計算機工学3レポート課題　7520035ケニス銀河

2021年11月29日 月曜日　　16:07

第一問　問1.1

（オイラー法）

オイラー法は1式のように表される一階微分方程式の解を数値的に解く方法である。

$$\frac{dy}{dx} = y' = f(x, y) \cdots ①$$

初期値を（Xo、Yo）、刻み幅をhとする。この時（Xi、Yi）まで計算済みとする。次の2式により逐次的にY(i+1)が求まる。

$$y_{i+1} = y_i + h y_i' \cdots ②$$

これは1次までのテイラー展開の式と一致する。

（ルンゲクッタ法）

オイラー法と同じく1式のように表される一階微分方程式の解を数値的に解く方法である。

（Xo、Yo）がわかっている時、Yo（Xo+h）のXoにおけるテイラー展開は3式のようになる。

$$\begin{aligned} y(x_0+h) &= y(x_0) + h y'(x_0) + \frac{1}{2}h^2 y''(x_0) + \cdots + \frac{1}{n!}h^n y^{(n)}(x_0) + \cdots \\ &= y(x_0) + h f(x_0, y(x_0)) + \frac{1}{2}h^2 f'(x_0, y(x_0)) + \cdots + \frac{1}{n!}h^n f^{(n-1)}(x_0, y(x_0)) \\ &\quad + O(h^{n+1}) \cdots ③ \end{aligned}$$

ここでhのn次の項まで打ち切ると4式の様になる。

$$y(x_0+h) = y(x_0) + h f(x_0, y(x_0)) + \frac{1}{2}h^2 f'(x_0, y(x_0)) + \cdots + \frac{1}{n!}h^n f^{(n-1)}(x_0, y(x_0)) \cdots ④$$

ここでX1=Xo+hとするとY1が求まるようになる。これを使いやすい形にすると次のようになる。

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}h(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ t_{n+1} = t_n + h \end{cases}$$

for $n = 0, 1, 2, 3, \cdots$ using

$$\begin{cases} k_1 = f(t_n, y_n) \\ k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + h\frac{k_1}{2}\right) \\ k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + h\frac{k_2}{2}\right) \\ k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3) \end{cases}$$

問1.2

（オイラー法）

利点1 → 数学的に理解しやすい。

利点2 → プログラム的に簡単。

欠点1 → 誤差が蓄積されるため精度が悪い。

欠点2 → 元の方程式次第ではいかなる刻み幅hを取っても、方程式の解には収束しない。

（ルンゲクッタ法）

利点1 → オイラー法よりは精度がいい。

利点2 → 一般的に使われている。

欠点1 → オイラー方と比べて式もプログラムも煩雑となる。

以上より個人的にはオイラー法は、微分方程式をプログラミングでどのように解くか、理解するのに適していて、ルンゲクッタ法はより実用的に問題を解くのに適していると感じた。

第二問

問2.1

（PID制御の特徴）

PID制御とはP（Propotional),I(Integral),D(Differential)の３つの制御をまとめたものである。フィードバック制御の一種であって、入力値の制御を出力値と目標との偏差、その積分、微分の３つの要素によって行う。

次に３つの操作の特徴をそれぞれまとめる。

（P）目標との差の大きさに比例した操作を行い、大きな出力を加えることができる。

（I）目標との差を無くすような操作である。

（D）変化に対してそれを抑えるような操作を行う。

次に一旦停止した所から、時速80kmで巡行運転するまでの自動車を例に考える。

まず時速0kmと目標の時速80kmとの差が大きいので、アクセルを大きく踏み込む。この様に目標との差に比例した制御が比例制御（P）。次に目標速度に近ずいてくると、速度がオーバーしないようにアクセルを緩めるような操作をする。このように速度の変化に応じた制御が微分制御（D）。最後に時速80kmぴったりに走行するためにアクセルを調節する。この様に目標との差を無くすような操作が積分制御（I）。

問2.2

エアコンにはPID制御が使われていると思う。例えば15度の部屋で20度にエアコンの温度を設定したとしよう。この時目標値が20度となる。まず目標との差が大きいのでP制御を行う。次に目標に近くなってきたら、20度を越えないように、温度をI制御によってコントロールする。最後に20度ぴったりになるようにD制御によって、温度を調節する。

問3

問3.1

まず振り子の運動方程式と台車の運動方程式を考えると以下のようになる。

（振り子の方程式）

- $J\ddot{\theta} = Vl\sin\theta - Hl\cos\theta - \mu_\theta\dot{\theta}$　　$\left(J = \frac{ml^2}{3}\right)$
- $m\frac{d^2}{dt^2}(x + l\sin\theta) = H$
- $m\frac{d^2}{dt^2}(l\cos\theta) = V - mg$

