Sesión 1. Viernes 18 de Febrero

El riesgo:

Posibilidad de que ocurra un evento y que éste provoque alguna pérdida o daño que pueda cuantificarse (en términos económicos).
Si no se puede cuantificar, también se considera también un riesgo, pero en materia de lo que vamos a estudiar, la idea es que todo se pueda cuantificar. En los riesgos operativos como por ejemplo tener errores en un procedimiento, actualmente hay metodologías para medir el riesgo, por ello es que si se puede cuantificar, aunque si es más complicado.

¿Por qué es posibilidad y no probabilidad?

La posibilidad implica el hecho de que algo ocurra o no ocurra. Entonces buscamos medir la probabilidad de esa posibilidad.

Componentes del riesgo:

- Probabilidad de que ocurra dicho evento (en las materias actuariales se sabe que esa probabilidad se mide a través de una frecuencia, o de los decrementos).
- Probabilidad de que se genere un daño o pérdida y la severidad que tenga la misma.

En el sector asegurador, existen mecanismos para mitigar riesgos para las compañías, por eso las probabilidades de que las compañías se hagan cargo de los riesgos a los que se enfrentan, disminuyen ya que transfieren el riesgo a las aseguradoras.

Clasificación general del riesgo:

- Por su naturaleza

  a) Riesgos puros: Que pueden generar una pérdida en caso de que ocurran. Es propio de la naturaleza de la actividad que se esté realizando.

  b) Riesgos especulativos: Pueden producir o generar una ganancia o pérdida.

  Ejemplos: Apuestas, inversiones, negocios.

- Generados por el ser humano

  a) Riesgos inherentes: Son propios de la actividad que se realice. No se separan de la misma.

  Ejemplos: En una fábrica de explosivos, un riesgo inherente es que se pueda generar una explosión o incendio, sin necesidad de que haya sido provocado, simplemente por el tipo de materiales que se ocupan, hay un riesgo natural de que se pueda producir un incendio o explosión.

  b) Riesgos incorporados: No forman parte de la actividad. Son provocados por una tercera persona. Depende de alguien que lo esté haciendo, puede que la persona lo haga a propósito con mala fé y dolo, o también puede ser que la persona de verdad no se haya dado cuenta y se equivoque.

  Ejemplos: En el caso de que un paracaidista muera después de lanzarse de un avión debido a que no se abre su paracaídas. Esto pudo haber sucedido por la mala instalación que alguien hizo (por desconocimiento o por mala fé). También está el caso en donde en un producto de seguros alguien redacta mal un paquete con coberturas adicionales que originalmente no tenía.

- Según su alcance

  a) Riesgo individual/personal: Afecta a un núcleo limitado de individuos. Pérdidas no TAN severas, pero que tienen una probabilidad considerable de existir.

  Ejemplos: En una familia, una empresa.

  b) Riesgo catastrófico: Un solo evento tiene muchos afectados. Eventos con bajas probabilidades. Tiene pérdidas muy grandes,

  Ejemplos: Un terremoto, o un tsunami.

Tipos de riesgo

Son los principales de los que habla la regulación de *Solvencia II* ya que son los riesgos a los que están expuestas todas las compañías de seguros (y bancos, pues van de la mano):

1) Riesgos de mercado: Son aquellos que reflejarán la pérdida potencial por cambios en los factores de riesgo que influyan en el valor de los activos y pasivos. Entre ellos destacan el cambio de tasas de interés, cambios en el mercado de divisas, inflación, caída de precios, riesgo de liquidez (o de prepago).

Ejemplo: La reserva de riesgos catastróficos no estaba destinada para eventos como COVID, sino para otro tipo de siniestros de gran alcance. A muchas instituciones si les afectó el riesgo de liquidez ya que no estaban preparados ante un evento de esa magnitud. No necesariamente tiene que haber incumplimiento en el pago, sino en estos casos se pagaba de manera tardía (a destiempo).

Posible solución: Las empresas deben ajustar sus modelos y también incluso modificar carteras de asegurados. También se pueden cambiar estrategias de inversión de las reservas, para contar con más liquidez ante la pandemia.

2) Riesgos operativos: Riesgo que se materializa debido a la negligencia, abuso, o error en la apliación de un proceso dentro de una compañía. Se puede reflejar a través de fraudes, malas prácticas (lavado de dinero), fallas tecnológicas (fallas técnicas, cibernéticos), daños a los activos (si hay daños en las instalaciones o los sistemas), fallas o errores humanos (si se borra la base de datos por error).

   Este tipo de riesgo, puede provocar otro tipo de riesgos, como el reputacional (al tener malas calificaciones ante errores de la empresa), el estratégico (si se hacen malas estimaciones que en un futuro puedan implicar pérdidas a la empresa) o el legal (si no se especifican ciertas condiciones en un contrato de seguro y se presenta una demanda).

   Ejemplo: En el caso de seguros también está presente el lavado de dinero. También pueden tener ataques cibernéticos que puedan afectar la cartera de asegurados y que su información pueda ser vulnerable ante personas peligrosas.

   Posible solución: Hacer análisis a detalle para detectar tendencias y a partir de ahí ver si algunas operaciones pueden ser fraudulentas o no. En el caso tecnológico, se puede invertir más dinero con tal de que haya más control dentro del proceso.

3) Riesgos técnicos: Errores en metodologias (reservas, primas, capital, siniestralidad, cálculo de tendencia), todo lo que tenga que ver con errores metodológicos. No es tanto que se haga mal el método, sino que se implemente mal en la parte técnica. Los errores en la metodología pueden provocar sobre estimaciones o sub estimaciones que la compañía tenga que compensar. También puede existir una desviación de siniestralidad (como con el COVID, ya se tenía una reserva, pero se presentó un evento que implicó una desviación de gran magnitud y así la reserva ya no cumplió al cubrir esos siniestros, por lo tanto se requiere capital adicional que contemple esas desviaciones de siniestralidad).

   Ejemplo: En la parte de las primas, en la tarificación, pues la CNSF no controla tarifas, depende del tipo de metodologías que usen las compañías, pues mientras más complejas sean, pueden existir más errores al momento de la implementación.

Posible solución: Establecer una metodología distinta que sea más sencilla de implementar y también que tenga buenos resultados.

4) Riesgos de contraparte (o riesgo de crédito): Si terceras personas tienen compromisos contigo y no te pagan, existe este riesgo de impago. Se puede decir que en este riesgo una de las partes que entablan una relación operativa, de negocios, contractual, etc. no cumple con su parte del acuerdo.

   Ejemplo: Los bancos se dedican a otorgar créditos y subsisten del dinero que otras personas invierten para que hagan su operación diaria, pero hay gente que no paga los créditos que van otorgando. Es importante mencionar que las aseguradoras no hacen préstamos, pero si tienen operaciones relacionadas con el reaseguro, en donde el reaseguro funge como una tercera parte que puede tener problemas para pagar si tienen problemas de solvencia.

   Posible solución: En el caso de las aseguradoras, para contrarrestar el riesgo de impago se pueden crear reservas especiales. Aquí entra el uso de técnicas actuariales. La idea con la regulación de Basilea II (actualmente ye III en bancos) es evitar este tipo de problemáticas midiento este tipo de riesgos para generar reservas y también administrar capital para este tipo de eventualidades.

Sesión 2. Sábado 19 de Febrero

¿A qué me quiero dedicar?

Seguros	11
Finanzas	13
Docencia	16
Data Science	8

Recapitulación de riesgo

El riesgo es la *posibilidad* de que ocurra un evento y que provoque algún daño o pérdida que se pueda cuantificar.

Por la vida van a escuchar que muchas personas dicen en la definición de riesgo que se trata de probabilidad y no posibilidad, pero ¿Por qué decimos que se trata de una posibilidad?

Antes de continuar, hay que aclarar un concepto importante:

- La **probabilidad** es una función (medida) entre el 0 y el 1 que denota qué tan verosímil es observar algún resultado aleatorio en la realización de un experimento.

$\longrightarrow$ Situación: Andar en bicicleta

Posibilidad	Probabilidad
Te atropellan mientras vas en bici	10 %
Te caes	80 %
Se poncha una llanta	95 %
Chocar con un árbol o coche	25 %
Perder las piernas por disparo de escopeta	0.000000001 %

$\longrightarrow$ Problemática: Señor actuario, ¿Cuáles son los riesgos a los que me enfrento si me voy en bici al trabajo?

La respuesta *lógica* es que digamos las posibilidades, ya que si decimos las probabilidades, sería una respuesta *sin sentido*.

Riesgo asegurable

Para que un riesgo sea asegurable deberá cumplir con lo siguiente:

✓ Debe ser un riesgo puro, es decir debe ser propio de la naturaleza de la actividad que se desempeñe. Además deberá cumplir con una serie de características:

1. Debe ser fortuito (es decir, ajeno a la voluntad de la persona): Hay que pensar en todos los riesgos que alguien podría materializar a propósito para cobrar un seguro.

   Ejemplo: En la operación de daños podrían dañar voluntariamente el bien del asegurado para cobrar la suma asegurada.

2. Debe ser posible (debe considerarse factible): Ya que ninguna persona va a ofrecer un seguro contra algo que no considera que puede pasar.

   Ejemplo: Ninguna aseguradora querrá asegurarte en caso de una abducción alienígena.

3. Debe ser lícito (no puede ser ilegal): Dado que la sociedad opera dentro del alcance de la ley. Ningún seguro puede tratar o reconocer algo fuera de la ley.

   Ejemplo: No se puede asegurar a los narcotraficantes (de todos modos ellos se cuidan solos).

4. Debe ser cuantificable (de contenido económico): Se busca estimar matemáticamente. Que sea cuantificable, quiere decir que podemos asociarle una cantidad de dinero al daño.

   Ejemplo: No existe un seguro que cubra ante la infidelidad de la pareja, esto es porque no se puede cuantificar de forma adecuada el impacto que puede tener la materialización de este riesgo sobre la persona que lo sufre, hablando en términos económicos.

5. Debe ser concreto (tiene que estar bien definido): Todas las cuestiones físicas son más sencillas de definir de manera concreta.

   Ejemplo: No hay un seguro que te proteja contra daño psicológico, pues es difícil acotar este daño, pues incluso es subjetivo.

Bonus. Debe haber un número significativo de unidades expuestas. Como tal no se requiere esta característica para que sea asegurable, desde el punto de vista de riesgo, pero sí desde el punto de vista de rentabilidad de la aseguradora.

   Ejemplo: No sería rentable vender seguros para eventos muy específicos con una muy baja probabilidad de ocurrencia.

Bases para la administración de riesgos

Todos estamos expuestos a diferentes riesgos, pues *vivir es un riesgo.* Es por eso que dependiendo del contexto y la persona (física o moral) pueden determinarse diferentes medidas para administrar o enfrentar los riesgos.

A continuación se mencionan las principales medidas:

1) Asumir el riesgo: La persona está consciente del riesgo y decide que no vale la pena tomar acciones particulares para manejarlo.

   Ejemplo: No querer contratar un seguro para aparatos electrónicos

2) Diversificar el riesgo: Hay un dicho que menciona *Nunca pongas tus huevos en una sola canasta.* Esta medida consiste en evitar cúmulos de exposición a un solo riesgo en un solo evento.

   Ejemplos:

   a) En inversiones, crear un portafolio diversificado (con diferentes industrias, diferentes mercados y tamaños).

   b) En seguros, Ofreciendo el seguro de vida a personas de diferentes edades, regiones, géneros, etc.

   c) En ciencia de datos, teniendo las bases de datos en diferentes servidores, teniendo respaldos y teniendo los campos más importantes en diversas bases de datos.

3) Prevenir el riesgo: Tomar medidas necesarias para evitar que suceda.

   Ejemplo: La vacunación.

4) Transferir el riesgo: Cuando transfieres la consecuencias del riesgo a otra persona. Aquí viven los seguros y las aseguradoras.

   Ejemplo: Contratar un seguro de gastos médicos mayores, transfieres las consecuencias económicas del evento a una aseguradora.

