

## A

首先不难发现问题可以转化为图上两个点的可达性, 直接建图复杂度为平方。

考虑优化建图, 对于每个  $[0, 3^{12})$  的数值建一个新点, 然后集合里的元素可以指向某一位比自己小的新点, 在新点中间只能走比自己大的边。

这样整个建图复杂度就是  $O(3^{12} \times 12)$  的了, BFS 判断连通性即可。

## B

### Sol 1

观察到在排序过较小的两个木棒一定是相邻的, 那么我们可以枚举这两个木棒, 然后面积平方关于第三个木棒的长度是一个四次函数, 可以二分/三分求的最优点。

### Sol 2

其实三个木棒的长度都一定是相邻的! 直接  $O(n)$  枚举即可。

## C

通过翻转和将所有元素取反 ( $a \rightarrow n + 1 - a$ ), 排列可以等价于两种情况:  $(1, 3, 2), (1, 2, 3)$

### 暴力

枚举! 时间复杂度  $O(n^3)$  或者  $O(n^2)$ 。

### 正解

先考虑  $(1, 3, 2)$  的情况, 我们枚举中间的点  $v$  的位置, 然后用  $\binom{siz_v-1}{2}$  减去在同一个子树内的答案即可, 我们需要支持快速查询一个子树内小于某个值的点个数, 这个可以归约到二维数点, 使用任意数据结构可以做到  $O(n \log n)$ , `std` 使用的是主席树。

然后是  $(1, 2, 3)$  的情况, 我们还是先预处理出每个子树小于/大于  $v$  的点有多少个, 然后统计一下贡献就行了。

时间复杂度  $O(n \log n)$  空间复杂度  $O(n)$  或者  $O(n \log n)$ 。

## D

考虑分治, 假设当前求的区间是  $[L, R]$ , 中点  $M = \lfloor \frac{L+R}{2} \rfloor$ , 首先递归的解决  $[L, M-2]$  和  $[M+2, R]$  的贡献。

对于  $s = M, M + 1$  和  $t = M - 1, M$  的贡献, 我们可以直接暴力的求解  $dag$  上的最短路, 这部分是  $O(R - L)$  的。

对于  $s \leq M - 1, t \geq M + 1$  的部分, 距离是

$$d(s, M - 1) + d(M - 1, t), d(s, M) + d(M, t), d(s, M + 1) + d(M + 1, t)$$

三者中的最小值, 我们考虑每个部分什么时候会产生贡献, 分别计算贡献。

以  $d(s, M - 1)$  为例, 当

$$d(s, M - 1) + d(M - 1, t) \leq d(s, M) + d(M, t), d(s, M - 1) + d(M - 1, t) \leq d(s, M + 1) + d(M + 1, t)$$

时产生贡献。

整理得:

$$d(s, M - 1) - d(s, M) \leq d(M - 1, t) - d(M, t), d(s, M - 1) - d(s, M + 1) \leq d(M + 1, t) - d(M, t)$$

我们对一个  $s$  将两个不等式左边的值看成二维坐标, 类似的对一个  $t$ , 将不等式右边的值看成二维坐标, 那么这个问题就变成二维数点问题了, 可以在  $O((R - L) \log(R - L))$  的复杂度内解决。

其他的部分也可以类似解决。

$$\text{最终复杂度 } T(n) = 2T(n/2) + O(n \log n) = O(n \log^2 n)$$