（台車の方程式）

- $M\ddot{x} = F - \mu_x\dot{x} - H$

この二式によりH、Vを消去することにより台車型倒立振子の運動方程式が以下のように求まる。

$$\begin{cases} (M+m)\ddot{x} + ml\cos\theta\cdot\ddot{\theta} - ml\dot{\theta}^2\sin\theta + \mu_x\dot{x} = F \\ ml\cos\theta\,\ddot{x} + (J+ml^2)\ddot{\theta} - mlg\sin\theta + \mu_\theta\dot{\theta} = 0 \end{cases}$$

問3.2

上記の運動方程式を連立して解くと次のようになる。

$$\ddot{x} = \{(J+ml^2)F - \mu_x(J+ml^2)\dot{x} + \mu_\theta ml\cos\theta\cdot\dot{\theta} + (J+ml^2)ml\sin\theta\cdot\dot{\theta}^2 - m^2l^2g\sin\theta\cos\theta\}/\alpha$$

$$\ddot{\theta} = \{-ml\cos\theta F - \mu_x ml\cos\theta\,\dot{x} - \mu_\theta(m+M)\dot{\theta} - m^2l^2\sin\theta\cos\theta\,\dot{\theta}^2 + (m+M)mlg\sin\theta\}/\alpha$$

$$\alpha = J(m+M) + Mml^2 + m^2l^2\sin^2\theta$$

問3.3

上の運動方程式より、4つの一階連立微分方程式を導くと次のようになる。

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \{(J+ml^2)F - \mu_x(J+ml^2)x_2 + \mu_\theta ml\cos(y_1)\cdot y_2 + (J+ml^2)ml\sin(y_1)\cdot y_2^2 - m^2l^2g\sin(y_1)\cos(y_1)\}/\alpha$$

$$\dot{y}_1 = y_2$$

$$\dot{y}_2 = \{-ml\cos(y_1)F + \mu_x ml\cos(y_1)x_2 - \mu_\theta(m+M)y_2 - m^2l^2\sin(y_1)\cos(y_1)(y_2)^2 + (m+M)mlg\sin(y_1)\}/\alpha$$

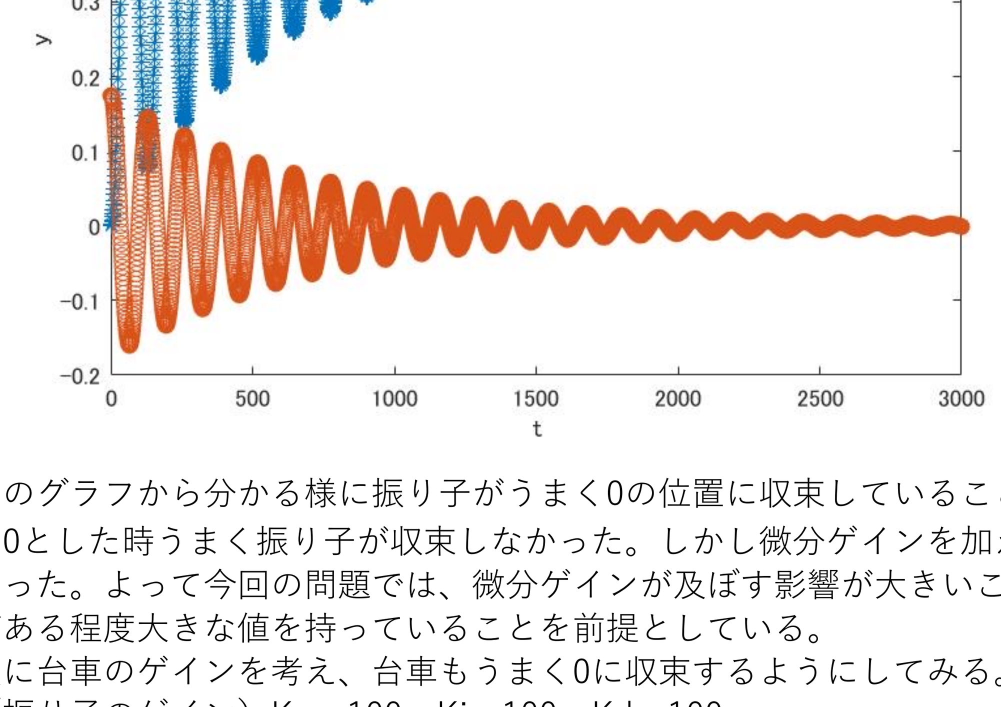
問3.4

```
function r=func1(x1,x2,y1,y2)
  r=x2;
end


function r=func2(x1,x2,y1,y2,F)
    global m M Mu_x Mu_o l J g; %グローバル変数を定義
   r=((J+m*l.^2)*F-Mu_x*(J+m*l.^2)*x2+Mu_o*m*l*cos(y1)*y2+(J+m*l.^2)*m*l*sin(y1)*y2.^2-m.^2*l.^2*g*sin(y1)*cos(y1))/(J*(m+M)+M*m*l.^2+m.^2*l.^2*sin(y1).^2);
end


function r=func3(x1,x2,y1,y2)
    r=y2;
end


function r=func4(x1,x2,y1,y2,F)
    global m M Mu_x Mu_o l J g; %グローバル変数を定義
       r=(-m*l*cos(y1)*F+Mu_x*m*l*cos(y1)*x2-Mu_o*(m+M)*y2.^2-m.^2*l.^2*sin(y1)*cos(y1)*y2.^2+(m+M)*m*l*g*sin(y1))/(J*(m+M)+M*m*l.^2+m.^2*l.^2*sin(y1).^2);
end
```

