

# 时间复杂度与空间复杂度（算法效率）

## 分析估算方法：在程序编写前,依据统计方法对算法进行估算

### 耗时取决因素：

1. 算法采用的策略与方案
2. 编译产生的代码质量（编译器优化与编译器采用优化措施的优化）
3. 问题的输入规模
4. 机器执行指令的速度

总结：抛开与计算机硬件，软件的因素，一个程序的运行时间依赖于算法的好坏和问题的输入规模。

因此分析一个算法的运行时间是，重要的是把基本操作的数量和输入模式关联起来

判断一个算法的效率时，函数中的常熟和其他次要项常常可以忽略，而更应关注主项（最高项）的阶数

测试数据时数据越多判断越精确

例如：

1. 循环时间长度为 $n$ ，嵌套循环为 $n^x$ ；
2. 单个公式时间长的为1；

## 算法时间复杂度

定义：

再进行算法分析时，语句总的执行次数 $T(n)$ 是关于问题规模 $n$ 的函数，而分析 $T(n)$ 随 $n$ 的变化情况并确定 $T(n)$ 的数量级。算法的时间复杂度，也就是算法的时间量度，记作： $T(n) = O(f(n))$ 。他表示随问题规模 $n$ 的增大，算法执行时间的增长率和 $f(n)$ 的增长率相同，称作算法的渐近时间复杂度，简称为时间复杂度。其中 $f(n)$ 是问题规模 $n$ 的某个函数。

关键需要知道执行次数等于时间

## 记法：

这样用大写 $O()$ 来体现算法时间复杂度的记法，称之为大 $O$ 记法。

一般情况下，随着输入规模 $n$ 的增大， $T(n)$ 增长最慢的算法为最优算法。

## 推到大 $O$ 阶的方法

1. 用常数1取代运行时间中的所有加法常数。
2. 在修改后的运行次数函数中只保留最高项。
3. 得到的最后结果就是大 $O$ 阶。

## 常数阶

无非语句多少，只与 $n$ 有关，所有加法常数记作 $O(1)$ 即可。例：10

## 线性阶

一般含有非嵌套循环涉及线性阶，线性阶就是随着问题规模 $n$ 的扩大，对计算次数呈直线增长，记作 $O(n)$ 。例： $3n+4$

## 平方阶

含有嵌套循环，记作 $O(n^x)$ 。例： $3n^2+4n+5$

**总结：时间复杂度等于循环体复杂度乘以该循环体的运行次数**

## 对数阶

记作 $O(\log n)$ 。例： $3\log(2)n+14$

## $n\log n$ 阶

记作 $O(n\log n)$ 。例： $2n+3n\log(2)n+14$

## 立方阶

记作 $O(n^3)$ 。例： $n^3+2n^2+4n+6$

## 指数阶

记作 $O(2^n)$ 。例： $2^n$

## 大小顺序

$O(n^n) > O(n!) > O(2^n) > O(n^3) > O(n^2) > O(n \log n) > O(n) > O(\log n) > O(1)$

## 最坏情况与平均情况

查找一个有 $n$ 个随机数字数组中的某个数字，最好的情况是第一个数字就是，那么该算法的时间复杂度就是 $O(1)$ ，但也有可能这个数字就在最后一个位置，那么时间复杂度为 $O(n)$ 。

平均运行时间就是期望时间。

最坏运行时间是一种保证。在应用中，这是一种最重要的需求，通常除非特别指定，我们提到的运行时间都是最坏情况的运行时间。

## 算法空间复杂度 (写代码时可以用空间换取时间)

算法的空间复杂度计算通过计算算法所需的存储空间实现，算法的空间复杂度的计算公式记作： $S(n) = O(f(n))$ ，其中， $n$ 为问题的规模， $f(n)$ 为语句关于 $n$ 所占存储空间的函数

## 注意

1. 通常我们都是用时间复杂度来指运行时间的需求，是用空间复杂度指空间需求。
2. 当直接要求让我们求复杂度时，通常指时间复杂度。