

# Control vectorial de un motor paso a paso: control clásico y controladores predictivos

Gino Avanzini  
gino.avanzini@hotmail.com

Control y Sistemas, Facultad de Ingeniería,  
Universidad Nacional de Cuyo,  
Mendoza, Argentina

Mayo de 2021

## Resumen

En este proyecto se presenta el control vectorial de un motor paso a paso para mejorar el desempeño dinámico del mismo. Se describe el modelo en espacio de estados y la estrategia de control adecuada para este tipo de motores. Posteriormente se realiza la descripción en espacio vectorial de las tensiones en máquinas bifásicas y se implementa un modulador capaz de actuar sobre llaves electrónicas de potencia. Se plantea un control PI clásico utilizando el modulador y se lo compara con dos controladores predictivos. En primera instancia se propone un controlador deadbeat. Luego se introduce el control de modelo predictivo que actúa sobre un conjunto finito de estados del actuador (FCS-MPC).

## 1. Introducción

Los motores paso a paso son un tipo de motor muy utilizados en aplicaciones industriales y de consumo. Estos ofrecen un alto torque de retención y son utilizados en aplicaciones donde el rotor se mantiene estático o varía en pasos discretos. En este trabajo se hará enfoque en los motores paso a paso híbridos bifásicos, los cuales se utilizan frecuentemente en aplicaciones a lazo abierto, utilizando controladores con interfaz paso/dirección. Un problema típico es la “pérdida de pasos” y el bajo rendimiento dinámico que poseen estos motores debido a la carencia de realimentación. Es por esto que se propone tratar a este tipo de motores como a un motor sincrónico de imanes permanentes convencional, de forma de sobrellevar esas limitaciones.

Para eso, se debe cerrar el lazo de control incorporando la medición de la posición angular del eje y de las corrientes en cada fase. La técnica clásica de control se basa en implementar dos controladores PI(D) en cascada. Un controlador externo de velocidad/posición y uno interno de corriente. En este trabajo se ha tomado la decisión de basarse únicamente en el controlador interno de corriente; el controlador de velocidad/posición proviene de un nivel superior. Como se verá más adelante, el controlador de corriente equivale a un control de torque, por lo que una consigna de corriente es proporcional a una de torque.

El objetivo es mejorar la respuesta dinámica del motor ante las consignas de torque/corriente. Si se piensa que este motor puede formar parte de una de las articulaciones de un robot que se utilizará para tareas de pick and place, resulta entonces importante obtener los tiempos de respuesta más bajos posibles.

Se propone la utilización del controlador PI clásico y la comparación con dos métodos de control predictivo. Además, se plantea la utilización de un modulador para generar las tensiones adecuadas en los bornes del motor.

## 2. Modelado

El modelo del sistema se puede separar en dos subsistemas, uno eléctrico y otro mecánico. Ambos tienen distintas constantes de tiempo, siendo el eléctrico el de dinámica más rápida.

Cada una de las fases del motor paso a paso puede ser modelada como un circuito RL y una fuerza contraelectromotriz. Las ecuaciones estándar son [11]:

$$\begin{aligned} L \cdot \dot{i}_a(t) &= -R \cdot i_a(t) + K_t \cdot \omega_m \cdot \sin(\theta_e) + u_a \\ L \cdot \dot{i}_b(t) &= -R \cdot i_b(t) - K_t \cdot \omega_m \cdot \cos(\theta_e) + u_b \end{aligned} \quad (1)$$

Donde  $R$  es la resistencia de fase,  $L$  la inductancia de fase,  $i_{ab}$  las corrientes,  $u_{ab}$  las tensiones en los bornes de la máquina y el término restante la fuerza contraelectromotriz. El parámetro  $K_t$  es la constante de torque y  $\theta_e = p \cdot \theta_m$  es el ángulo eléctrico, que equivale al producto entre la cantidad de dientes (pares de polos) y el ángulo mecánico del rotor. Los valores de los parámetros se han listado en la tabla 1.

La parte mecánica del motor se modela como un cuerpo rígido sujeto a distintos torques,

$$\begin{aligned} J \cdot \dot{\omega}_m &= \tau_{em} - b \cdot \omega_m - \tau_{dm} - \tau_{load} \\ \dot{\theta}_m(t) &= \omega_m(t) \end{aligned} \quad (2)$$

Donde

$$\tau_{em} = K_t \cdot (-i_a(t) \cdot \sin(\theta_e) + i_b(t) \cdot \cos(\theta_e))$$

es el torque electromagnético,  $J$  es el momento de inercia y  $b$  el coeficiente de fricción viscosa. El término  $\tau_{dm} = T_{dm} \cdot \sin(2p\theta_m)$  corresponde al torque de retención y  $\tau_{load}$  es el torque externo de carga.

### 2.1. Estrategia de control de campo orientado

La técnica de control de campo orientado (FOC), también llamado control vectorial, se basa en el cambio de coordenadas de las magnitudes eléctricas y magnéticas del motor, desde el marco de referencia fijo  $ab$  a un marco de referencia rotatorio  $dq$  moviéndose con el rotor de forma sincrónica[3]. Se descomponen las corrientes instantáneas del estator en dos componentes: corriente de flujo y corriente de generación de torque.[7]. Las señales representan entonces en un eje directo  $d$  y uno en cuadratura  $q$  (respecto a la dirección principal del flujo), respectivamente.

La utilización del FOC permite controlar motores síncronos de una manera similar a los motores de corriente continua con escobillas. Esto se debe a que en el sistema de coordenado rodante el torque producido es proporcional a la corriente en cuadratura ( $i_q$ ).

Este cambio de marco de referencia es extensivamente utilizado para el análisis y control de motores trifásicos, sin embargo el FOC puede ser utilizado también en motores paso a paso híbridos bifásicos. El modelo estándar de la ecuación 1 está basado en el marco de referencia fijo al estator, con las fases A y B. Para poder expresar las corrientes y tensiones en un marco rodante se utiliza la transformación directa de Park:

$$\begin{aligned} u_d &= u_a \cdot \cos(\theta_e) + u_b \cdot \sin(\theta_e) \\ u_q &= -u_a \cdot \sin(\theta_e) + u_b \cdot \cos(\theta_e) \end{aligned} \quad (3)$$

Y la conversión del marco  $dq$  al  $ab$  se realiza a través de la transformación inversa de Park:

$$\begin{aligned} u_a &= u_d \cdot \cos(\theta_e) - u_q \cdot \sin(\theta_e) \\ u_b &= u_d \cdot \sin(\theta_e) + u_q \cdot \cos(\theta_e) \end{aligned} \quad (4)$$

Al aplicar esta conversión, y su equivalente para las corrientes, se obtiene el modelo del motor en el marco  $dq$ :

$$\begin{aligned}
L \cdot \dot{i}_d &= -R \cdot i_d + p \cdot L \cdot i_q \cdot \omega_m + u_d \\
L \cdot \dot{i}_q &= -R \cdot i_q - p \cdot L \cdot i_q \cdot \omega_m + u_q - K_t \cdot \omega_m \\
J \cdot \dot{\omega}_m &= K_t \cdot i_q - b \cdot \omega_m - T_{dm} \sin(2p\theta_m) - \tau_{load} \\
\dot{\theta}_m &= \omega_m
\end{aligned} \tag{5}$$

Con  $\tau_{em} = K_m \cdot i_q$ , denominado torque de excitación. La clave del control vectorial consiste en controlar la corriente en cuadratura para tener un acceso directo al torque. Por su parte, la corriente  $i_d$  debe ser cero para lograr maximizar el torque electromotriz por unidad de corriente en el estator.