問3.6

まず振り子の目標角度＝0となるようなゲインを考える。

台車のゲインを全て0、振り子のゲインをKp＝100、Ki＝100、Kd＝100とすると以下のようなグラフが得られた。

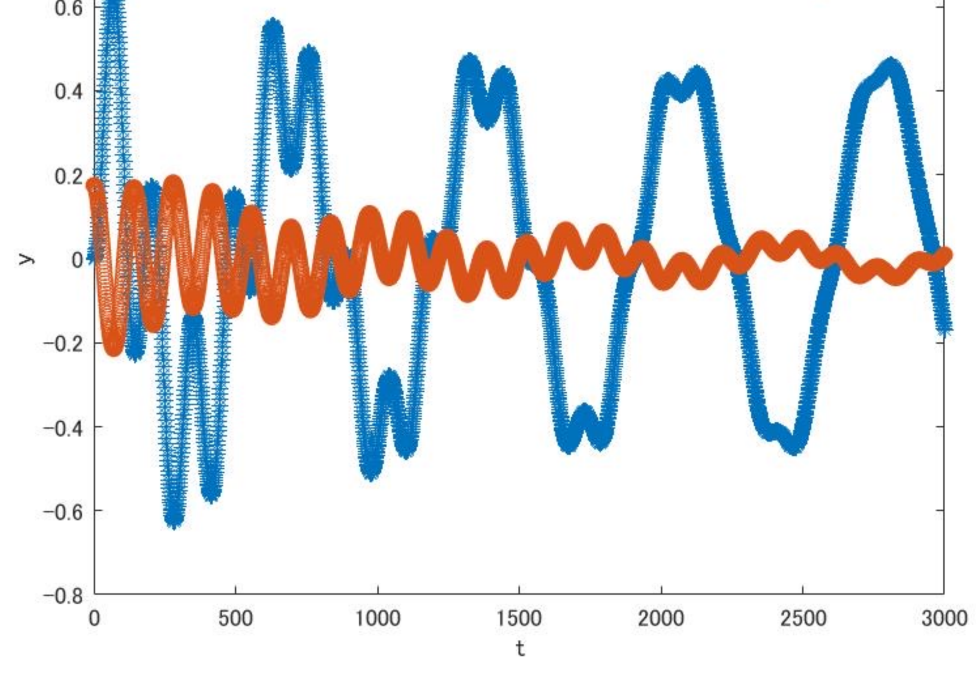


上のグラフから分かる様に振り子がうまく0の位置に収束していることがわかる。Kp＝100とし、他のゲインを0とした時うまく振り子が収束しなかった。しかし微分ゲインを加えた途端振り子がうまく収束するようになった。よって今回の問題では、微分ゲインが及ぼす影響が大きいことがわかった。しかしこれは比例ゲインがある程度大きな値を持っていることを前提としている。

次に台車のゲインを考え、台車もうまく0に収束するようにしてみる。

（振り子のゲイン）Kp＝100、Ki＝100、Kd＝100

（台車のゲイン）Kpx＝5、Kix＝10、Kdx＝20



上のような結果が得られた。振り子も台車も0に収束していることがわかった。台車の比例ゲインを大きくし過ぎると、うまくいかなっかた。台車でもやはり微分ゲインの調節が鍵となった。

第四問

計算機工学3ではプログラミングを使って実用的な問題を解くことができてとてもたのしかった。また先生の説明だけでなく、実際に友達と話し合って問題を解くことができたのも、プログラミング能力の向上に繋がったと思う。やはり授業を聞くだけじゃなくて、友達と相談しながらやることで力がつくと実感できた。今まで受けてきた大学の授業の中で、一番将来に役立ちそうな気がしてやる気が出た。