5) Evitar o eliminar el riesgo: Se toman acciones para que la materialización del riesgo no sea posible.

   Ejemplos:

   a) En seguros: Si no quieres pagar un siniestro, no tengas una aseguradora.

   b) . En inversiones: Si no quieres perder dinero, invierte en CETES (teóricamente).

c) *En ciencia de datos: Si no quieres tener algún error de análisis, dedícate a otra cosa.*

6) Reducir el riesgo: Cuando no puedes eliminar los riesgos por completo, tomas estas medidas para reducir el daño una vez que se materialice. (Cuando tomas acciones para reducir la probabilidad de que se materialice un riesgo, estas previniendo, no reduciendo).

   Ejemplo: Tener un extintor en casa, es una medida de reducción ante el riesgo de incendio.

Posturas ante el riesgo

Existen tres posturas ante el riesgo:

a) Averso al riesgo: Busca en medida de lo posible eliminar o evitar el riesgo. Cuando no puede busca siempre prevenirlos o reducirlos.

b) Neutro al riesgo: Usa la cabeza sin ser miedoso, asume varios riesgos pero si elimina o reduce los más severos.

c) Amante del riesgo: Disfruta estar expuesto a riesgos, asume la mayoría e incluso maximiza su exposición a ellos.

Nota adicional

Toda la teoría económica moderna, asume que los inversionistas son aversos al riesgo.

Sesión 3. Martes 22 de Febrero

Toda la parte de riesgos a nivel compañías de seguros están regulados en *Solvencia II* porque están relacionados con el gobierno corporativo.

Gobierno corporativo

El gobierno corporativo es la estructura interna que debe tener cualquier compañía hoy en día para poder operar de manera más eficiente.

Antes de la regulación (antes de 2015) no existía ese esquema de regulación para aspectos cualitativos, no solo cuantitativos, entonces había compañías que no contaban con funcionarios adecuados debido a que tenían perfiles en otras posiciones a las suyas. Se necesitaba que hubiese posiciones bien definidas, entonces el gobierno corporativo vino a cambiar esto, con la creación de comités (reaseguro, inversiones, comunicación y control) con tal de que a partir de esos comités se tomen mejores decisiones. Así como hay comités también hay distintas áreas que debe tener cada compañía.

Tiene una enorme importancia en una compañía (en este caso de seguros, pero que también se puede extrapolar a cualquier compañía). Si no se cuenta con un gobierno corporativo sólido, la empresa puede quebrar por un mal manejo interno en sus propias operaciones, mala comunicación o fraudes, etc.

Contratación de servicios con terceros

Suelen ser administrativos que se relacionan con el marco legal.

Así como las compañías tienen auditorías internas anuales, también deben tener auditorías externas que sean hechas por personas ajenas a la compañía que emitan dictámenes sobre los estados financieros de la compañía, o que emitan opiniones sobre las metodologías de reservas técnicas.

Hay distintos tipos de auditorías externas que se hacen, y hay un área específica que se encarga de la contratación de esos servicios. A veces hay diversidad en la elección, según costos o incluso relaciones.

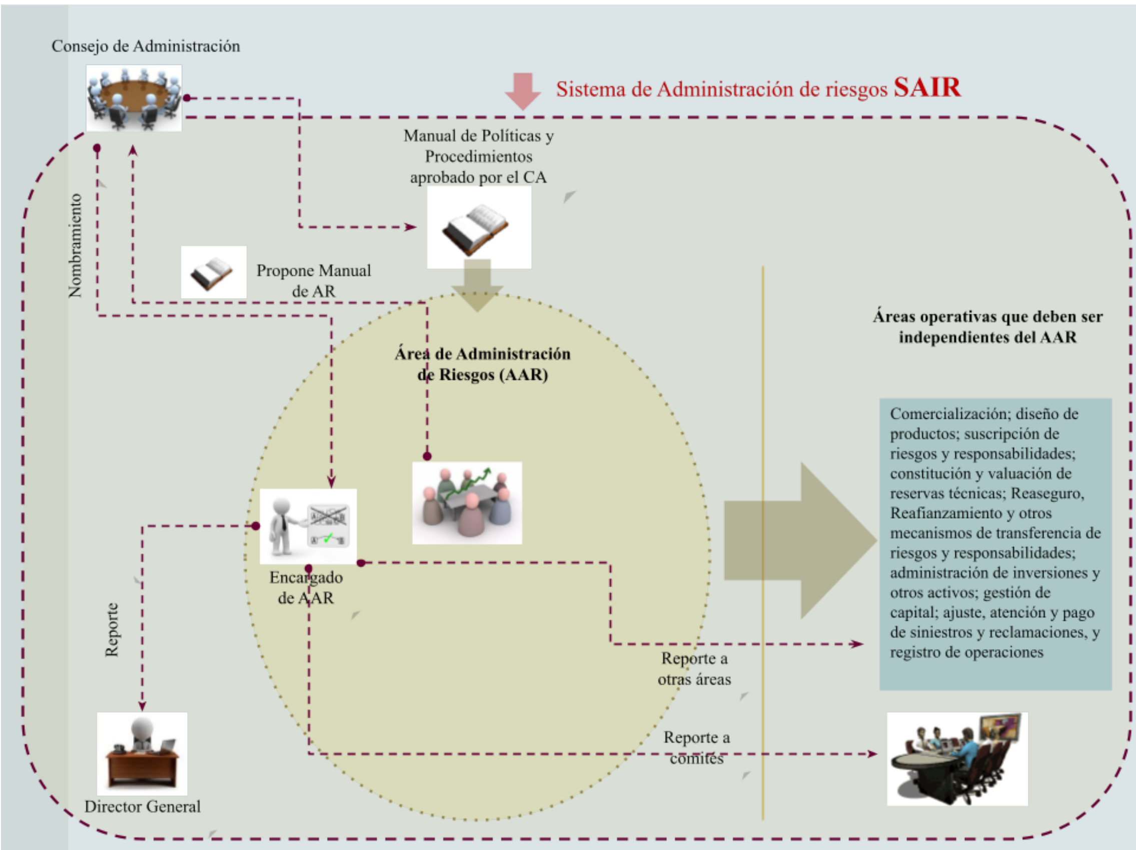
Cada trimestre se emite dictámenes y reportes para darle seguimiento a la situación de la compañía y evitar que cuando se haga la entrega anual a la CNSF se detecten inconsistencias y se presenten multas.

Esto no quiere decir que no haya inconsistencias, pues hay consultoras que están a cargo de muchas auditorías y pueden usar textos de manera genérida para los reportes. (por ejemplo en vida y daños).

Administración de riesgos

En esta área se buscan profesionales que cuenten con perfiles técnicos, como actuarios o matemáticos.

Aquí se encargan de medir todos los riesgos que no están relacionados con siniestros (de mercado, operativos, técnicos, de contraparte). Deben hacer cálculos, mediciones, proponer metodologías para administrar de mejor manera los riesgos a los que está expuesta la compañía. Los riesgos van a variar según cada compañía.



De entrada, el personal del área requiere contar con un manual de políticas y procedimientos aprobado por el consejo de administración. Si no existiera ese manual, habría demasiado desorden. Por ejemplo, si hubiese rotación de personal y alguien ya estaba habituado para metologías o procesos y ese alguien se va, y además llega una nueva persona que no sabe sobre procedimientos, eso implica que la metodología se pierde. En el manual se reporta todo: los riesgos a los que está expuesta la compañía incluyendo factores de riesgo, variables involucradas, entre otras cosas. Para la elaboración del manual se requieren metodologías y procedimientos; a raíz de eso se trabaja en conjunto con personal especializado en cada tipo de riesgo (según los riesgos a los que se enfrente cada compañía).

Aunado a esto, el área debe de estar en constante comunicación con otras áreas (si se detectan riesgos, es importante contemplarlos en los modelos) y también tiene que dar reportes a comités, como el de suscripción (para que lo tengan en cuenta con fin de que el riesgo no sea muy elevado), así se hace una cadena de productividad.

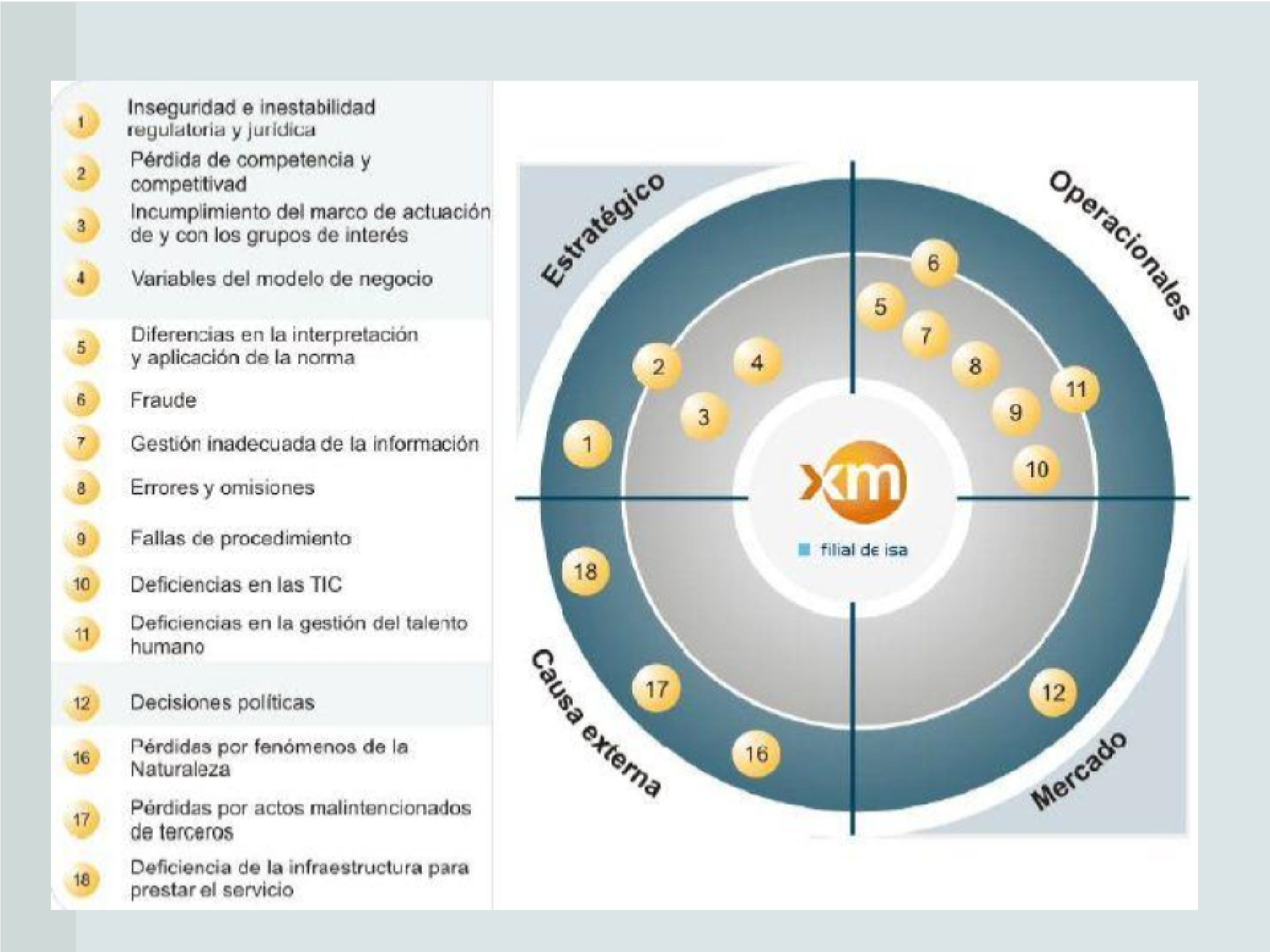
¿Cómo se pueden clasificar riesgos?

Aparte de los que ya se abordaron que son los más importantes, se tiene la siguiente clasificación, tomando en cuenta riesgos estratégicos.