El modelo en bloques de la planta se puede observar en la figura 1.

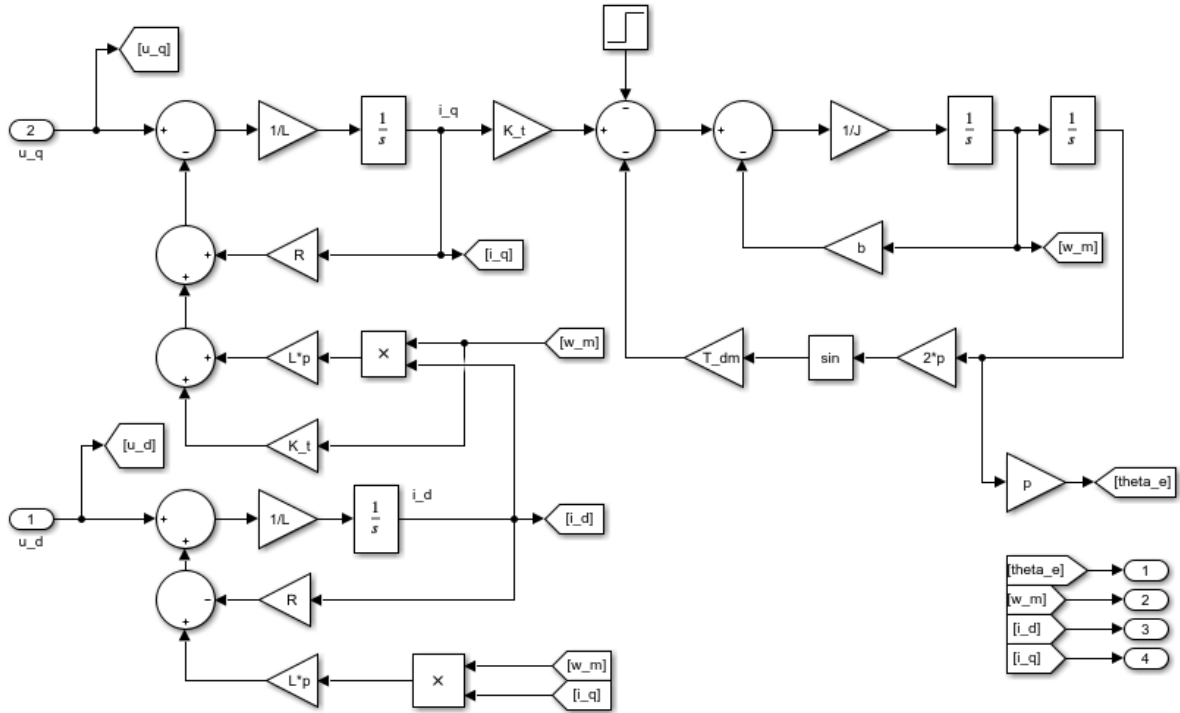


Figura 1: Planta del sistema en el marco  $dq$

### 3. Modulador de tensión

En el sistema planteado las variables de control son las tensiones aplicadas en los bornes de cada fase del motor. Estas tensiones pueden estar referidas tanto al marco  $ab$  como al marco  $dq$ . El actuador es entonces, un inversor, que en el caso de este motor, está compuesto por un doble puente H de llaves electrónicas (MOSFET o IGBT) como se observa en la figura 2.

Cada puente H completo contiene cuatro llaves y cuatro diodos. Los dos bobinados del estator (A y B) están conectados a dos puentes H respectivamente. Como los bobinados se encuentran desfasados 90 grados eléctricos entre sí, las tensiones del motor bifásico pueden ser representadas en un plano, llamado espacio vectorial. En el inversor, se pueden aplicar tensiones tanto positivas como negativas en los bornes de a, x, b, y. De esta forma, existen 16 estados distintos de acuerdo a la configuración de las llaves. Hay 12 vectores activos de  $V_0(1000)$ ,  $V_{45}(1010)$ ,  $V_{90}(0010)$ ,  $V_{135}(0110)$ ,  $V_{180}(0100)$ ,  $V_{225}(0101)$ ,  $V_{270}(0001)$ ,  $V_{315}(1001)$  (8 vectores únicos) y 4 vectores nulos

de  $V_{00}(0000, 1111, 0011, 1100)$ . Los cuatro dígitos representan los patrones de conmutación de las 4 piernas del inversor. Un 1 significa que el borne está conectado a una tensión positiva, un 0 que el borne está conectado a una tensión negativa. Si se ubican esos vectores en un plano, se obtiene la figura 3a. Para generar un campo rodante, el inversor debe ser conmutado con 8 de los 16 vectores. Los 8 vectores no nulos están separados a  $45^\circ$  entre sí y su distribución genera un espacio vectorial dividido en 8 sectores (I-VIII), como se puede observar en la figura 3a y 3b.

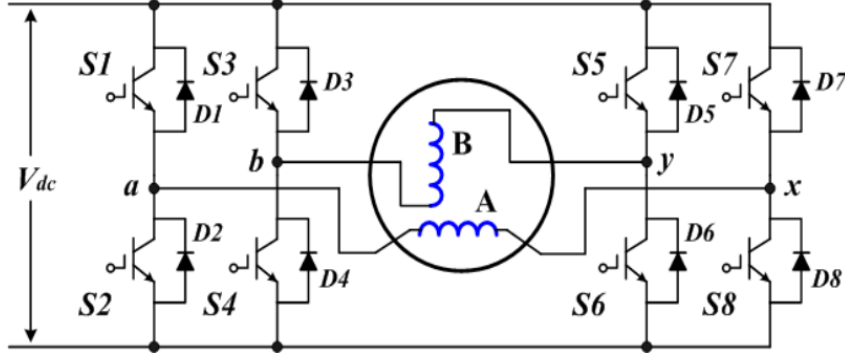
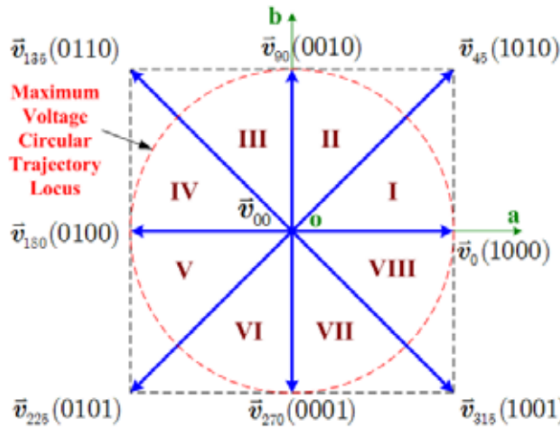


Figura 2: Inversor bifásico compuesto por dos puentes H conectado a un motor paso a paso híbrido



