	0.0167	0.1381	0.2054	0.0666	0.1138	0.2109

Błąd względny:

1.0e-14 *

0.0577	0.2472	0.0138	0.1837	0.3258	0.2069	0.5225	0.2049	0.3125	0.0560
0.0338	0.0415	0.0194	0.0454	0.2223	0.0240	0.1344	0.1745	0.0968	0.0252
0.0785	0.2229	0.0087	0.0437	0.3853	0.0240	0.0200	0.3954	0.1707	0.0693
0.0945	0.3676	0.0120	0.1058	0.2061	0.1027	0.0611	0.2872	0.2131	0.1192
0.0502	0.1234	0.1613	0.0508	0.1970	0.0170	0.2783	0.1574	0.0416	0.0920
0.1480	0.1026	0.0016	0.1180	0.4028	0.1129	0.2661	0.2152	0.3061	0.0910
0.0112	0.0146	0.0515	0.0086	0.0218	0.0091	0.0689	0.0009	0.0268	0.0079
0.0280	0.0214	0.0728	0.0075	0.0664	0.0241	0.0306	0.0261	0.0109	0.0113
0.0637	0.0712	0.1714	0.0057	0.0643	0.0129	0.2380	0.1332	0.0644	0.1209
0.0035	0.1101	0.0172	0.0875	0.1605	0.1417	0.1935	0.0423	0.0754	0.0384

Błędy obliczania wyznacznika

Błąd bezwzględny:

1.1921e-07

Błąd względny:

2.3518e-15

Jak można zauważyć błędy generowane przez wszystkie te funkcje są nadal niewielkie, jedynie błąd bezwzględny obliczania wyznacznika znacznie się zwiększył. Przykładowo błędy obliczania rozkładu UL są porównywalne z tymi, gdzie macierz była 3x3, a wartości też z przedziału [0,10].

4.3.2 wartości macierzy z przedziału [1000, 10000]

Wylosujmy macierz A rozmiaru 10x10 z wartościami z przedziału [1000, 10000] oraz macierz B rozmiaru 10x10. Wylosowane macierze to:

```
>> A = 9000 * rand(10,10) + 1000

A =

1.0e+03 *

    6.3387    8.2986    8.0598    7.8633    9.0658    7.4242    3.2161    7.5011    5.8591    3.9761
    8.8530    5.3609    8.9455    8.9424    8.4392    8.9596    4.0844    4.6007    1.8584    4.8700
    9.4015    7.8107    9.2234    3.5646    4.5102    7.4877    4.3812    8.4868    2.3186    5.4263
    7.0162    4.7534    6.0246    7.0590    5.4811    1.1675    5.9190    2.2090    6.6803    1.6393
    2.8610    9.7461    6.3898    6.9785    7.2532    7.0730    6.0573    1.5442    8.7339    8.9897
    6.8847    9.8918    2.3399    2.1053    8.5093    4.9466    4.5624    1.7582    9.7680    1.5817
    1.6485    8.7773    9.0974    4.6659    6.4867    4.9404    4.5832    2.4751    6.1375    4.9257
    4.6605    4.5000    5.0535    3.4776    6.1726    2.0533    5.6383    3.9180    9.9717    8.4397
    7.0024    5.0927    2.8511    7.4500    3.9344    8.3321    6.9178    3.7155    5.9819    4.5508
    9.4035    3.2202    9.0969    3.5505    5.1078    3.9237    9.5582    1.1051    5.6391    6.5213

>> B = rand(10,10)

B =

    0.8186    0.5319    0.5567    0.7756    0.4594    0.5716    0.6174    0.7667    0.0830    0.8397
    0.8862    0.2021    0.1565    0.7343    0.0503    0.1222    0.5201    0.8487    0.6616    0.5326
    0.9311    0.4539    0.5621    0.4303    0.2287    0.6712    0.8639    0.9168    0.5170    0.5539
    0.1908    0.4279    0.6948    0.6938    0.8342    0.5996    0.0977    0.9870    0.1710    0.6801
    0.2586    0.9661    0.4265    0.9452    0.0156    0.0560    0.9081    0.5051    0.9386    0.3672
    0.8979    0.6201    0.8363    0.7842    0.8637    0.0563    0.1080    0.2714    0.5905    0.2393
    0.5934    0.6954    0.7314    0.7056    0.0781    0.1525    0.5170    0.1008    0.4406    0.5789
    0.5038    0.7202    0.3600    0.1093    0.6690    0.0196    0.1432    0.5078    0.9419    0.8669
    0.6128    0.3469    0.4542    0.3899    0.5002    0.4352    0.5594    0.5856    0.6559    0.4068
    0.8194    0.5170    0.3864    0.5909    0.2180    0.8322    0.0046    0.7629    0.4519    0.1126
```