En los riesgos estratégicos se toma en cuenta falta de reservas o el déficit de capital humano, pues con *Solvencia II* se busca gente capacitada que sepa sobre medición y cuantificación de riesgos.

También toman en cuenta los riesgos de entorno, como el apoyo de gobierno a instituciones privadas, pues pueden afectar al desarrollo de la compañía.

Matriz por relevancia de riesgos



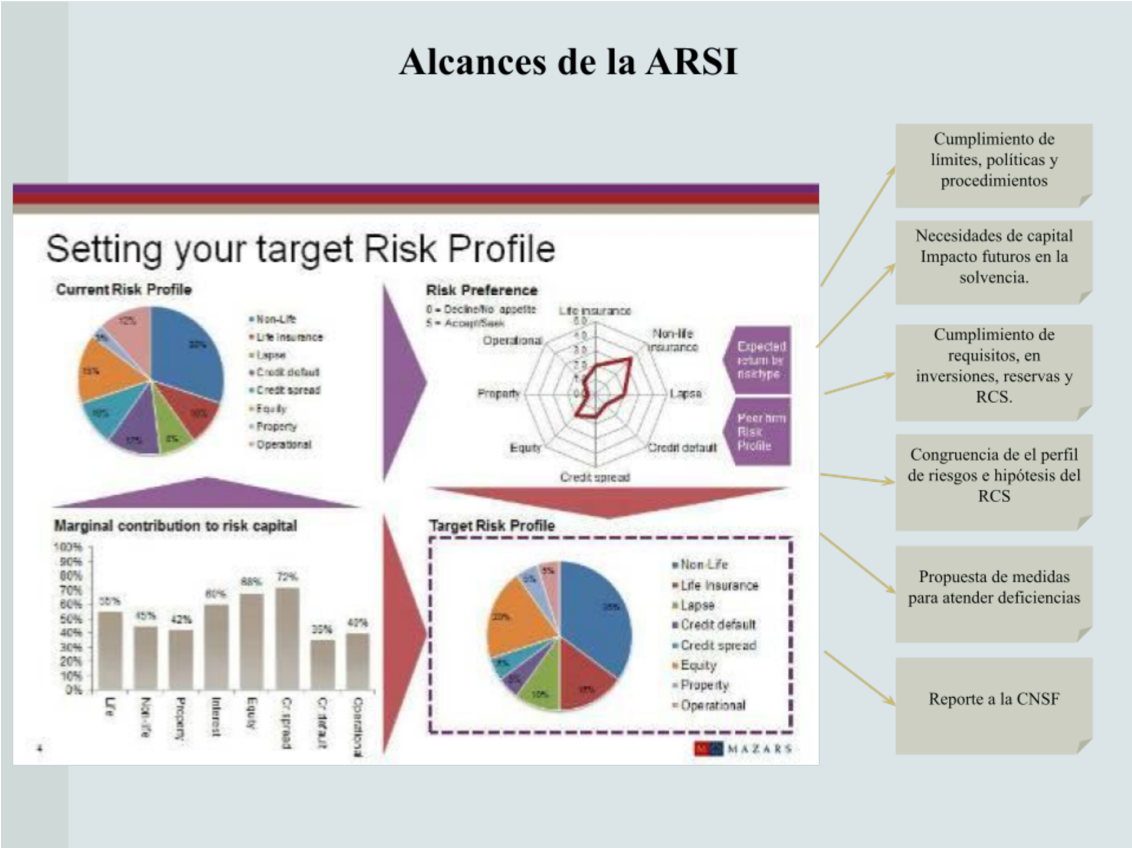
Autoevaluación de solvencia anual

Las compañías con este sistema de gobierno corporativo están obligadas a hacer una autoevaluación de solvencia que se debe hacer cada año. Tienen que ver su situación de solvencia actual, cómo está siendo afectada y que medidas correctivas se pueden tomar para corregir esas situaciones y que no se vea afectada su solvencia ni su capacidad operativa.

Autoevaluación de Riesgos Institucionales (ARSI)

Se pone un ejemplo de Dashboard, a partir del cual se puedan tomar decisiones. Después de identificar riesgos y perfiles, la idea es tomar decisiones, hay que ver que estrategia se debe seguir.

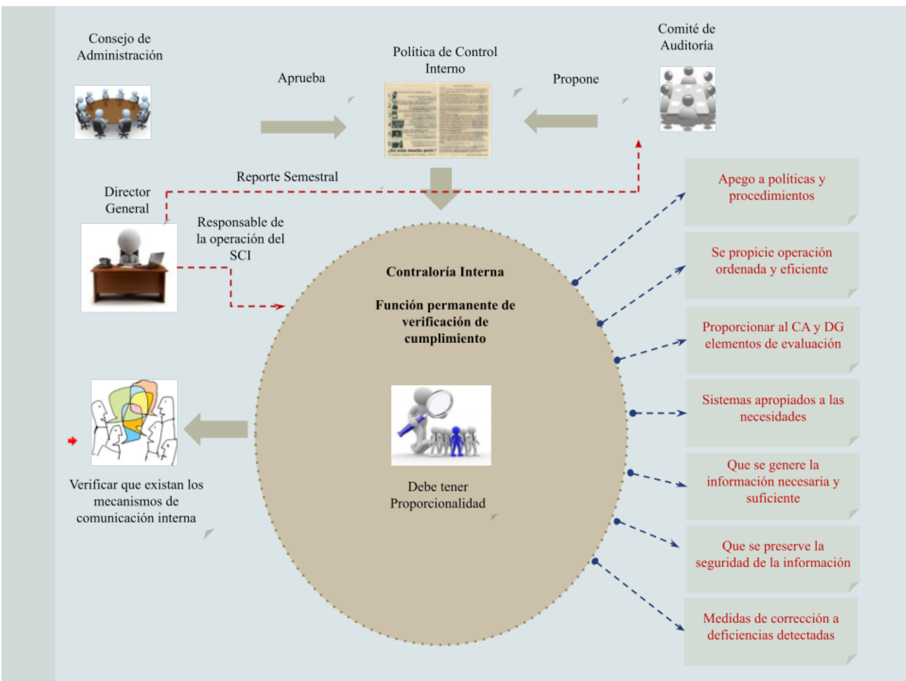
Decisiones posibles: Aplicar reaseguro, hacer una mejor política de suscripción para eliminar riesgos desde un principio, entre otras.



Contraloría interna

En la presente área se puede tener a personal con distintos perfiles, tales como Contadores, administradores, o actuarios.

La idea es establecer controles para propiciar una operación odenada y eficiente en la compañía.



En esta área se pueden construir indicadores que ayudan a poder mejorar la operación en el día a día de la compañía, volver más eficientes ciertos procesos, automatizar procedimientos que anteriormente eran rústicos, lo que permite mejorar el control de todo: reservas, primas, reaseguro, planeación, reaseguro, estrategias financieras.

También es un área que debe estár en constante comunicación con otras áreas.

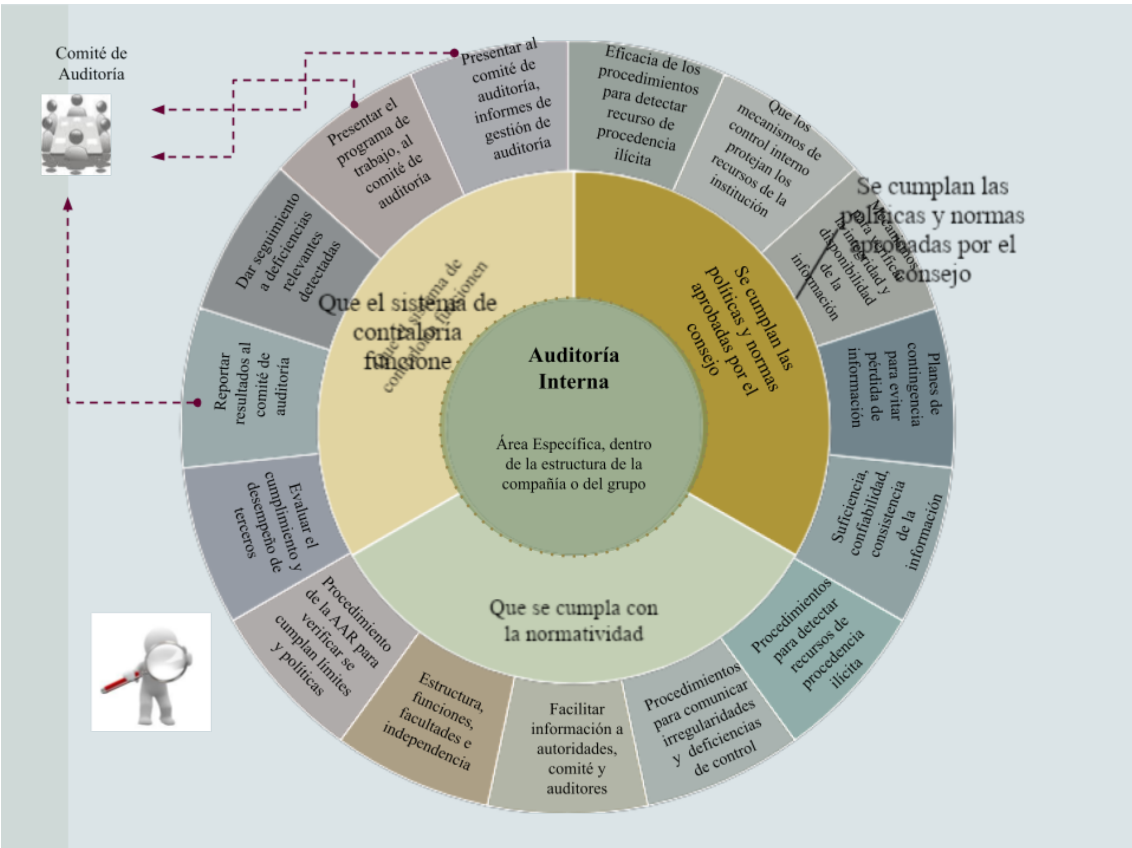
Función Actuarial (FA)

Necesariamente deben ser actuarios ya que las labores del área deberán ser desempeñada por personas con conocimiento y experiencia suficientes en materia de matemática actuarial y financiera, y de estadística. La función actuarial se encarga entre otras cosas de diseño de productos de seguros, elaboración de notas técnicas, cálculo, evaluación y verificación de modelos y metodologías en reservas técnicas.

Auditoria interna

En esta área se encuentran personas más enfocadas en la parte jurídica y legal.

Tiene varias funciones: la principal es que se cumplan las políticas y normas que vaya aprobando la compañía, que se cumpla la normatividad, de ahí la importancia de que haya alguien que de seguimiento a todos los aspectos relacionados con sanciones, observaciones, todo lo que la CNSF le hace a la compañía, además de verificar que Contraloría Interna esté funcionando de manera correcta.



Mapa de la comunicación interna

Hay un comité relacionado con comunicación. Su función principal es prevenir el lavado de dinero en las compañías, pues últimamente es un tema que está muy presente en las empresas. Estas áreas se encargan de analizar metodologías que midan el riesgo al que están expuestas las compañías respecto a fraudes.