(a) Espacio vectorial de tensiones bifásicas

Vector	Pattern	$V_a$	$V_b$	$V_s$
$\vec{v}_0$	1000	$v_{dc}$	0	$v_{dc}$
$\vec{v}_{45}$	1010	$v_{dc}$	$v_{dc}$	$\sqrt{2}v_{dc}$
$\vec{v}_{90}$	0010	0	$v_{dc}$	$v_{dc}$
$\vec{v}_{135}$	0110	$-v_{dc}$	$v_{dc}$	$\sqrt{2}v_{dc}$
$\vec{v}_{180}$	0100	$-v_{dc}$	0	$v_{dc}$
$\vec{v}_{225}$	0101	$-v_{dc}$	$-v_{dc}$	$\sqrt{2}v_{dc}$
$\vec{v}_{270}$	0001	0	$-v_{dc}$	$v_{dc}$
$\vec{v}_{315}$	1001	$v_{dc}$	$-v_{dc}$	$\sqrt{2}v_{dc}$
$\vec{v}_{00}$	0000, 1111 0011, 1100	0	0	0

(b) Estados de conmutación del inversor

Figura 3: Espacio vectorial de tensiones

La técnica de modulación en espacio vectorial (SVM) es muy utilizada en inversores trifásicos como alternativa al PWM sinusoidal. El principio es el siguiente: se considera una consigna de tensión  $v_s$  que, ubicada dentro del plano de tensiones cae, por ejemplo, entre los vectores  $v_1$  y  $v_2$  y tiene una fase relativa de  $\theta_s$  desde  $v_1$ . La generación del vector  $v_s$  se genera realizando una combinación de los vectores vecinos,  $v_1$  y  $v_2$  y un vector nulo. Al aplicar estos vectores vecinos por una fracción del tiempo y luego combinarlos a través de la carga se genera el vector de tensión deseado [6]. De esta forma, un vector  $v_s$  puede ser sintetizado a partir de la suma vectorial de los vectores vecinos, escalados por las constantes correspondientes.

La bibliografía al respecto de la implementación de SVM en motores bifásicos presenta el desarrollo de la técnica. Esto se puede observar en [2] o, especialmente, en [4]. Se siguieron los pasos expuestos en esos trabajos. Sin embargo el resultado fue idéntico a utilizar la técnica de PWM sinusoidal. Esto es debido a que se pueden tratar las dos consignas de tensión  $u_a$  y

$u_b$  de forma independiente porque el inversor está conformado por dos puentes H monofásicos independientes.

Debido a que es más sencilla, se optó por utilizar la técnica de PWM sinusoidal. Esta técnica es equivalente a la modulación por portadora triangular, solo que implementada digitalmente. Se optó por una configuración unipolar [8] donde se controlan los ciclos de trabajo de cada una de las piernas del puente H. Los ciclos de trabajo (DC) se calculan de la siguiente manera, para generar en la carga una tensión consigna  $v_s$ :

$$\begin{aligned} DC_{PWM1} &= \frac{(v_s + U)}{2 \cdot U} \\ DC_{PWM3} &= 1 - DC_{PWM1} \end{aligned} \quad (6)$$

Donde  $U$  es la tensión de las barras de tensión continua.

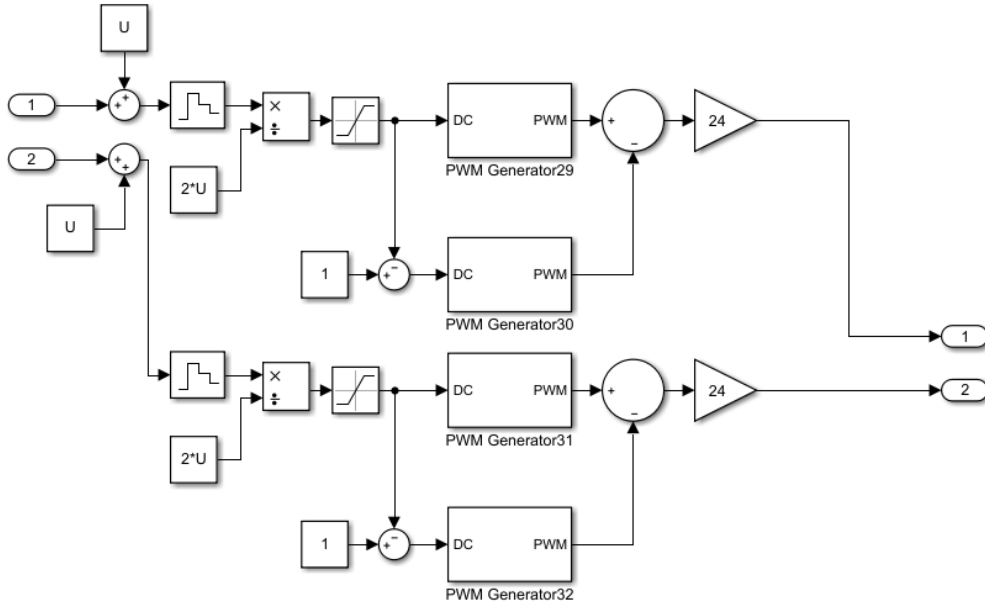


Figura 4: Modulador de tensión. Las entradas son consignas instantáneas de tensión y a la salida se obtienen las señales que se aplican en los bornes de la máquina

Se puede ver la implementación en Simulink del modulador en la figura 4. Si para la implementación se utiliza un generador de PWM con un contador up-down se logra que el pulso se encuentre centrado dentro del periodo. Esto es preferible para reducir la emisión de interferencia electromagnética y reducir las pérdidas de conmutación. En la figura 5 se observa el modulador en funcionamiento.

A pesar de que el método de SVM para motores bifásicos fue implementado completamente, no se utilizó en la versión final de la simulación ya que era más costoso computacionalmente y generaba un resultado idéntico al de las ecuaciones en 6. Se omite el desarrollo matemático del método ya que es extenso y no resulta tan relevante para este trabajo. No obstante, la exploración del tema fue muy valiosa para introducir y comprender el concepto de espacio vectorial. Además es utilizado en la sección 5.2.1 para describir los estados finitos que tiene el controlador.

## 4. Control PI

La estrategia clásica de control de motores usando FOC es el control en cascada. Este consiste en realizar dos controladores, uno interno y rápido y otro externo y lento. El lazo interno

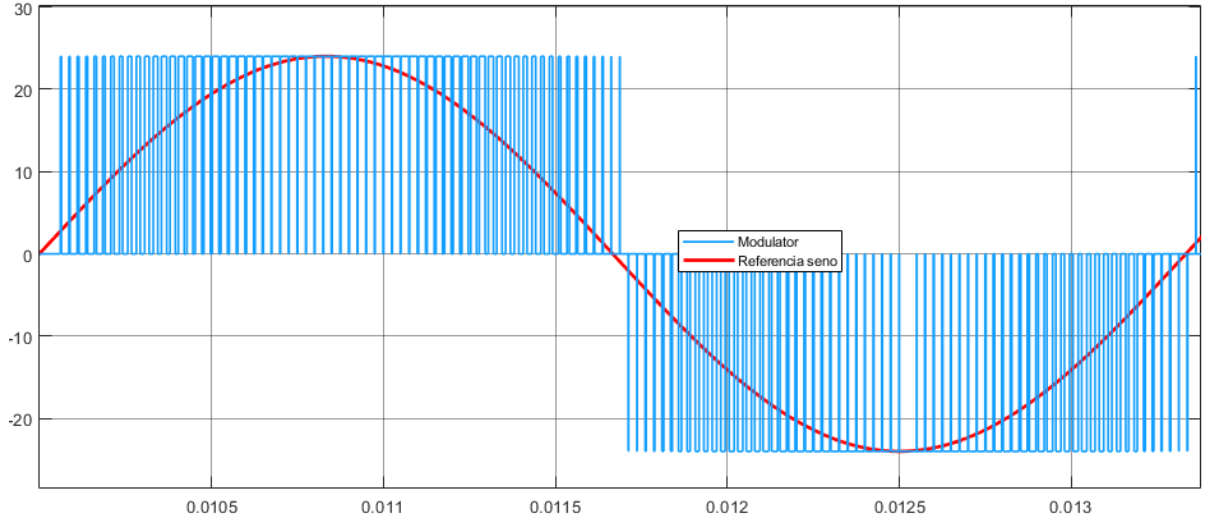


Figura 5: Ejemplo de uso del modulador. En rojo una señal consigna, en azul la señal sintetizada mediante PWM