Ze względu na to, że wstawienie tu efektów wywołań wszystkich funkcji mogłoby być nieczytelne, skupmy się tutaj tylko na błędach generowanych przez te funkcje.

```
Błędy obliczania rozkładu UL
Błąd bezwzględny:
1.0e-10 *

    0.0091    0.0182    0.0273    0.0091    0.0182    0.0364    0.0091    0    0    0
    0.0182    0.0728    0    0.0182    0.0182    0    0.0136    0.0091    0.0023    0
    0.0364    0.0637    0.0909    0.0045    0.0455    0.0637    0.0364    0.0182    0    0
    0.0455    0.0091    0.0273    0    0.0273    0.0091    0.0091    0.0045    0    0
    0    0    0.0091    0    0.0273    0    0.0091    0.0023    0    0
    0.0364    0.0364    0.1683    0.0045    0.0909    0.0273    0.0182    0.0091    0    0
    0.0023    0    0.0182    0    0    0    0    0    0    0
    0    0    0    0.0045    0    0.0136    0.0091    0    0    0
    0    0    0    0    0    0    0    0.0045    0    0
    0    0    0    0.0045    0    0    0    0    0    0

Błąd względny:
1.0e-14 *

    0.0068    0.0224    0.0298    0.0754    0.0759    0.0208    0.1113    0.0005    0.0405    0.0177
    0.1825    0.0342    0.1079    0.1193    0.0859    0.0135    0.0374    0.0210    0.0178    0.1444
    0.0205    0.1380    0.1943    0.2411    0.4438    0.0127    0.4496    0.1651    0.2094    0.0470
    0.2232    0.1868    0.0087    0.0086    0.1561    0.0554    0.1405    0.1178    0.0296    0.0904
    0.0983    0.0164    0.0361    0.0286    0.0337    0.0046    0.0535    0.0281    0.0523    0.0552
    0.3532    0.3869    0.1588    0.1507    0.5825    0.0409    0.6861    0.3062    0.1414    0.1237
    0.2108    0.1318    0.0241    0.0231    0.1326    0.0220    0.1663    0.1056    0.0507    0.1159
    0.0546    0.0329    0.0182    0.0236    0.0114    0.0074    0.0139    0.0309    0.0154    0.0383
    0.0418    0.0264    0.0027    0.0050    0.0165    0.0067    0.0243    0.0159    0.0071    0.0204
    0.0037    0.0031    0.0001    0.0066    0.0022    0.0027    0.0006    0.0004    0.0013    0.0052
```

Błędy rozwiązywania układu równań liniowych $XA=B$

Błąd bezwzględny:

$1.0e-14$ *

0.5773	0.5329	0.5884	0.3331	0.0555	0.4552	0.1887	0.0777	0.0777	0.0444
0.1221	0.1582	0.4330	0.0999	0.0333	0.2082	0	0	0.0222	0.0111
0.0222	0.2776	0.3220	0.4108	0.1221	0	0.1443	0.0333	0.0444	0.0333
0.1776	0.2331	0.6328	0.1110	0.4108	0.7327	0.3220	0.0666	0.0888	0.0444
0.0666	0.5773	0.9659	0.1998	0.3775	0.4885	0.1665	0.0444	0.1110	0.0111
0.0777	0.0444	0.2665	0.3109	0.3886	0.2331	0.0111	0.0444	0.0555	0.0222
0.1665	0.5218	0.6661	0.2776	0.0999	0.0777	0.0111	0.0444	0.0444	0
0.0777	0.0777	0.2665	0.1943	0.0333	0.1110	0.0333	0	0	0.0111
0.0555	0.0666	0.1665	0.0444	0.0777	0.0666	0.0111	0	0.0111	0
0.6106	0.3331	0.6439	0.3220	0.5218	0.7994	0.3775	0.0666	0	0.0777

Błąd względny:

$1.0e-13$ *

0.1140	0.0146	0.0932	0.1038	0.0446	0.0492	0.0519	0.0103	0.1886	0.0417
0.0522	0.0178	0.0442	0.0291	0.0191	0.0075	0.0584	0.0127	0.0202	0.0079
0.1071	0.0000	0.0975	0.0518	0.0565	0.0162	0.0510	0.0012	0.0250	0.0359
0.0025	0.0998	0.0553	0.0093	0.0204	0.0013	0.0297	0.0223	0.0776	0.0090
0.0928	0.1196	0.1555	0.0448	0.0088	0.0376	0.0604	0.0068	0.0551	0.0020
0.0123	0.0559	0.0647	0.0068	0.0165	0.0270	0.0201	0.0113	0.0003	0.0095
0.0630	0.0526	0.0837	0.0592	0.0221	0.0353	0.0519	0.0073	0.1121	0.0045
0.0227	0.0030	0.0067	0.0180	0.0073	0.0064	0.0348	0.0200	0.0037	0.0031
0.0208	0.0191	0.0278	0.0160	0.0019	0.0055	0.0108	0.0006	0.0108	0.0054
0.0355	0.1261	0.0697	0.0488	0.0367	0.0180	0.0138	0.0027	0.0889	0.0213