MAPA DE LA COMUNICACIÓN INTERNA																																		
	CANALES																																	
Contenidos	Revista interna / Periódico de empresa	Video comercial / presentaciones	Tablón de anuncios público	Tablón de anuncios cerrado	Cartelística general	Intranet	Reuniones informativas grupos amplios	Guía de acogida / Programas de acogida	Consejos de dirección y reuniones de	Comité de seguridad e higiene	Reuniones seguimiento de proyectos	Grupos de mejora	Panel de entrada	Gestión visual en minifábricas (txokos o	Reuniones departamentales de	Entrevistas personales	Reunión asamblea general de socios	Consejo rector (coop)	Consejo social (coop)	Consejillos (coop)	Consejo de vigilancia (coop)	Correo electrónico	Correo papel	Telefonía fija + Telefonía móvil + PDA	Megafonía	Encuestas de satisfacción del personal	Buzones de sugerencias	Herramientas informáticas trabajo	Acciones formativas	Documentos oficiales (papel y soporte	TU Lankide (MCC)	Emisor	Receptor	Cuándo
Misión y valores																																		
Reflexión estratégica																																		
Información derivada de consejo de dirección																																		
Seguimiento de proyectos macro																																		
Plan de gestión																																		
Control de gestión																																		
Indicadores de objetivos por áreas																																		
Información sobre procesos																																		
Sugerencias de mejora																																		
Gestión de prevención, seguridad y salud laboral																																		
Gestión medioambiental																																		
Gestión del aseguramiento de la calidad																																		
Inquietudes sociales																																		
Reconocimientos																																		
Resultado evaluación del desempeño																																		
Satisfacción de las personas																																		
Acogida inicial y paso a socio																																		
Información puestos vacantes																																		
Información Lagun-Aro																																		
Identificación área, persona, puesto																																		
Normativa, estatutos sociales y RRI																																		
Información MCC																																		
Información asociada a reuniones																																		
Manuales y documentación de cursos																																		
Libre expresión																																		
Comunicaciones oficiales																																		
Potenciación euskera																																		
Anuncio auditorías y visitas de cliente																																		
Asuntos asamblea según estatutos																																		
Asuntos consejo vigilancia según estatutos																																		

Conclusión de gobierno corporativo

El gobierno corporativo, tiene una gran importancia pues así se establece un orden, funciones claras, manuales de procedimientos, lo que hace que las situaciones no se salgan de control tan fácilmente. Todas las áreas mencionadas son clave, pero la de administración de riesgos es un pilar fundamental.

Sesión 4. Jueves 24 de Febrero

Proceso para administrar riesgos

1. Determinar el objetivo a seguir, según el nivel donde nos encontremos.

   Como puede haber muchos tipos de riesgos, no solo puros, sino también especulativos, el punto es ese: establecer qué objetivo tengo yo para después identificar los riesgos con respecto a ese objetivo. Se necesita un contexto, conocer qué hay afuera, analizar debilidades para construir una estrategia. Aquí se tiene un primer acercamiento a la postura frente al riesgo.

   Si mi objetivo es tener ganancias porque invierto en la bolsa, después identifico a qué riesgos voy a estar expuesto.

2. Identificar el riesgo (o riesgos):

   Una vez que se determina el objetivo, se identifica el riesgo o los riesgos a los que puedo estar expuesto. Aquí y en el siguiente punto entra la clasificación del riesgo, para ver si es un riesgo asegurable o no.

3. Evaluar el riesgo (o riesgos):

   ¿Cómo lo voy a evaluar? Se deben de realizar análisis para determinar cuál es su magnitud, impacto, y ver si realmente es un riesgo considerable. Aquí también se necesita la postura ante el riesgo, para analizar distintos escenarios y ver qué tan adversos somos al riesgo. una vez que lo evalúa. Aquí entran los límites máximos de retención, los cuáles las compañías aseguradoras deben manejar, porque no pueden aceptar todos los riesgos sin tener una política de transferencia, diversificación, etc. ¿Qué tanto te conviene seguir una estrategia según si eres conservador, o amante del riesgo?

   Se pueden hacer análisis estadísticos, hay que enfocarse en los grandes riesgos sin dejar de lado los riesgos pequeños. Se puede segmentar una cartera.

4. Considerar alternativas y elegir el mejor método para tratar el riesgo:

   Se tiene que escoger de todas las alternativas cuál conviene más. Una vez que se decida la alternativa, se tiene que elegir el mejor método para abordar el riesgo. Puede ser:

   - Método cuantitativo: Es decir matemático.

La parte matemática de teoría del riesgo justo se basa en estos métodos. Las metodologías nos ayudan a evaluar dichos aspectos, va a depender de los riesgos que se aborden. El curso está enfocado en la parte técnica, es decir de siniestralidad, no tanto de riesgo de mercado y riesgo operativo.

Evaluar siniestralidad de cartera por un plan de ahorro, hacer estimación de tarifas: Se usan modelos para que exista mayor precisión en dichas estimaciones.

- Método cualitativo.

  Se puede diversificar, transferir, asumir, va a depender de la evaluación previa. En un riesgo operativo se necesita un método cualitativo y luego poder cuantificarlo.

5. Aplicar la decisión:

   Aplicar los métodos, alternativas.

   Decidir qué inversiones convienen más, con qué parte de los riesgos nos vamos a quedar, con qué reaseguradora voy a transferir riesgos, etc.

6. Evaluar resultados y darle seguimiento:

   Muchas veces es olvidada esta parte. Se debe de hacer porque con el paso del tiempo la decisión o el modelo seleccionado ya no se pueda aplicar de la misma manera. Hace más fácil que ante situaciones extraordinarias se identifiquen factores clave que ayuden a controlar dicha situación.

Sesión 5. Sábado 26 de Febrero

Repaso de probabilidad

¿Qué es la probabilidad?

- **Opinión grupal:**
  - Es una medida para ver si ocurre algo.
  - Es el nivel de certeza sobre la ocurrencia de algún evento.
  - La posibilidad de que ocurra algo, expresado cuantitativamente.
- **Definición:**

  Recordemos que la probabilidad es una función matemática que está entre 0 y 1 y nos ayuda a asignar un número a la verosimilitud de que algún evento aleatorio suceda. (Esa verosimilitud es ¿Qué tan factible es que algo suceda?)

Tiene las siguientes propiedades:

Sea X un evento aleatorio en una sigma-álgebra y en un espacio de probabilidad bien definido $(\Omega, \mathcal{F}, P)$. Se tiene:

1. La probabilidad $P\left[X\right]$ siempre está entre el 0 y el 1, por definición.
2. La probabilidad de todos los posibles resultados $P\left[\Omega\right] = 1$.
3. La probabilidad del conjunto vacío $P\left[\right] = 0$.
4. La probabilidad $P\left[X^C\right] = 1 - P\left[X\right]$.

Otras propiedades relevantes:

- Las distribuciones continuas cumplen que los límites de la función de distribución .evaluados.en $-\infty$ dan 0 y .evaluados.en ∞ dan 1.
- Si se tiene un evento X que es independiente de un evento Y:
  - $P[X \cap Y] = P[X] \cdot P[Y]$
  - $P[X \cup Y] = P[X] + P[Y] - P[XY]$

Recordemos dos funciones importantes en contexto probabilístico:

- Esperanza:
  - Te da un valor estimado que podría tomar la variable aleatoria repitiendo el experimento en un futuro muchas veces.

    Se dice que podría tomar el valor porque si pensamos en un dado, la esperanza es 3.5 pero no puede tomar nunca ese valor.
  - Es el centro de la masa de la distribución.
  - Es el punto alrededor del cual se encontrarán la mayor cantidad de observaciones.

    Pensando en un histograma de frecuencias, el punto de en medio es donde la campana se hace más grande.
- Varianza:
  - Te da un estimado numérico para describir qué tan alejados están en promedio los demás resultados de la esperanza.
  - Es una medida de disperción central.

Problema:

Nuestra compañía de seguros cuenta con una cartera con 14 clientes, debido a un problema de nuestro sistema informático$^{(*)}$, la información para 3 de nuestros clientes fue corrompida y lo único que podemos extraer del servidor dañado son el tipo de pólizas que tenían nuestros clientes con nosotros. La información con la que disponemos es que de nuestros 3 clientes: *Actinver, Bimbo, Cemex*, cada uno contaba con 2 pólizas de acuerdo a la siguiente tabla:

Empresa	Pólizas
Actinver	Terremoto Auto (flotilla)
Bimbo	Auto (flotilla para camiones) Auto (flotilla para empleados)
Cemex	Terremoto (para ciertas plantas cementeras) Terremoto (para el resto de inmuebles)

Debido al daño en el sistema, se extrae con la misma probabilidad la información para cada uno de nuestros tres clientes, sin embargo, solo se puede realizar la extracción de la información de un solo cliente antes de que el sistema pierda toda la información.
En la primera extracción posible, se obtuvo una póliza de terremoto.

- Cuantifica el riesgo de perder la información de Actinver.
- Cuantifica el riesgo $^{(*)}$ al que está expuesta la información de Actinver.
- Simulen que tienen que explicar al director de la compañía lo que está pasando y lo que calcularon.

  Reflexiones de la simulación:

  - Empezar con la respuesta y si es necesario o se solicita, dar el detalle.
  - Ser lo más puntuales posibles.
  - Cuando se exponga algo, hay que jugar al siguiente juego: Decir las cosas de tal manera que la persona que los está escuchando no pueda preguntar nada. Pensar en qué preguntas haría la otra persona y tratar de responderlas en la explicación.

Solución.

¿Qué tipo de riesgo es $^{(*)}$?
Es un riesgo puro (porque es propio de la actividad que realiza la aseguradora en sus BD).
Es un riesgo operativo (pues es una falla en los procesos o sistemas).
Queremos calcular el riesgo de perder la información de Actinver en términos matemáticos. ¿Qué nos está pidiendo calcular?
Hay que cuantificar el riesgo:
Queremos la probabilidad de perder la información de *Actinver*
Hay que considerar que no se puede recuperar la información de *Bimbo*, porque ya se extrajo terremoto
Queremos la probabilidad de recuperar *Cemex*, dado que ya se recuperó la información de terremoto:
Sean:
C = Recuperar la información de Cemex
T = Ya se recuperó la información de terremoto
Queremos obtener:

$$\mathbb{P}\left[C|T\right] = \frac{\mathbb{P}\left[C \cap T\right]}{\mathbb{P}\left[T\right]} \qquad (*) \qquad \text{Por definición de probabilidad condicional}$$

De donde:

- Calculando el numerador

$$\begin{aligned}\mathbb{P}\left[C \cap T\right] &= \mathbb{P}\left[C\right] && \text{Pues el evento C es básicamente que haya terremoto}\\ &= \frac{1}{3} && \text{Pues la información de cada cliente se extrae con la misma probabilidad}\end{aligned}$$

- Calculando el denominador

$$\mathbb{P}\left[T\right] = \mathbb{P}\left[T|A\right] \cdot \mathbb{P}\left[A\right] + \mathbb{P}\left[T|C\right] \cdot \mathbb{P}\left[C\right] \qquad \text{Por la definición de probabilidad total}$$

  Calculando los componentes tenemos

  $\mathbb{P}\left[C\right] = \dfrac{1}{3}$ Pues la información de cada cliente se extrae con la misma probabilidad

  $\mathbb{P}\left[A\right] = \dfrac{1}{3}$ Pues la información de cada cliente se extrae con la misma probabilidad

  $\mathbb{P}\left[T|A\right] = \dfrac{\mathbb{P}\left[T \cap A\right]}{\mathbb{P}\left[A\right]} = \dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{2}\right)}{\frac{1}{3}} = \dfrac{1}{2}$ Asumiendo que T se da primero, entonces la probabilidad de que ocurrra A es de $\frac{1}{3}$, de la misma manera, asumiendo que estás en A, la probabilidad de terremoto es de $\frac{1}{2}$

  $\mathbb{P}\left[T|C\right] = \dfrac{\mathbb{P}\left[T \cap C\right]}{\mathbb{P}\left[C\right]} = \dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)(1)}{\frac{1}{3}} = 1$ Asumiendo que T se da primero, entonces la probabilidad de que ocurrra C es de $\frac{1}{3}$, de la misma manera, asumiendo que estás en C, la probabilidad de terremoto es de 1

  Por tanto, sustituyendo cada valor numérico, se tiene que para el denominador:

  $\mathbb{P}\left[T\right] = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3} + 1 \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$

Regresando al cálculo de la expresión (*), tenemos que $\mathbb{P}\left[C|T\right] = \dfrac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \dfrac{2}{3}$

Otra manera de hacer el cálculo es a partir del Teorema de Bayes, en donde:
$\mathbb{P}\left[C|T\right] = \dfrac{\mathbb{P}\left[T|C\right] \cdot \mathbb{P}\left[C\right]}{\mathbb{P}\left[T\right]} = \dfrac{1\left(\frac{1}{3}\right)}{\frac{1}{2}} = \dfrac{2}{3}$

$$\boxed{\therefore \mathbb{P}\left[C|T\right] = \frac{2}{3}}$$

Interpretación del resultado

Sabemos que el riesgo de perder la información de Actinver es de $\dfrac{2}{3}$ o 66 %.
Llegamos con el director y le expresamos que la probabilidad de perder la información de la compañía Actinver es del 66 %, todavía no terminamos la extracción de información, pero es basatante probable de que esa información se pierda.