corresponde al controlador de corriente y el externo, al de velocidad o posición. Los controladores industriales generalmente utilizan un controlador PI para el lazo de corriente y un PID para el de velocidad/posición.

Como el alcance de este proyecto se limita a lograr un control de torque, solo se trabajará sobre el lazo de corriente. Las consignas de torque (equivalentes a consignas de corriente  $i_q$ ) provendrán de un controlador externo, no modelado.

Recordando el modelo en espacio de estados del motor:

$$\begin{aligned} L \cdot \dot{i}_a(t) &= -R \cdot i_a(t) + K_t \cdot \omega_m \cdot \sin(\theta_e) + u_a \\ L \cdot \dot{i}_b(t) &= -R \cdot i_b(t) - K_t \cdot \omega_m \cdot \cos(\theta_e) + u_b \end{aligned}$$

se puede ver que las corrientes  $i_d$  y  $i_q$  están acopladas. Dado que se tiene acceso a las señales que generan este acoplamiento, es natural intentar compensarlas. De esta forma, se definen las salidas de los controladores de corriente como  $u_d^{lin}$  y  $u_q^{lin}$  y a estos valores se les suman los términos  $u_d^{dec}$  y  $u_q^{dec}$  respectivamente que compensan el acoplamiento.

$$\begin{aligned} u_d^{dec} &= -L \cdot p \cdot \omega_m \cdot i_q \\ u_q^{dec} &= L \cdot p \cdot \omega_m \cdot i_d + K_t \cdot \omega_m \end{aligned}$$

De esta forma, el subsistema eléctrico se reduce al sistema lineal:

$$\begin{aligned} L \cdot \dot{i}_d &= -R \cdot i_d + u_d^{lin} \\ L \cdot \dot{i}_q &= -R \cdot i_q + u_q^{lin} \end{aligned} \tag{7}$$

Esta igualdad se cumpliría perfectamente si el término de desacople pudiera compensar exactamente los términos de la fuerza contraelectromotriz. Si bien esto no ocurre en la realidad, el controlador ve estas imperfecciones como perturbaciones y las compensa. A continuación se cierra el lazo en las corrientes  $i_q$  e  $i_d$  con un controlador PI en cada rama. La salida de cada PI es la tensión  $u_{dq}^{lin}$ , respectivamente. Esta consigna se suma a las magnitudes de desacople  $u_{dq}^{dec}$  de forma tal de generar:

$$\begin{aligned} u_d^* &= u_d^{lin} + u_d^{dec} \\ u_q^* &= u_q^{lin} + u_q^{dec} \end{aligned} \tag{8}$$

Estas serán las tensiones que se aplicarán a la máquina. Para eso, se utiliza nuevamente la transformada inversa de Park, para llevar estas consignas al dominio real en coordenadas  $ab$ . Esos valores pueden ingresar al modulador y este generará la señal correspondiente en los bornes de cada bobinado.

Las ganancias de los PI son ajustadas en primera instancia utilizando autotuning y luego con ajuste manual para obtener un resultado más adecuado a la aplicación. Se tuvo en cuenta mantener un sobrepico menor al 10 %, un tiempo elevación menor a 5ms y un ancho de banda de 1kHz; evitando la saturación del actuador.

La sintonía se realizó en tiempo continuo y posteriormente se discretizó el controlador y se verificó que no se haya visto afectado el desempeño a lazo cerrado. Además se agregó el método de clamping como estrategia anti-windup en los integradores.

## 5. Control Predictivo

Los controladores predictivos son una clase de controladores que utilizan un modelo del sistema para poder predecir el comportamiento futuro de las variables controladas. Esta información es usada por el controlador para obtener la entrada de control óptima que minimiza una función de costo predefinida. Usando este tipo de control es posible evitar la estructura en cascada, que es usada típicamente en un esquema de control lineal. Las no linealidades del sistema se pueden incluir en el modelo, lo que evita la necesidad de linealizarlo para un punto de operación. También algunos esquemas predictivos permiten tener en cuenta las restricciones de los actuadores y de las variables de la planta.

El control predictivo presenta ciertas ventajas que lo hacen adecuado para el control de convertidores de potencia: sus conceptos son intuitivos, puede ser aplicado a una variedad de sistemas, se pueden modelar fácilmente restricciones y no linealidades. Sin embargo, en general requieren una gran cantidad de cálculos, comparados con un esquema de control clásico. En [9] se presenta una revisión del estado del arte del control predictivo en electrónica de potencia y controladores de motores.

Se exploraron dos opciones: el controlador deadbeat y una variante del control de modelo predictivo (MPC) utilizando un conjunto finito de acciones de control (FCS-MPC), es decir, sin utilizar un modulador.

Para hacer uso de un controlador predictivo, hay que partir de las ecuaciones eléctricas en espacio de estados en el marco de referencia  $dq$ . La componente  $i_q$  es proporcional al torque y la componente  $i_d$  es proporcional al flujo. La estrategia de FOC propone la consigna de  $i_d = 0$ , que es equivalente al planteo de una estrategia de control que maximice el torque por ampere de corriente estatórica. De esta forma, el control de la máquina se implementa como un control de corriente, en el que las consignas de corriente son generadas por el lazo de control externo de velocidad. En este trabajo asumimos que las consignas de torque/corriente (salidas del control de velocidad) vienen dadas.

El modelo de la máquina se utiliza para predecir el comportamiento futuro de las corrientes. Utilizando la aproximación de Euler para las derivadas en un tiempo de muestreo  $T_s$ ,

$$\frac{di}{dt} \approx \frac{i(k+1) - i(k)}{T_s}$$

se deducen las ecuaciones de las corrientes predichas en el marco de referencia  $dq$ , donde el superíndice  $p$  indica que es un valor predicho.

$$\begin{aligned} i_d^p(k+1) &= \left(1 - \frac{R \cdot T_s}{L}\right) \cdot i_d(k) + T_s \cdot \omega_m \cdot i_q(k) + \frac{T_s}{L} \cdot u_d(k) \\ i_q^p(k+1) &= \left(1 - \frac{R \cdot T_s}{L}\right) \cdot i_q(k) + T_s \cdot \omega_m \cdot i_d(k) - \frac{T_s}{L} \cdot K_t \cdot \omega_m + \frac{T_s}{L} \cdot u_q(k) \end{aligned} \quad (9)$$

O expresado de forma matricial, donde  $x$  representa los dos estados (corrientes  $i_{dq}$ ) y  $u$  el vector de tensiones.

$$x(k+1) = A \cdot x(k) + B \cdot u(k) \quad (10)$$

Las ecuaciones en 9 permiten predecir el valor de las corrientes a partir de las entradas de control  $u_d$  y  $u_q$ . El problema radica, entonces, en elegir los valores de tensión óptimos que dirijan las corrientes a la referencia deseada.