Błędy obliczania macierzy odwrotnej

Błąd bezwzględny:

$1.0e-16$ *

0.0043	0.0081	0.0008	0.0084	0.0087	0.0049	0.0108	0.0049	0.0001	0.0038
0.0894	0.0618	0.0079	0.0025	0.0596	0.0150	0.0710	0.0477	0.0206	0.0493
0.0802	0.0607	0.0034	0.0066	0.0640	0.0169	0.0824	0.0466	0.0136	0.0466
0.0024	0.0047	0.0029	0.0019	0.0068	0.0003	0.0052	0.0043	0.0018	0.0004
0.0499	0.0390	0.0022	0.0108	0.0379	0.0159	0.0488	0.0304	0.0022	0.0260
0.0997	0.0683	0.0087	0.0009	0.0705	0.0190	0.0759	0.0575	0.0260	0.0542
0.1193	0.0911	0.0027	0.0160	0.0932	0.0260	0.0932	0.0802	0.0390	0.0672
0.0726	0.0520	0.0032	0.0043	0.0510	0.0146	0.0466	0.0504	0.0192	0.0417
0.1084	0.0835	0.0033	0.0149	0.0932	0.0225	0.1214	0.0477	0.0390	0.0510
0.0339	0.0222	0.0055	0.0038	0.0168	0.0060	0.0173	0.0178	0.0076	0.0211

Błąd względny:

$1.0e-13$ *

0.0093	0.0292	0.0240	0.0208	0.0387	0.0351	0.0243	0.0159	0.0034	0.0031
0.0239	0.0134	0.0706	0.0140	0.0389	0.0306	0.0134	0.0046	0.0078	0.0042
0.0426	0.0507	0.1184	0.0514	0.0816	0.0301	0.0560	0.0080	0.0018	0.0071
0.0064	0.0164	0.0126	0.0040	0.0133	0.0022	0.0047	0.0009	0.0023	0.0015
0.0333	0.0399	0.0632	0.0864	0.0668	0.0124	0.0521	0.0118	0.0048	0.0064
0.0423	0.0143	0.0380	0.0456	0.0292	0.0282	0.0158	0.0124	0.0150	0.0021
0.0448	0.0459	0.0007	0.0563	0.0673	0.0883	0.0332	0.0297	0.0365	0.0364
0.0088	0.0718	0.0540	0.0619	0.0023	0.0119	0.0426	0.0027	0.0160	0.0103
0.0826	0.1313	0.2635	0.0394	0.1451	0.2249	0.0646	0.0372	0.0003	0.0121
0.0189	0.0032	0.0173	0.0019	0.0012	0.0062	0.0162	0.0049	0.0020	0.0002

Błędy obliczania wyznacznika

Błąd bezwzględny:

$1.7473e+23$

Błąd względny:

$8.5358e-15$

Ponownie widzimy, że większość błędów się nie zwiększyła znacznie. Jedynie błąd bezwzględny obliczania wyznacznika się drastycznie zwiększył.

5 Wnioski

Zmodyfikowana metoda Doolittle'a okazała się bardzo skuteczna przy tworzeniu rozkładów $A=UL$ oraz rozwiązywaniu z ich udziałem układów równań liniowych typu $XA=B$, liczenia A^{-1} oraz $\det(A)$. Jak można było zauważyć zwiększenie znacznie rozmiaru macierzy nie zmniejszało znacząco błędów generowanych przez te funkcje. Podobnie było ze zwiększaniem wartości elementów w macierzy, z jednym wyjątkiem - błędem obliczania wyznacznika. Błąd bezwzględny obliczania $\det(A)$ był jedynym błędem, który tak drastycznie się zmieniał przy zwiększeniu rozmiaru macierzy oraz jej wartości.

6 Zastosowania

Metoda Doolittle'a, choć nie jest bezpośrednio związana z wieloma algorytmami uczenia maszynowego, może znaleźć zastosowanie w kontekście analizy danych i pewnych procedur statystycznych. Jednym z nich jest np. regresja liniowa. W jej przypadku ta metoda może być stosowana do rozwiązania układu równań, które występują podczas obliczania współczynników regresji oraz w analizie regresji liniowej. Dodatkowo może być używana do obliczania macierzy odwrotnej (A^{-1}), co jest przydatne w estymacji współczynników regresji.

7 Źródła

- Notatki do Metod Numerycznych autorstwa dr inż. Iwony Wróbel
- <https://mattomatti.com/pl/a0308?plang=py#elcode0>
- https://pl.wikipedia.org/wiki/Metoda_LU
- https://www.if.pw.edu.pl/~agatka/numeryczne/wyklad_03.pdf
- <http://wsehs.pl/files/zarządzanie/materialy/Rownania liniowe.pdf>
- <https://matematyka.poznan.pl/artukul/regresja-liniowa-czyli-o-zastosowaniu-funkcji-liniowej-w-ar>