Ya que se le dió la información al jefe, le comentamos que la cosa pinta algo mal, ahí nos callamos para ver qué responde.
En caso de que nos de un comentario que abra paso al procedimiento que hicimos, podemos comentar que usamos la fórmula de Bayes y calculamos las probabilidades condicionales con la extracción que se pudo hacer de la póliza de terremoto. Con esa información dispoible se pudo hacer el cálculo de forma más exacta.

Bonus: Metodología para la resolución de problemas - Visto desde la perspectiva del ejemplo anterior

1. Entender lo que nos está pidiendo el problema. ¿Qué necesitan saber?

   Poder pasar de la solicitud de cuantificar el riesgo a términos matemáticos para el cálculo de probabilidades.

2. Analizar la información disponible y determinar si podemos responder directamente a la pregunta o si es necesario el realizar cálculos adicionales. Para esto también evaluamos si nos hace falta algún dato.

   Estudiamos la tabla con las compañías y sus respectivas pólizas. Planteamos las fórmulas que conocíamos y posteriormente no dimos cuenta de lo que nos hacía falta calcular.

3. Plantear las fórmulas abstractas que creemos que nos pueden servir para resolver el problema.

   Escribir las fórmulas de probabilidad condicional, probabilidad total y en la respuesta alternativa, la Regla de Bayes.

4. Sustituir en las fórmulas abstractas los datos que tenemos para poder calcular lo que necesitamos y llegar al resultado.

   Sustituir en las fórmulas los valores que ya teníamos para cada evento.

5. **Interpretar el resultado y comunicarlo de la mejor manera basado en el contexto.**

   El comunicar de forma clara y concisa el riesgo del* $66\,\%$*, posteriormente, dependiendo de la conversación, podemos explicar los cálculos que realizamos.

Sesión 6. Sábado 05 de Marzo

Repaso de procesos estocásticos

Proceso de conteo

Un proceso estocástico (una función de probabilidad y del tiempo) $\{N(t), t \geq 0\}$ es un proceso de conteo si cumple:

1. $N(t) \geq 0 \longrightarrow$ Es decir, que cuando valuamos al proceso de conteo en cualquier tiempo, siempre sea no negativo.

2. $N(t)$ está valuado en los enteros $\longrightarrow$ En general, nosotros podemos contar cosas de manera continua incluso con decimales, pero para fines de un proceso de conteo en términos canónicos, se pide que el proceso eté valuado en los enteros.

3. Si $s < t$ entonces $N(s) \leq N(t) \longrightarrow$ Es decir, si tenemos dos tiempos y evaluamos en ellos dos el proceso de conteo (El proceso de conteo nos devuelve el número de observaciones que han ocurrido hasta el tiempo s o t respectivamente y como se valúa solamente en enteros) forzosamente el tiempo más a futuro tendrá un valor de conteo mayor o igual al del proceso del tiempo menor.

4. Para $s < t$ se cumple que $N(t) - N(s)$ será igual al número de eventos que han ocurrido en el intervalo $(s, t] \longrightarrow$. Es decir, si en el tiempo $s = 5$ tengo 10 eventos y en el tiempo $t = 20$ tengo 15 eventos, entonces se tiene que $N(s) - N(t) = 15 - 10 = 5$.

Otras propiedades que puede tener un proceso de conteo:

Son adicionales, que no necesariamente todos los procesos de conteo tendrán, pero los que nos interesan si, estas son:

- Se dice que un proceso tiene incrementos independientes si el número de eventos que ocurren en intervalos de tiempo ajenos, son independientes. Es decir $N(t)$ es independiente de $N(t+s)-N(t)$. Esto quiere decir que el futuro no depende del pasado.

  La información del pasado no nos da ninguna observación para predecir el futuro.

- Un proceso tiene incrementos estacionarios si la distribución del número de eventos que ocurren en un intervalo de tiempo, solo depende de la longitud del intervalo.

Las propiedades intrínsecas del proceso que estudiamos, no son función del tiempo; las propiedades estadísticas que rigen al proceso son las mismas en cualquier punto del tiempo, de ahí que sea un proceso estacionario. Al ser estacionario, el número de observaciones que vamos a ver para cualquier intervalo de tiempo, solo va a ser función de qué tan amplio es el intervalo.

Proceso Poisson:

Un proceso de conteo $\{N(t), t \geq 0\}$, es un Proceso Poisson con una tasa λ para $\lambda \geq 0$ si cumple las siguientes propiedades:

1. $N(0) = 0 \longrightarrow$ El proceso está definido para que empiece en 0.

2. El proceso tiene incrementos independientes $\longrightarrow$ Si tomamos intervalos de tiempo ajenos, el número de observaciones va a ser independiente en cada intervalo.

3. El número de eventos en un intervalo de longitud t se distribuye *Poisson* con media (λt) si, para toda $s, t \geq 0$ se cumple que

$$\mathbb{P}\left[N(t+s) - N(s) = n\right] = e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^n}{n!} \qquad \text{Para } n = 0, 1, 2, ...$$

   El lado derecho nos dice que una función de probabilidad se distribuye de cierta forma, recordando probabilidad esa función es una $Poisson(\lambda t)$.

   El lado izquierdo está describiendo un evento de probabilidad. El evento es que $N(t+s) - N(s) = n$ lo que quierde decir que el número de eventos que ocurre entre el intervalo de tiempo $(s, t+s]$ es igual a n observaciones. Eso se distribuye según la n y sustituido en la función de la derecha, además λ es el parámetro de intensidad de la *Poisson* y t es el punto en el tiempo donde nos ubicamos.

Es un proceso estocástico porque depende de una probabilidad y de un tiempo. La parte de la probabilidad se contempla cuando se habla de una distribución *Poisson* y la parte del tiempo se contempla con el parámetro de la media. Y por cómo se define la n es definida para los naturales.

Sesión 7. Domingo 06 de Marzo

Ejercicio y solución

Problema:

Para una sucursal bancaria se requiere una valoración de áreas de oportunidad respecto al trato de los clientes por parte de los ejecutivos, para ello se busca como objetivo cumplir con que ningún cliente espere más de 30 minutos antes de ser atendido por un ejecutivo. Dado que la sucursal es relativamente nueva, no se cuenta con mucha información histórica, sin embargo, derivado del conocimiento la red, se estima que el tiempo de atención para cada cliente por parte del ejecutivo es de media hora. Por otra parte se cuenta con los siguientes datos de los últimos 3 meses:

Clientes \ Mes	1	2	3
Walk-In: Clientes que van a la sucursal a hacer trámites con el ejecutivo No necesariamente adquiere un producto	342	659	799
TDC: Tarjeta de Crédito	114	254	311
PP: Préstamo Personal	21	45	39

Utilizar la metodología para resolver problemas para contestar las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos ejecutivos se requieren en la sucursal para cumplir el objetivo?
- ¿Qué pasa si tenemos 2 ejecutivos?
- Considerando los dos incisos anteriores, ¿Cuántos ejecutivos necesitamos?

Explicarlo como si se lo dijeramos al gerente.

Solución.

El objetivo es ver cuántas personas tengo que tener en sucursal para que las personas no esperen más de media hora.

Tenemos el promedio de atención de cada cliente, que es de media hora.

Considerando que nuestros periodos son el mismo, lo podemos empezar a plantear en esa escala con un Proceso Poisson.

La tabla donde ellos nos dan tres valores para cada mes nos sirve para arrancar con el problema.

Una vez que entendemos que ellos buscan determinar el número de ejecutivos tener, podemos calcular con una herramienta o modelo cuántos clientes habrá cada media hora o cada hora, para plantear eventos de probabilidad como:

- ¿Qué pasa si llegan dos clientes al mismo tiempo y solo tengo un ejecutivo? Uno pasa y otro espera media hora y luego el otro pasa.
- ¿Qué pasa si llegan tres clientes? El tercer cliente tendría que esperar una hora y no se cumpliría el objetivo.

Haciendo un análisis respecto a esos casos, podemos calcular ciertas probabilidades. Hay que hallar un punto de costo beneficio para ello.
La parte matemática:
No importa para que viene el cliente, me importa que reciba la atención. El número de personas que van por TDC y por PP no son estimadores adecuados de las personas que van a la sucursal, ni tampoco la suma, porque se puede sobre estimar. Por tanto, solo vamos a agarrar solo el renglon de Walk-In.
De ahí vamos a calcular el promedio de clientes mensual.
Además, asumimos que el mes tiene 30 días (aunque si se considera que los bancos solamente operan 20 días, es un mejor estimador).
De esta manera, el promedio mensual de clientes es de 600, y con la consideración de que hay meses de 30 días, tenemos que en promedio hay 20 clientes por día, suponiendo una distribución uniforme (ya que el ejercicio no indica que distribución es, yo tengo que proponer algo para estimar y para facilitar el tema voy a proponer la distribución uniforme).
Esto es algo que en la vida real cuesta mucho trabajo, no tenemos información completa, tenemos un requerimiento y para hacer estimaciones tenemos que proponer, asumir algo o tomar alguna hipótesis que no se conoce a partir de nuestra propia inspiración para resolver el problema.
Como la sucursal está abierta 8 horas al día, nuevamente si suponemos distribución uniforme en todas las horas del día (lo cual no es correcto, porque si revisamos en Google, hay un histograma que muestra que la distribución no es plana). De los 20 clientes al día, dividido entre 8 horas tenemos un promedio de 2.5 clientes que entran por hora a la sucursal.
Aquí notamos que es un Proceso de Conteo, para estimar esto de la mejor manera voy a tomar el Proceso Poisson.
Es decir se trata de un Proceso Poisson con $\lambda = 2.5$, aquí asumimos que $t = 1$ que representa una hora.
Con los supuestos anteriores ya podemos resolver las preguntas:

- Probabilidad de que lleguen 2 clientes en una hora:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}\left[N(1)=2\right] &= \frac{e^{-2.5(1)}[2.5(1)]^2}{2!}\\ &= 0.2565\\ &\approx 26\,\%\end{aligned}$$

Si a esto se le suma $\mathbb{P}[N(1)=0]$ y $\mathbb{P}[N(1)=1]$ tendría la probabilidad de que un ejecutivo nunca tenga broncas y siempre llegue al objetivo, pero si se calcula la complementa no es despreciable.

Nos vamos al siguiente escenario.

- Probabilidad de que lleguen 5 o más clientes en una hora

Asumiendo que tenemos dos ejecutivos, y que con 2 no se cumple el objetivo.

$$\begin{aligned}\mathbb{P}[N(1)\geq 5] &= 1-\mathbb{P}[N(1)\leq 4]\\ &= 1-\sum_{i=0}^{4}\mathbb{P}[N(1)=i]\\ &= 1-\sum_{i=0}^{4}\frac{e^{-2.5}(2.5(1))^i}{i!}\\ &= 1-0.8911\\ &= 0.1088\\ &\approx 11\,\%\end{aligned}$$

Es decir, cada hora tengo una probabilidad del 11 % de fallar mi objetivo.

En las simulaciones si se realizan por muchos días, tenemos una gran probabilidad de que se falle el objetivo. Por tanto si tenemos dos ejecutivos tenemos una gran probabilidad de que no logremos el objetivo.

- ¿Cuántos necesitamos

No hay respuesta correcta, si hay distintos supuestos, vamos a llegar a distintos números, el número no importa realmente, se busca utilizar herramientas completas y modelos válidos para justificar la respuesta.

Podemos tomar en cuenta el presupuesto.

Hay que hacer un análisis de que beneficios y qué costo hay para garantizar el objetivo. O también se puede ver desde la perspectiva de cuál es el máximo porcentaje de fallo que están dispuestos a aceptar para alcanzar el objetivo.