### 5.1. Control deadbeat

Una de las primeras estrategias de control predictivo en electrónica de potencia fue el uso de los controladores deadbeat. Estos usan un modelo del sistema en tiempo discreto para calcular, en cada instante de muestreo, la entrada de control para llevar la salida del sistema a cierto valor deseado en una cantidad finita de pasos de tiempo. Esta entrada se da como una referencia de tensión dentro de un conjunto continuo de control, que es generada con la ayuda de un inversor. En nuestro caso particular, un doble puente H con el modulador definido en la sección 3.

En [12] se aborda un enfoque teórico respecto a la alcanzabilidad (reachability) de un sistema utilizando un control deadbeat. Se concluye que se puede dirigir el sistema desde un estado  $x(0)$  a un estado arbitrario  $x^*$  en solo un período de muestreo si la cantidad de entradas de control es mayor o igual a la cantidad de estados del sistema. Si hay más entradas de control que estados, entonces la solución no es única. Para el caso del motor bifásico, modelado en coordenadas  $dq$ , hay dos estados (corrientes  $i_d$  e  $i_q$ ) y dos acciones de control ( $u_d$  y  $u_q$ ) por lo que existe una solución única. La entrada de actuación óptima será aquella que lleva el error a cero en el siguiente período de muestreo.

Teniendo esto en cuenta, si a partir del modelo predictivo de las ecuaciones 9 se fuerza a que la corriente predicha en el instante  $k+1$  sea igual a la consigna de corriente  $i^*$ , se obtiene una solución cerrada para las acciones de control,

$$\begin{aligned} u_d(k) &= L \cdot \frac{i_d^* - i_d(k)}{T_s} + R \cdot i_d(k) - p \cdot L \cdot i_q(k) \cdot \omega_m(k) \\ u_q(k) &= L \cdot \frac{i_q^* - i_q(k)}{T_s} + R \cdot i_q(k) + p \cdot L \cdot i_d(k) \cdot \omega_m(k) + K_t \cdot \omega_m(k) \end{aligned} \quad (11)$$

Si el modelo es perfecto, el sistema alcanzará las consignas de corriente en el siguiente período de muestreo  $i_{dq}^*(k) = i_{dq}(k+1)$  si se aplican las tensiones de las ecuaciones anteriores en el período actual. Este par de tensiones está referido al marco de referencia rotatorio, por lo que para obtener el valor de la consigna instantánea de tensión en el marco real  $ab$  se debe utilizar la transformación inversa de Park de la ecuación 4. Las consignas reales  $u_{ab}$  son aplicadas a los bobinados de la máquina utilizando el modulador de la sección 3. El modelo en bloques de Simulink se observa en la figura 6.

La bibliografía indica que con este controlador se puede obtener una dinámica muy rápida pero se requiere un buen conocimiento de los parámetros de la planta. El desempeño a lazo cerrado es muy dependiente de la precisión del modelo de la planta. Errores en el modelado, incertidumbre en los parámetros, retrasos no modelados y otras perturbaciones pueden deteriorar el comportamiento a lazo cerrado. En [9] se enumeran algunas modificaciones al algoritmo básico que permiten un mejor desempeño y mayor robustez.

En la sección de resultados se observa que el controlador deadbeat responde bien ante una pequeña degradación de las señales medidas debido al ruido de los sensores. Sin embargo no se realizó un estudio exhaustivo de los márgenes de robustez que tiene este tipo de controlador ante incertidumbre en los parámetros, mayores niveles de ruido, etc.



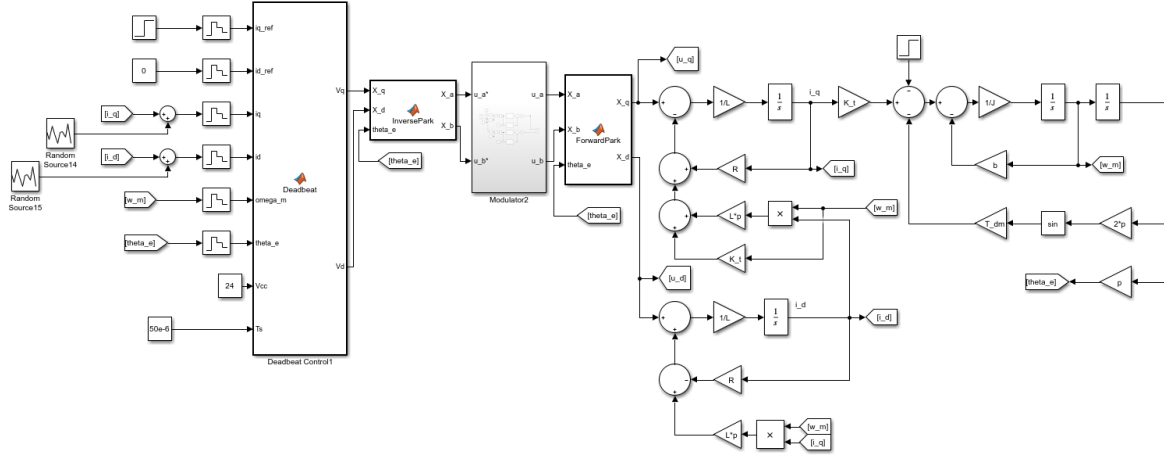


Figura 6: Modelo en bloques del controlador deadbeat

## 5.2. Control de modelo predictivo (MPC)

El control de modelo predictivo (MPC por sus siglas en inglés) es un tipo de control en el cual la acción actual de control se obtiene de la resolución online de un problema de control óptimo en un horizonte de tiempo finito, en cada período de muestreo. Para eso se utiliza el estado actual de la planta como condición inicial. La optimización genera una secuencia de acciones de control que minimiza una función de costo. Únicamente la primera acción de control se aplica a la planta y el proceso se repite en el siguiente período de muestreo.

El MPC es un método que permite tener en cuenta las restricciones de la planta y los actuadores reales. Es utilizado particularmente en las industrias de procesos con plantas cuya dinámica es relativamente lenta como para permitir su implementación en tiempo real[1]. El MPC es un tipo de algoritmo de control que utiliza:

- Un modelo de la dinámica interna del proceso
- Una función de costo a lo largo del horizonte de predicción. Esta función puede tener en cuenta los valores de las salidas y/o las entradas. Se calcula en cada instante de muestreo  $k$ , dado un estado inicial de la planta  $x(k)$ . El objetivo es minimizar esta función a lo largo de un horizonte finito de tiempo  $N$ .
- Un algoritmo de optimización que minimiza la función de costo utilizando la entrada de control. Este genera la secuencia de control óptima a partir del instante  $k$ . En general, las predicciones futuras serán distintas a las trayectorias reales.

A pesar de que el optimizador genera una secuencia de entradas a lo largo del horizonte de predicción, en general solo el primer elemento se utiliza. En el siguiente período de muestreo, el nuevo estado del sistema  $x(k+1)$  es medido y otra optimización se lleva a cabo.

Entonces, al diseñar un controlador de modelo predictivo hay que tener en cuenta el intervalo de muestreo  $T_s$ , una función de costo apropiada y el horizonte de predicción  $N$ . En general, los horizontes de predicción más largos generan un mejor desempeño. Sin embargo, el problema de optimización debe ser calculado online para encontrar la salida del controlador óptima para cada instante de muestreo. Este problema tiene una complejidad computacional muy alta y, en plantas con una dinámica muy rápida, resulta imposible la implementación en tiempo real salvo que se utilice hardware de alto desempeño como microprocesadores de escritorio con un kernel de tiempo real o la sintetización en FPGA.[12]

Por esta razón, en la mayoría de aplicaciones de electrónica de potencia y controladores de motores se utiliza un horizonte  $N = 1$ .

El modelo de la planta es el deducido en 9. Estas ecuaciones establecen la relación entre una entrada de control y la respuesta predicha en el instante siguiente. En cada instante de muestreo  $k$ , dado un estado de la planta  $x(k)$  se debe calcular el estado de la planta en el siguiente instante de muestreo, a partir de un vector de entrada  $u(k)$ , que debe optimizarse para minimizar la función de costo. La elección de esta función está directamente relacionada con el objetivo de control. Para la aplicación de este trabajo, se utiliza la siguiente función, que minimiza el error entre la consigna de corriente y la predicción en el siguiente instante de muestreo.[10]

$$g = [i_d^*(k) - i_d^p(k+1)]^2 + [i_q^*(k) - i_q^p(k+1)]^2 \quad (12)$$

El algoritmo de optimización se presenta como un problema de búsqueda, en el cual se deben probar distintos valores de tensión  $u_{dq}$  y elegir aquellos que minimicen la función dada a partir del valor predicho de la corriente.

### 5.2.1. Conjunto finito de control (FCS-MPC)

Para el caso del controlador de modelo predictivo con horizonte  $N = 1$ , si los valores que pueden tomar las entradas de control  $u(k)$  entran en un rango continuo (por ejemplo al utilizar un modulador), entonces el problema se asemeja al controlador deadbeat desarrollado en la sección anterior. Dada la naturaleza discreta de los convertidores de potencia, es posible resolver el problema del MPC sin el uso de moduladores teniendo en cuenta los estados discretos de las llaves electrónicas. Entonces, el problema se reduce a la evaluación de todos los estados posibles y la selección de aquel que minimice la función de costo. Esta técnica se denomina modelo de control predictivo con conjunto finito de estados de control (Finite Control Set Model Predictive Control, FCS-MPC)[5].

Como se observó en la sección 3, el convertidor utilizado en esta aplicación está compuesto por dos puente H monofásicos independientes. Considerando que en cada pierna de cada puente H las llaves superior e inferior se comportan de manera complementaria, entonces se puede ver que existen 16 estados discretos en los que puede estar el convertidor. De esos, hay 8 estados activos diferentes y 4 estados nulos. Estos estados se pueden volcar en un plano para generar el espacio vectorial de tensiones, como se observa en la figura 4.

En la figura 7 se observa un diagrama de este método. El método se puede sintetizar en los siguientes pasos:

1. Medir las corrientes estatóricas  $x(k)$
2. Predecir las corrientes para el siguiente instante de muestreo  $x(k+1)$  para todos 9 los posibles estados del convertidor (8 activos y 1 nulo).
3. Evaluar la función de costo para cada predicción
4. Seleccionar el estado que minimiza la función de costo y aplicarlo al motor por un período completo de muestreo

El diagrama en bloques de este controlador se puede ver en la figura 8.

## 6. Resultados

Se utilizó Simulink para realizar la simulación del trabajo. En las figuras 1, 6 y 8 se observan los modelos en bloques correspondientes a la planta y los controladores.

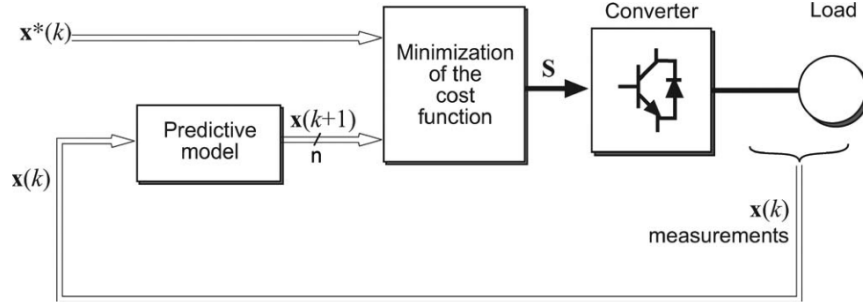


Figura 7: Diagrama del método FCS-MPC, extraído de [9]