Sesión 8. Sábado 12 de Marzo

Lectura :

Importancia de la Teoría del Riesgo en la sociedad

Teoría del Riesgo suena al estudio formal del riesgo, desarrollar teorías para cuantificar, medir cuantificar el riesgo a fin de poder prevenir.

Sabemos que las aseguradoras, bancos, negocios, seguridad social trabajan con el riesgo.

Es importante para la sociedad porque los riesgos nos afectan a todos, no estamos exentos a evitar los riesgos. A través de la Teoría del Riesgo identificamos, clasificamos, evaluamos y luego tomamos una decisión para mitigar el riesgo. Asimismo, modelar el riesgo nos sirve para tratar de representar una posible situación del mundo exterior y poder hallar una solución.

En el seguro social necesitamos mucho análisis de riesgo para operarlos bien y tienen un impacto muy visible.

Utilidad de la Teoría del Riesgo tras la pandemia

Los principales sectores que fueron afectados tras la pandemia son el **sector financiero** con la detención y posterior caída del mercado internacional, el **sector asegurador** por todas las reclamaciones ocurridas tras la muerte de muchas personas y el **sector salud** que fue el que tronó porque no había camas en hospitales, nos enfreentamos a una crisis sanitaria en donde estimar el riesgo a priori hubiera cambiado mucho la situación.

Aunque no suena factible que el riesgo se hubiera estimado hace un par de años, porque no se esperaba una pandemia. Si tenemos presupuesto limitado para gastar, nosotros como gobierno no hubieramos dado prioridad a la construcción de hospitales debido a que se tenían otros tipos de necesidades.

Modelo individual del riesgo

Antecedentes

En un contexto histórico este modelo surge en el estudio de compañías aseguradoras principalmente en el **ramo vida**, tenían un interés por modelar el comportamiento de esas carteras de seguros y contestar a la siguiente pregunta fundamental:

¿Cuánto tendría que pagar en promedio siendo dueño de esa cartera?

Necesito entender con un número el riesgo promedio al que estoy expuesto.

El primer y más básico modelo que surge para responder a esa pregunta es el **Modelo Individual del Riesgo**, que considera el siguiente planteamiento.

Planteamiento

Sea S una variable aleatoria que representa el costo total de la cartera en un plazo determinado de tiempo. S me va a dar el monto que representa el costo total de la cartera en ese horizonte de tiempo. Por lo tanto S es definido no negativo (puede ser 0) y permitirá estimar la responsabilidad total que puede llegar a tener la aseguradora con sus asegurados:

$$S = \sum_{i=1}^{n} X_i$$

Donde:

- X_i representa el costo total de todas las posibles reclamaciones que tenga la póliza i en un plazo determinado de tiempo. Las $X_i's$ no deben llevar nada de primas porque estos son ingresos y queremos medir obligaciones.
- n es el número de pólizas que conforma la cartera.

Hipótesis y consideraciones para la aplicación del modelo:

✓ El modelo se aplica a una cartera cerrada, es decir n es fijo y constante a través del plazo de tiempo determinado en el que se está aplicando el modelo. Ese hortizonte no necesariamente es finito. Dicho de otra manera, una cartera cerrada es aquella en la que no pueden entrar nuevos miembros.

✓ Las variables aleatorias X_i son independientes entre sí.

✓ El plazo de tiempo en el que se aplica el modelo puede no acotarse específicamente para el análisis de un problema en particular.

Supongamos que X_i denota la pérdida del asegurado i y se distribuye de la siguiente forma:

$$f_{X_i}(x) = \begin{cases} 1 - q_i & \text{si } x = 0 \longrightarrow \text{ No pasa nada} \\ q_i & \text{si } x = b_i \longrightarrow \text{ Siniestro} \end{cases}$$

En donde $b_i = \sum_{j=1}^{k} c_j$ en donde c_j es la suma de otros reclamos. La b_i es el monto total que pagamos en caso de siniestro.

Pero ¿Por qué se habla de X_i y de q_i y no solamente tomar al $i-esimo$?

✓ Porque el Modelo Individual nos dice que son variables aleatorias independientes y ya, no nos dice que se necesitan variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas. Como no tenemos ese supuesto de que todas tienen la misma distribución, no podemos tomar una sola x para todaos, tenemos que cargar todas las x_i porque pueden tener un q_i o un b_i porque ninguna o no necesariamente todas, tienen la misma distribución. Es un modelo más general.

Algunas propiedades

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[S] &= \mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] \\
&= \sum_{i=1}^{n} \mathbb{E}[X_i] \quad \text{Por linealidad de la esperanza} \\
&= \sum_{i=1}^{n} \mathbb{E}[X_i \sim Bernoulli(q_i)] \quad \text{Parece a una distribución Bernoulli. Que vale 1 con proba } q_i \\
&= \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot q_i \quad \text{Ponderación de los valores por los valores que toma } X_i
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{V}ar[S] &= \mathbb{V}ar\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] \\
&= \sum_{i=1}^{n} \mathbb{V}ar[X_i] \quad \text{Por el supuesto de independencia} \\
&= \sum_{i=1}^{n} \mathbb{V}ar[X_i \sim Bernoulli(q_i)] \quad \text{Parece a una distribución Bernoulli. Que vale 1 con proba } q_i
\end{aligned}$$

Nos damos cuenta que $X_i = b_i \cdot I_i$ donde $I_i \sim Bernoulli(q_i)$ es una función indicadora. De donde:

$$\begin{aligned}
\sum_{i=1}^{n} \mathbb{V}ar[X_i &= \sum_{i=1}^{n} \mathbb{V}ar[b_i \cdot I_i] \quad \text{Por el hint de arriba} \\
&= \sum_{i=1}^{n} b_i^2 \mathbb{V}ar[I_i] \quad \text{Por propiedad de varianza} \\
&= \sum_{i=1}^{n} b_i^2 \cdot q_i \cdot (1-q_i) \quad \text{Por la varianza de una Bernoulli}
\end{aligned}$$

Por tanto:

- $\mathbb{E}[S] = \sum_{i=1}^{n} b_i \cdot q_i$ y $\mathbb{V}ar[S] = \sum_{i=1}^{n} b_i^2 \cdot q_i \cdot (1-q_i)$

El tema con b_i es que asume que la póliza solo puede tener un costo de siniestro, es decir que solo se paga un monto (constante o escalar). Peeeeeero ¿Qué pasa cuando hay coberturas adicionales?

La pregunta es **¿Qué pasa si X_i puede tener varias reclamaciones?**

b_i ya no es constante, entonces vamos a generalizar el planteamiento anterior.

Generalización

Sea $X_i = I_i \cdot B_i$ con B mayúscula con $I_1, ...I_n$ y $B_1, ..., B_n$ variables aleatorias independientes.

Por un lado $I_i = \begin{cases} 1 & \text{con probabilidad } q_i \\ 0 & \text{con proba } 1 - q_i \end{cases}$

Y con B_i que tiene cualquier distribución no negativa.

Pensemos en seguro de pérdidas orgánicas que paga según la gravedad de la pérdida orgánica. Pulgar paga 10 % de la SA, ojo 50 % de la SA, mano y pie 100 % de la SA.

Considerando que $\mu_i = \mathbb{E}[B_i]$ y $\sigma_i^2 = \mathbb{V}ar[B_i]$ para toda $i = 1, ..., n$, entonces se cumple que:

- $\mathbb{E}[S] = \sum_{i=1}^{n} q_i \cdot \mu_i$
- $\mathbb{V}ar[S] = \sum_{i=1}^{n} q_i \cdot \sigma_i^2 + \mu_i^2 \cdot q_i \cdot (1 - q_i)$

Ejercicio

Se considera un grupo de pólizas de un seguro de vida con beneficio en accidente por muerte. Suponga que la probabilidad de muerte es igual a 1 % y que el 30 % de los muertes son accidentales. Para 50 empleados el beneficio por muerte ordinaria es de $50,000$ y por muerte accidental es $100,000$. Para los 25 empleados que quedan los beneficios son de $75,000$ y $150,000$ respectivamente. Utilizando el modelo individual del riesgo calcule la esperanza y la varianza.

Solución

Metodología para resolver el problema:

- **¿Qué nos pide el problema**

  Nos pide calcular $\mathbb{E}[S]$ y $\mathbb{V}ar[S]$

- **Analizar la información y traducirla a términos matemáticos**

  Sabemos que $\mathbb{E}[S] = \sum_{i=1}^{n} q_i \cdot \mu_i$ y que $\mathbb{V}ar[S] = \sum_{i=1}^{n} q_i \cdot \sigma_i^2 + \mu_i^2 \cdot q_i \cdot (1 - q_i)$

- **Sustituir los datos**

Necesitamos encontrar q_i, que en este caso es $q_i = 0.1$

Ahora para encontrar μ_i hay que identificar que hay 2 distribuciones diferentes.

- $B^{50} \begin{cases} 50,000 & \text{Con proba } p = 0.7 \\ 100,000 & \text{Con proba } p = 0.3 \end{cases}$
- $B^{25} \begin{cases} 75,000 & \text{Con proba } p = 0.7 \\ 150,000 & \text{Con proba } p = 0.3 \end{cases}$

De lo anterior obtenemos que

- $\mu_{B_{50}} = 65,000$
- $\mu_{B_{75}} = 97,500$

Y finalmente

- $\sigma^2_{B_{50}} = 525,000,000$
- $\sigma^2_{B_{75}} = 1,181,250,000$

Sustituyendo en nuestras fórmulas obtenemos que $\mathbb{E}[S] = 56,875$ y que $\mathbb{V}ar[S] = 5,001,984,375$

Sesión 9. Lunes 14 de Marzo

Elementos relevantes de la Teoría del Riesgo:

✓ 1693 - Edmund Halley, desarrolla el modelo Tabla de Mortalidad. Se hacen teorías en torno a la mortalidad y supervivencia de las personas, debido a que en Europa sucedieron varios eventos como la Revolución Industrial, también comenzaron a haber incendios, entonces se buscaba conocer los riesgos a los que estaban expuestos y poder mitigarlos de la mejor manera.

✓ 1738 - Daniel Bernoulli presenta en *Specimen Theoriae Novae de Mensura Sortis*, una hipótesis sobre la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre y su aplicación a seguros.

✓ 1834 - Barrois con base en la Teoría Clásica del Riesgo, construye una teoría muy completa y moderna sobre el seguro de incendio en su texto *Essai sur l'application du calcul des probabilites aux assurances contre l'incendie.* Sin embargo su teoría fue ignorada por muchas generaciones de actuarios hasta la segunda mitad del siglo XX. Para este momento ya se había dado la Revolución Industrial y había fábricas operando, lo que va de la mano con accidentes dentro de ellas.

✓ 1903 - Filip Lundberg presenta los elementos de su modelo de la Teoría Colectiva de Riesgo en la Universidad de Uppsala, en Suecia. En dicha Teoría se emplean procesos estocásticos. De hecho, Lundberg fue el precursor de la *Teoría de Ruina*, la cual busca determinar el máximo tope de riesgo que puedes asumir, ya que si se excede, se puede caer en probabilidad de insolvencia al no poder afrontar las obligaciones de la compañía. Busca encontrar un nivel óptimo para la compañía, de tal forma que se retenga una cantidad de riesgo y que se ceda o se transfiera otra parte, para que el negocio funcione adecuadamente (también busca que no se ceda en exceso el riesgo).

✓ 1909 - Lundberg finalmente presenta el planteamiento completo de su Teoría Colectiva de Riesgo en el Congreso Internacional de Actuarios, realizado en Viena. Posteriormente un grupo selecto de actuarios en su mayoría escandinavos, le dio seguimiento.

✓ 1909 - Georg Bohlmann realiza una recopilación de los resultados más importantes de la Teoría de Riesgo, con el objetivo de determinar las desviaciones producidas por las fluctuaciones aleatorias de las pólizas individuales. Modelo para compensar tarifas diferentes de acuerdo a diferentes comportamientos que implican diversos grados de riesgo. Comienza con Estadística Bayesiana.