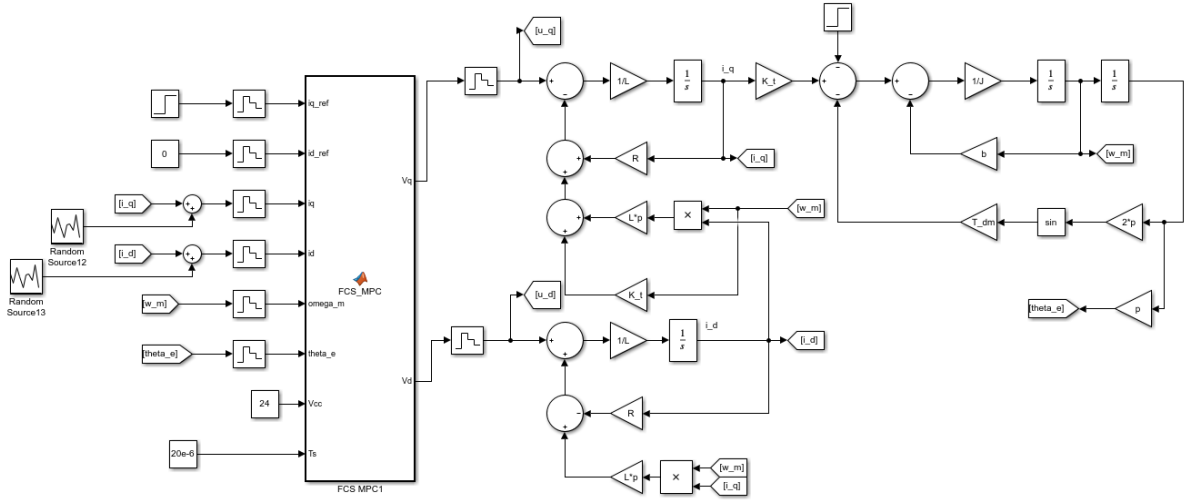


Figura 8: Diagrama en bloques del FCS-MPC

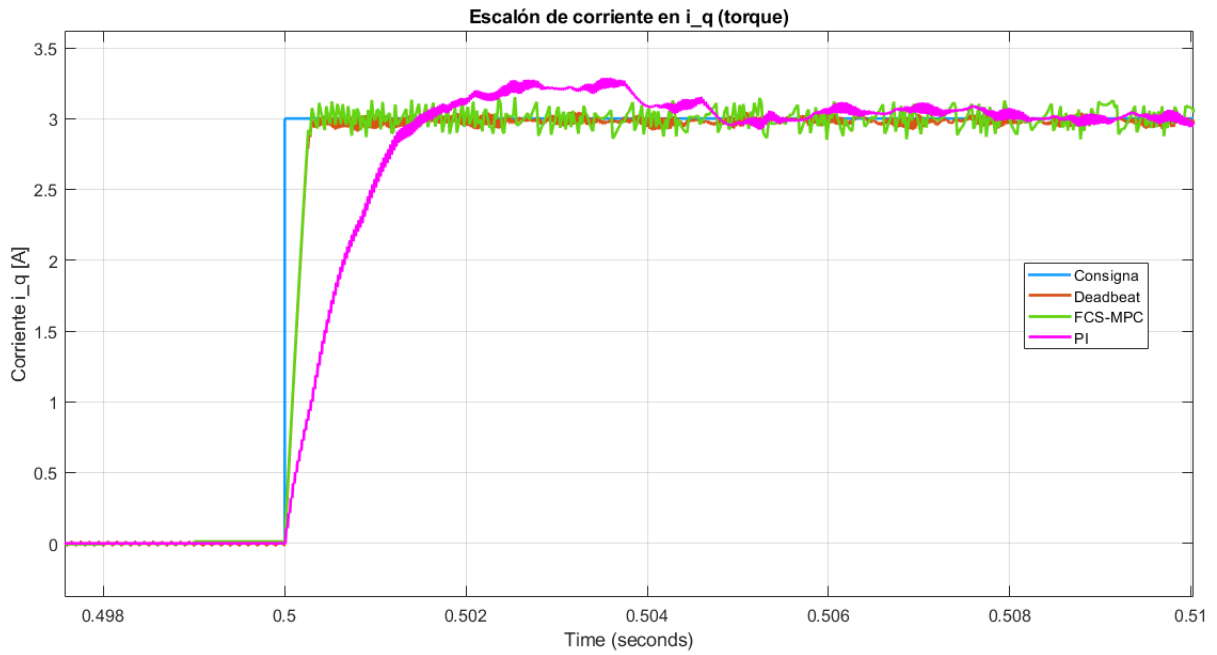
Para evaluar el desempeño de los controladores desarrollados se evalúa la respuesta a un escalón de torque, lo que se traduce en un escalón de corriente  $i_q$ . Asimismo, se evalúa el rechazo a perturbaciones en el lazo de corriente  $i_d$ . Esto es porque la estrategia de control vectorial requiere que  $i_d = 0$ .

Para que la simulación se asemeje lo más posible a la realidad, a las señales de los sensores se les agregó ruido. Como se comentó anteriormente, el sistema cuenta con dos sensores de corriente y uno de posición. El ruido para los sensores de corriente se agregó con el bloque de generación de señales aleatorias de Simulink. El valor de la varianza se ajustó de forma tal de representar un error típico del sensor INA219. Como sensor de posición se utilizó un encoder incremental. Este tipo de sensor se caracteriza por su comportamiento como un cuantizador con un resolución de  $2 * \pi / n$ , siendo  $n$  la cantidad de pulsos por revolución del encoder. Por eso es que se modeló utilizando ruido de cuantización.

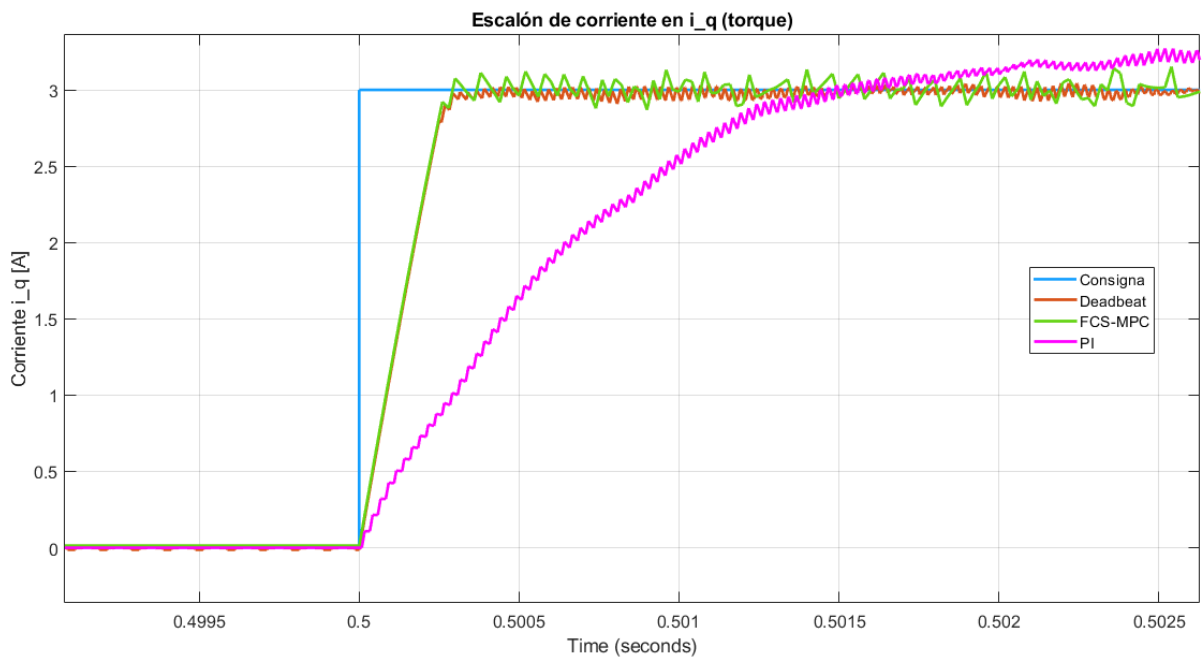
En las figuras 9a y 9b se observa la respuesta de los controladores ante un escalón de corriente en  $i_q$ . Se observa una respuesta mucho más rápida en los controladores predictivos, que tienen el mismo tiempo de subida. Sin embargo el controlador deadbeat presenta un menor ripple en la corriente respecto al FCS-MPC. El control PI cumple con los requisitos planteados en su diseño pero con una respuesta mucho más lenta respecto a los otros.

A pesar de que el FCS-MPC solo actúa sobre las llaves directamente sin utilizar convertor, el rizado generado en la corriente es bastante aceptable. Hay un tradeoff entonces, entre complejidad del convertor y rizado en la respuesta. Cabe destacar que aumentando la frecuencia de trabajo del FCS-MPC, naturalmente la respuesta mejora. Para poder comparar apropiadamente, se utilizó un tiempo de muestreo constante de  $T_s = 50 \mu s$ , lo que equivale a una frecuencia

de  $20kHz$ .



(a) Respuesta ante escalón de  $i_q$



(b) Zoom en el transitorio de  $i_q$

Figura 9: Respuesta ante escalón de  $i_q$

A continuación, en la figura 10 se observa la capacidad de regulación de cada uno de los controladores.

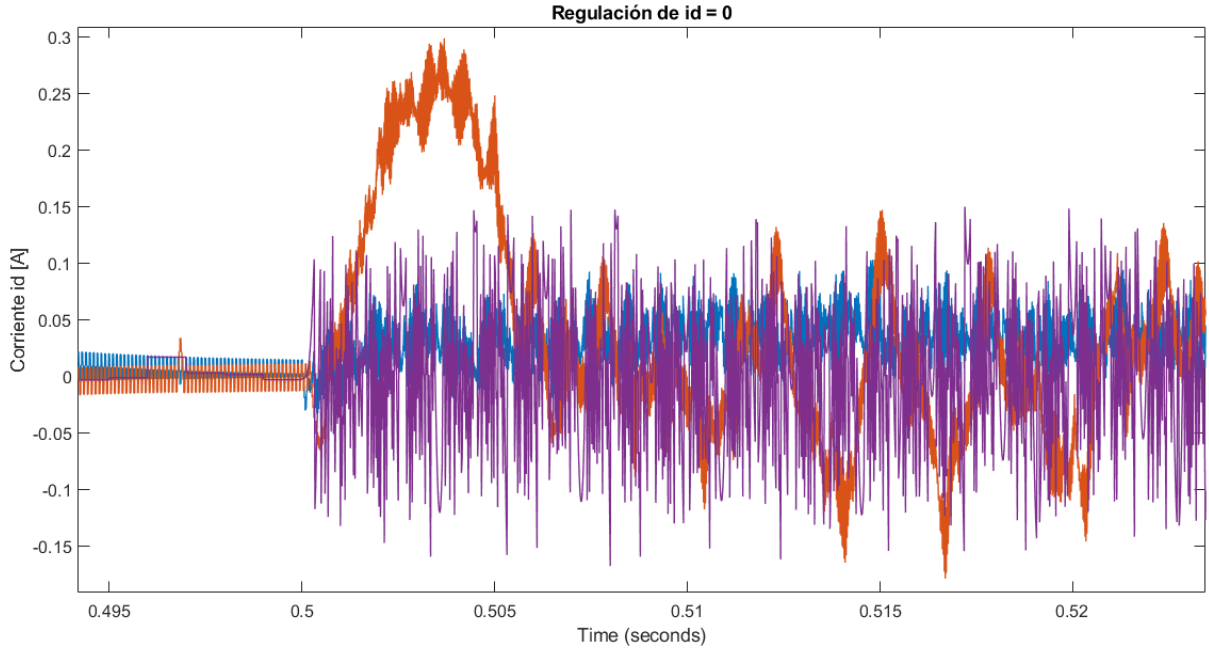


Figura 10: Variación de  $i_d$ . Mientras menor variación alrededor de 0, mejor. En rojo se observa el controlador PI, que presenta un transitorio más marcado respecto al azul y violeta (predictivos)

A modo ilustrativo, también se observa en la figura 11 cómo es la respuesta en el marco de referencia  $ab$  al escalón en  $dq$ . Se presenta solo para el controlador deadbeat ya que en el dominio  $ab$  no es tan claro comparar la respuesta lado a lado, resulta mucho más ilustrativa la figura 9a.

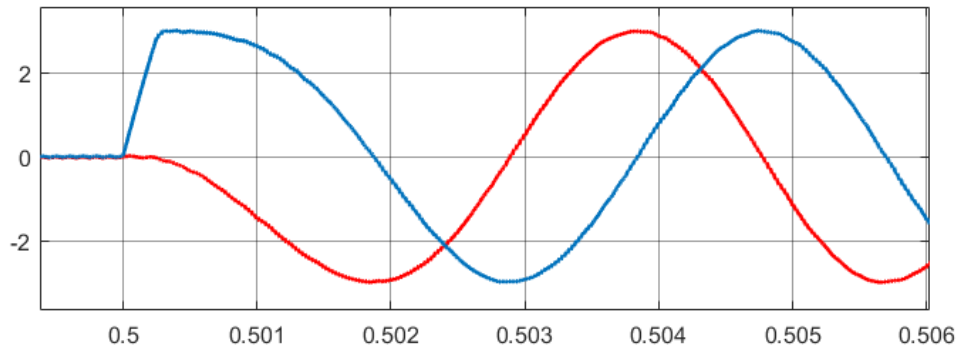


Figura 11: Evolución de las corrientes  $i_{ab}$  luego del escalón consigna de  $i_q$  para el controlador deadbeat. Aunque las ondas no son puramente senoidales, se observa una baja amplitud de ruido de alta frecuencia introducido por el modulador.

## 7. Conclusión

En este trabajo se realizó el modelado y la simulación de un motor paso a paso híbrido bifásico utilizando exitosamente la estrategia de control vectorial o FOC. En la sección 3 se explica cómo se realizó un modulador de tensión para alimentar los bobinados del motor y simular también la respuesta del sistema a la modulación por ancho de pulso.

Se propusieron tres controladores distintos. En primer lugar, el ubicuo control PI, en segundo lugar, un controlador deadbeat y por último, un control del tipo FCS-MPC. Los controladores predictivos fueron capaces de obtener una respuesta dinámica muy rápida y claramente superior

a aquella del PI digital. Por lo tanto se deben tener en cuenta si se desea utilizar el motor en aplicaciones que requieren alto desempeño dinámico.

Aunque la implementación no es compleja, utilizar controladores predictivos implica una curva de aprendizaje que simplemente no se tiene con los controladores clásicos. Es por eso que en la mayoría de las aplicaciones, el controlador clásico probablemente sea la mejor opción. Pero día a día se exigen más los drivers en aplicaciones de robótica y control de movimiento, por lo que los controladores predictivos son una opción muy viable.

## Referencias

- [1] D. Mayne et al. «Constrained model predictive control: Stability and optimality». En: (2000).
- [2] K. Zhao et al. «Maximum Torque/current control of hybrid synchronous motor». En: (2006).
- [3] S. Buso y P. Mattavelli. *Digital Control in Power Electronics*. 2015.
- [4] F. Zhao H. Lin y B. Kwon. *Space-vector PWM techniques for a two-phase PMSM considering a reduction in Switching losses*. 2015.
- [5] M. Kazmierkowski et al J. Rodríguez P. Cortés. «State of the Art of Finite Control Set Model Predictive Control in Power Electronics». En: (2011).
- [6] R. Krishnan. *Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives*. 2010.
- [7] R. Krishan M. Kazmierkowski y F. Blaabjerg. *Control in Power Electronics: Selected problems*. 2002.
- [8] A. Namboodiri. «Unipolar and Bipolar PWM Inverter». En: (2014).
- [9] J. Rodríguez et al P. Cortés M. Kazmierkowski. «Predictive Control in Power Electronics and Drives». En: (2008).
- [10] J. Rodriguez y P. Cortés. *Predictive Control of Power Converter and Electrical Drives*. 2012.
- [11] R. Picatoste Ruilope. «Modelling and Control of Stepper Motors for High Accuracy Positioning Systems Used in Radioactive Environments». 2014.
- [12] F. Blaabjerg T. Orłowska-Kowalska y J. Rodríguez (E). *Advanced and Intelligent Control in Power Electronics and Drives*. 2014.

## Apéndice

A continuación se listan los valores de los parámetros utilizados

Cuadro 1: Tabla de parámetros

Parámetro	Valor
J	48e-6 km m <sup>2</sup>
T <sub>dm</sub>	0.068 Nm
b	0.05 Nm/(rad/s)
T <sub>load</sub>	5.06 e-3
R	0.5 $\Omega$
L	2e-3 H
p	50
K <sub>t</sub>	0.575 Nm/A
U	24 V