✓ 1930 - Harald Cramér declara que la finalidad de la Teoría del Riesgo es *proporcionar un análisis matemático de las fluctuaciones aleatorias en los seguros y discutir los medios de protección contra sus efectos desfavorables.*

✓ 1930's - En la literatura actuarial se comienza a popularizar la obtención de probabilidades de ruina sobre el Modelo Colectivo de Riesgo, sin embargo también fue un tema cuestionado en cuanto a su aplicabilidad y significado.

✓ 1957 - Se señala que la Teoría Moderna de Riesgo inicia con un artículo de De Finetti presentado en el Congreso Internacional de Actuarios, donde se evalúa la validez de los supuestos del Modelo Colectivo de Riesgo y se establecen las bases para una Teoría de Riesgo que efectivamente logre modelar a la empresa aseguradora. Algunos problemas prácticos que enfrentaban las aseguradoras:

- La determinación de tarifas.
- El cálculo de reservas.
- La evaluación de la *solidez* financiera del asegurador.
- La caracterización del contrato de reaseguro más adecuado.

✓ 1967 - Lajos Takács publicó su libro *Combinatorial Methods in the Theory of Stochastic Processes*, un escrito que se convertiría en una herramienta asombrosa para exponer el Problema de Ruina.

✓ 1979 - Hans-Ulrich Gerber define a la Teoría de Riesgo como la rama de la Ciencia Actuarial que modela al negocio asegurador utilizando variables aleatorias para el número y monto de los siniestros durante los periodos contractuales.

✓ 1986 - A raíz del Primer Congreso Internacional sobre Solvencia Aseguradora en 1986, se ha puesto de manifiesto que la brecha entre los enfoques financieros y actuariales del seguro se está cerrando.

Datos adicionales

✓ Las desviaciones y fluctuaciones de pólizas individuales incluyen:

- No poder seguir pagando la póliza.
- La edad de la persona y su condición médica implican nuevas valuaciones.
- Distintos siniestros.

✓ Bohlmann se considera el precursor de la Teoría de la Credibilidad.

✓ El desarrollo de las teorías de probabilidad, estadística y procesos fue ajeno a los modelos de riesgo, posteriormente dichos modelos incorporaron elementos probabilísticos para generar más robustez.

✓ Los supuestos colectivos incluyen grupos grandes, la valuación cambia en dichos grupos más numerosos, porque anteriormente había carteras más reducidas que permitían cuantificar de mejor manera el riesgo. Sin embargo con millones de pólizas no se puede hacer un análisis personalizado para evaluar el riesgo.

Ejemplo de las 200 pólizas de asegurados

Se tienen sumas aseguradas que van desde $1 millón hasta los $1,000 millones.

- Se puede hacer un promedio, con el objetivo de ordenarlas. Es decir ponderarlas:
    - 80 % de pólizas promedio
    - 20 % de colas extemas
- Clasificar pólizas por frecuencia o severidad.
- Análisis descriptivo, considerando:
    - ✓ Ramo
    - ✓ Póliza individual o colectiva
    - ✓ Factores de riesgo (o de selección) tales como pre-existencias, profesión u oficio del asegurado, entre otros
    - ✓ Regiones y su condición socioeconómica
- Estimación de frecuencia y severidad a partir de la segmentación de la cartera, con base en el análisis descriptivo.

Sesión 10. Jueves 17 de Marzo

Anuncios

Plática especial Act. Luis Carlos sobre su experiencia titulándose por tésis y de Machine Learning, acompañada de ejemplos prácticos y su reciente experiencia como consultor en Towers Willis en Negocios Internacionales.

Continuación de Modelos de Riesgo

Estábamos en la parte de cómo hacer la estimación de frecuencia y severidad a partir de una cartera de pólizas de asegurados.

Lo principal es realizar un análisis de frecuencias, en dónde se encuentra la media, entre otras características.

Todos los modelos de riesgo se basan en hacer estimaciones de frecuencia (número de siniestros) y severidad (monto).

- Para la frecuencia, se construye a partir de una función aleatoria; si hay carteras donde se tenga información histórica o se conozcan los datos, se puede hacer un ajuste con una función de probabilidad.
- Para la severidad ocurre algo similar, si se tiene información detallada se puede ajustar una función de probabilidad.

Pero en la vida cotidiana los datos son muy volátiles, entonces tratar de ajustar una función es casi imposible en este tipo de carteras. Por eso lo que se procede a realizar sobre todo en la parte de Solvencia II es generar escenarios y a partir de ahí hacer simulaciones y poder determinar de mejor manera cuál sería el valor esperado de toda la información, además de ver cuál es el peor de los casos y contemplar una media. La importancia es que las compañías dependen de la estimación de siniestralidad para poder determinar tarifas, calcular reservas, hacer balances económicos, realizar inversiones. Si se hace una mala estimación de valores esperados en la cartera, el modelo estará equivocado porque puede haber errores en tarifa, o se tengan que realizar más ajustes que impliquen más gastos.

Para hacer estimaciones se necesita saber si hay congruencia en los datos, adecuaciones a las bases de datos, una segmentación adecuada de información y sensibilizar esa parte.

Modelo Individual de Riesgo

La **Teoría del Riesgo** considera el riesgo total (enfrentarse a siniestralidad y que esos siniestros deriven en gastos que se deban afrontar) de una compañía como el resultado que acontece a todas las pólizas individuales que componen una cartera.
En particular el **Modelo Individual de Riesgo** la variable aleatoria S representa el costo total de la cartera, es decir, la siniestralidad total en un periodo determinado de tiempo.
La suma total de las variables aleatorias corresponde a la siniestralidad de cada una de las pólizas. En este caso las variables aleatorias corresponden al número de la póliza $X1, X2, ..., Xn$
Su representación matemática es la siguiente: La suma de las variables aleatorias de siniestralidad

$$S = X_1 + X_2 + X_3 + ... + X_n$$

Hipótesis del Modelo Individual

✓ X_i reprsenta la variable aleatoria de la cuantía de un siniestro de la $i - esima$ póliza o riesgo

✓ n es el número de riesgos o pólizas individuales

✓ El modelo se aplica a una cartera cerrada, es decir finita, en otras palabras se sabe cuántas pólizas o riesgos tiene mi cartera

✓ Es a corto plazo (1 año)

✓ Las distintas cuantías de los siniestros, denotadas por las variables aleatorias $X_i's$ son independientes entre sí, por tanto el siniestro de una póliza no depende del de otra, por lo que:

$$\mathbb{E}[S] = \sum_{i=1}^{n} \mathbb{E}[X_i] \qquad \text{Media de los escenarios}$$

$$Var[S] = \sum_{i}^{n} Var[X_i]$$

Nos interesa conocer estos valores porque todos los cálculos que se hacen dependen del valor esperado, se busca que haya una gran similitud al valor real

✓ La cuantía total de cada póliza o riesgo debe ser la suma del importe de cada uno de los siniestros que presente (1 año). Es decir, puede pasar que cada póliza en el mismo periodo, tenga más de un siniestro, en este caso se toma el agregado (todos los siniestros).

$\longrightarrow$ Como son carteras cerradas no se estima en este tipo de modelos el número de pólizas o de siniestros al cuál se esperan exponer, se basa todo en la severidad, es decir el monto.

Comparativo

- Solvencia I aplicó desde 1990 cuando surgió la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas hasta el 2014, se calculaba el Capital Mínimo de Garantía basado en porcentajes. No contemplaba otros riesgos y eventualidades; generaba reservas que se estimaban suficientes con métodos determinísticos, en lugar de generar escenarios y simular solo se calculaba un solo escenario y a partir del resultado se constituía la reserva. Empezó a haber problemas de solvencia, cambios en el mercado y resultados catastróficos que orillaron a las compañías a adaptarse a Solvencia II (Modelo Europeo).

- Co la llegada de Solvencia II a México, llegó un esquema regulatorio que era muy parecido al esquema francés por cuestiones históricas del país, en lugar del Capital Mínimo de Garantía, se implementó un Requerimiento de Capital de Solvencia. La compañía debe tener dinero suficiente para afrontar los riesgos que no sean de siniestralidad (de mercado, financieros, técnicos cuando hay desviaciones de siniestralidad, operativos, de contraparte). Es un modelo complejo con muchos análisis por detrás.

  También se les pide un margen de riesgo, que es un porcentaje que se asume y otro que se cede.

  El BEL (Best Estimate of Liabilities) o Mejor Estimador es la reserva por el puro riesgo.

Sesión 11. Sábado 19 de Marzo

Sesión 12. Miércoles 23 de Marzo

Ejercicio TIR

Considere una cartera de 21 pólizas individuales de seguros de vida a corto plazo (es decir, 1 año) como se indica en la siguiente tabla:

Tasa de Mortalidad \ Suma Asegurada	\$2	\$3	\$4	\$5
0.04	1	1	2	1
0.05	0	2	3	3
0.06	1	1	2	4

Los números debajo de la suma asegurada indican cómo se distribuyen las pólizas.

Usando el Modelo Individual, calcular la esperanza $\mathbb{E}[S]$ y la varianza $\mathbb{V}ar[S]$ de la siniestralidad total.

Solución

En general en este tipo de modelos se utiliza una distribución binomial porque ocurre (con una probabilidad) o no ocurre (con cierta probabilidad). Justo eso necesitamos para calcular dicha esperanza y varianza.

De acuerdo a lo que vimos la Sesión pasada, las pólizas son independientes porque el siniestro de una no depende del de otra. Por tanto:

$$\mathbb{E}[S] = \sum_{j=1}^{n} q_j \mathbb{E}[c_j] \qquad \text{Donde el monto de suma asegurada está dado por } c_j$$

En un problema cómo este el monto es conocido, y la esperanza se puede calcular de manera constante. Pero en caso de que las sumas aseguradas fueran variables, o que estuvieran clasificadas por rangos, habría que hacer simulaciones o ver si se distribuyen de alguna manera esos montos para hacer el cálculo.

Por eso el Monto de Suma Asegurada o Siniestralidad **puede ser fijo (constante) o variable (que se distribuya como una variable aleatoria).**

La siniestralidad de una cartera depende de las probabilidades de ocurrencia y de distintos grados de severidad, por eso hay que construir una distribución en algunos casos. Esa es la parte complicada del **Modelo Individual del Riesgo**, hacer esa simulación.

Retomando las propiedades vistas en Sesión, tenemos que

$$\mathbb{V}ar[S] = \sum_{j=1}^{n} \left[q_j \mathbb{V}ar[c_j] + q_j p_j \mathbb{E}^2[c_j] \right] \qquad \text{Donde el complemento de las tasas es } p_j \text{ pues es binomial}$$

Los resultados se encuentran en el Excel Modelo individual vs Modelo colectivo.

Se tiene que calcular con todas las pólizas de la cartera porque precisamente es Modelo Individual.

Posteriormente, la varianza la calculamos porque muchas veces tenemos carteras en dónde hay mucha volatilidad, es decir con respecto al monto promedio de la cartera, puede ser que exista una desviación muy fuerte. Puede que el modelo no sea tan óptimo y tenga que generar escenarios para la disminuir la volatilidad.

Al final como cada una de las pólizas es independiente entre sí, puedo tomar la suma de las pólizas agregadas en total.

E[Cj]=SA

Póliza	qj	SA	E(Si)	Vas(Si)
1	0.04	2	0.08	0.1536
2	0.04	3	0.12	0.3456
3	0.04	4	0.16	0.6144
4	0.04	4	0.16	0.6144
5	0.04	5	0.2	0.96
6	0.05	3	0.15	0.4275
7	0.05	3	0.15	0.4275
8	0.05	4	0.2	0.76
9	0.05	4	0.2	0.76
10	0.05	4	0.2	0.76
11	0.05	5	0.25	1.1875
12	0.05	5	0.25	1.1875
13	0.05	5	0.25	1.1875
14	0.06	2	0.12	0.2256
15	0.06	3	0.18	0.5076
16	0.06	4	0.24	0.9024
17	0.06	4	0.24	0.9024
18	0.06	5	0.3	1.41
19	0.06	5	0.3	1.41
20	0.06	5	0.3	1.41
21	0.06	5	0.3	1.41

Individual

Resultados		
E[S]=	4.3500	4,350.00
Var[S]=	17.5635	
SD[S]=	4.190883	

Esto significa que el valor esperado de la siniestralidad es de $4.3, con una desviación de más/menos $4.19.

En promedio esperariamos pagar 4.3500 tomando la cartera de 21 pólizas, las probabilidades de muerte y dichas sumas aseguradas a un año.

La desviación es algo elevada por arriba o por debajo de la media de 4.190. En realidad, lo que nos indica es que se puede ajustar otro modelo o hacer simulaciones para disminuir esa desviación respecto al valor promedio.

#

Si el monto fuera variable, y tuviera que modelarlo, se puede hacer un modelo muy complejo, si se quiere hacer el proceso póliza por póliza porque normalmente son carteras extensas.
A partir de este dato que yo obtuve, es un escenario; es el BEL, mientras más estable sea el escenario, quiere decir que es un valor ya estándar al cual se le puede dar cierto grado de confiabilidad. Luego voy a evaluar mi desviación, el punto es que mientras haya más simulaciones, más bajo sea el valor de la volatilidad.
Solvencia II tiene un Requerimiento de Capital de Solvencia para las compañías, por ello se busca que exista un balance dentro de los valores y haya estabilidad en los valores, sobretodo en la desviación.
En pocas palabras:

- El BEL lo constituye la esperanza.
- El RCS lo constituye la desviación estándar.

Dato Interesante:
Normativamente hablando las compañías estuvieron sobradas tres veces por encima del capital requerido por ley. Gracias a eso, las compañías pudieron hacerle frente a la pandemia.

En su momento el Modelo Individual funcionó muy bien porque antes las carteras de asegurados no eran muy grandes, y era víable hacer estas estimaciones; conforme pasó el tiempo esto dejó de ser tan víable y con el crecimiento de las carteras el proceso se volvió más complicado (aunque si se puede encontrar aplicaciones).
Con Solvencia II se tendría que construir una **Convolución**, para sumar las variables aleatorias. Primero ajustar una distribución a los datos, y posteriormente ver cómo se modelan en conjunto.
Hay que generar escenarios, pero hacer esto para pólizas de una cartera muy grande es muy complejo. Porque hay que considerar que son distintos escenarios por póliza, y por cada póliza, además hay que considerar factores como edad, sexo, ocupación y otros que afectan al riesgo, por tanto la simulación se vuelve muy complicada.
Hacer Convoluciones a nivel macro se vuelve invíable.

Sesión 13. 24 y 28 de Marzo

Complemento de la Teoría Individual del Riesgo

Una vez que calculamos esperanza, varianza y elegimos el mejor modelo se tiene que evaluar la probabilidad de ruina, es decir qué tan probable es que se tenga ruina dado un valor promedio de siniestralidad, comportamiento en flujo, ingresos, entre otras cosas. Se busca que dicha probabilidad sea mínima.
Lo que suele hacerse es una aproximación a partir del Teorema del Límite Central, suponiendo que cómo la información es de gran volumen se distribuye de manera normal, a partir de ahí se puede hacer una aproximación de probabilidad de ruina con la Normal Estándar (estableciendo algunos supuestos).

Ejercicio

Una aseguradora para afrontar las reclamaciones S cobrará en un principio $\mathbb{E}[S]$, pero adicionalmente cobrará un recargo o porcentaje extra denominado Θ (este porcentaje se cobra previniendo una desviación en siniestralidad, se hace el ajuste en esa prima de riesgo según distintos factores cómo la exposición al riesgo, el sexo, entre otros), entonces se va a buscar un recargo recargo Θ tal que la probabilidad del valor agregado de la siniestralidad sea menor a 1 menos el recargo extra del valor esperado de la siniestralidad, es decir:

$$\mathbb{P}\left[S \leq (1+\Theta)\mathbb{E}[S]\right] \leq 1-\alpha \qquad \text{Donde } 0 \leq \alpha \leq 1$$

El α es un porcentaje de riesgo que asume la compañía. Por lo general puede oscilar en valores pequeños hasta 5 %. Es decir un nivel de confianza al 95 %, se pide para que la compañía no caiga en ruina.

$\boxed{\text{Solución.}}$

Considerando las propiedades del Modelo Individual donde los distintos riesgos son independientes y por tanto se puede considerar la propiedad de que el valor esperado de la siniestralidad es la suma de los valores esperados de cada uno de los riesgos, entonces: La distribución de la variable S se puede determinar a través del Teorema del Límite Central para una n suficientemente grande. (Algunos dicen que aplica para $n > 30$, aunque no siempre se sigue esa tendencia). De tal manera que se cumple lo siguiente:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}\left[S \leq (1+\Theta)\mathbb{E}[S]\right] &= \mathbb{P}\left[S-\mathbb{E}[S] \leq \Theta\mathbb{E}[S]\right] \qquad \text{Por el TLC}\\ &= \mathbb{P}\left[\frac{S-\mathbb{E}[S]}{\sqrt{Var(S)}} \leq \frac{\Theta\mathbb{E}[S]}{\sqrt{Var(S)}}\right]\end{aligned}$$

De donde:

$$\mathbb{P}\left[\frac{S-\mathbb{E}[S]}{\sqrt{Var(S)}} \leq \frac{\Theta\mathbb{E}[S]}{\sqrt{Var(S)}}\right] = 1-\alpha \qquad \text{Con un } \alpha = 5\,\%$$

$$\frac{S-\mathbb{E}[S]}{\sqrt{Var(S)}} \sim N(0,1)$$

donde $\mathbb{E}[S]$ son los ingresos y S los egresos

Si consideramos $\alpha = 5\,\%$ debemos buscar el cuantil de $1-\alpha = 95\,\%$ debemos usar la Tabla de la Normal(0,1) para encontrar el valor que buscamos. Así tenemos que:

$$\phi(1.645) = 0.95$$

De esta manera, tenemos:

$$\frac{S-\mathbb{E}[S]}{\sqrt{Var(S)}} = 1.645$$

Este valor va a ir cambiando según el cuantil buscado en la tabla de la normal. Si obtenemos los momentos en Teoría Individual podemos conocer el recargo para dicha probabilidad.

Si no hay un dato exacto en la tabla de la normal, se hace un promedio entre los dos valores para obtener una mejor aproximación.

Si se calculan los momentos, podemos hallar el recargo tal que se tenga la mínima probabilidad de riesgo. Según el apetito de riesgo de la compañía se puede estimar el mejor recargo, pero hay que tener cuidado de que dicho recargo no sea tan alto, para que la prima todavía sea competitiva y se encuentre en una cartera financieramente sana.

Datos adicionales:

Hay diferencia entre ruina y quiebra. La ruina quiere decir que una línea de negocio no sea financieramente víable y que genere pérdidas. Quiebra quiere decir que la compañía no tiene recursos suficientes y no tiene solvencia para enfrentar sus obligaciones. Lo que queremos es que la compañía no caiga en ruina en alguna de sus líneas de negocio.

El Modelo Individual nos va a servir para calcular la esperanza de la siniestralidad y posteriormente hacer la evaluación de la probabilidad de ruina.

A veces se compensan las líneas de negocio, por ejemplo en productos de daños, hay ramos en donde hay riesgos más elevados que en otros. Por eso la siniestralidad se puede *compensar*.

En los problemas encontramos el valor esperado, pero cuando calculamos el percentil, encontramos el valor para el cual hay una probabilidad baja de ruina.

Límite Máximo de Retención

Ejercicio aplicado de TIR para calcular el Límite Máximo de Retención

Consideremos un seguro temporal a 1 año, el portafolio se comporta como sigue:

Suma Asegurada	Contratos (Pólizas)
10000	8000
20000	3500
30000	2500
50000	1500
100000	500
	16000

Todos los contratos tienen la misma probabilidad de reclamación $q = 0.02$. La compañía tiene un límite de retención por cada contrato de \$20000. Es decir todo lo que sea menor o igual a esa cantidad la compañía se lo va a quedar y lo que exceda lo va a transferir a otra compañía. De acuerdo a los datos, hay 4500 contratos que exceden ese límite. La compañía solo asume los \$20000 y el resto de suma asegurada lo cede. El costo por reaseguro es de 0.025 por unidad de cobertura (por cada contrato que se cubre, ese es el reaseguro). La compañía desea minimizar la probabilidad de que las reclamaciones retenidas más el costo de reaseguro excedan los 8250000. ¿Cuál sería el límite óptimo de retención?

Solución.

Para simplificar los datos, vamos a definir b_k como la suma asegurada de $10000 \cdot k$ y n_k el número de contratos o pólizas con beneficio b_k.

Entonces, considerando solo las sumas aseguradas que la compañía va a retener, tenemos que las sumas aseguradas para la aseguradora quedan de la siguiente manera:

b_k	n_k
1	8000
2	8000

Esto debido a que son 16000 pólizas en total, 8000 se cubren en la primera parte, pero el resto solo cumplen el tope hasta 20000. Es decir, la información se agrupa de la siguiente manera para conocer las obligaciones de la compañía utilizando el Límite Máximo de Retención de 20000.

De aquí que empleando las fórmulas del Modelo Individual del Riesgo, se tiene que:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}[S] &= 8000(1)(0.02) + 8000(2)(0.02) \\
&= 480 \\
\mathbb{V}ar[S] &= 8000(1)^2(0.02)(1-0.02) + 8000(2)^2(0.02)(1-0.02) \\
&= 784
\end{aligned}$$

Las sumas aseguradas del portafolio son

$$8000(1) + 3500(2) + 2500(3) + 1500(5) + 500(10) = 35000$$

Y de aquí el monto retenido está dado por

$$8000(1) + 8000(2) = 24000$$

Así la aseguradora asume 24000, de 35000 posibles.
Por lo tanto el monto cedido sería 35000-24000 = 11000. Y finalmente, como tenemos el dato del costo de reaseguro, tenemos que el costo por reaseguro es 11000(0.025) = 275.
Para determinar la probabilidad de ruina de este portafolio, suponiendo que sigue el comportamiento de una función de distribución $Normal(0,1)$ y aplicando el Teorema del Límite Central, tenemos que:

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}[S + 275 > 825] &= \mathbb{P}[S > 550] \\
&= \mathbb{P}\left[\frac{S - \mathbb{E}[S]}{\sqrt{Var(S)}} > \frac{550-480}{\sqrt{784}}\right] \\
&\approx 0.0062 \\
&\approx 0.62\,\%
\end{aligned}$$

Recordemos que el nivel de siniestralidad era 8250000, pero trabajajamos con unidades de millar
Esta es la probabilidad de ruina si nos quedamos con un Límite Máximo de Retención de 20000, pero para obtener el valor óptimo hay que modificar dicho límite, y ver si la probabilidad disminuye o aumenta. Si disminuye, todavía no hay óptimo, si aumenta eso quiere decir que está en un valor ya conocido. Es un proceso iterativo.

Después de ir probando con distintos límites qué pasa con la probabilidad de ruina, se puede generalizar de la siguiente manera:

b_k	n_k
1	8000
2	3500
3	2500
a	2000

Los resultados serían:

- $\mathbb{E}[S] = 450 + 40a$
- $\mathbb{V}ar(S) = 872.2 + 39.2a^2$
- La suma asegurada retenida sería 22500 + 2000a
- El costo de reaseguro sería 312.5 -50a

Introducción a Teoría Colectiva del Riesgo

No podemos tratar una cartera heterogénea con Modelo Colectivo porque al sacar el promedio general de la cartera, habría mucha desviación y volatilidad en el monto. No es una cartera necesariamente cerrada, es finita, pero se le pueden agregar riesgos.
En Teoría Individual hay análisis póliza por póliza entonces hay menos riesgos de que pase la desviación. Porque el valor agregado de la siniestralidad contempla las características de cada cartera.
En los **Contratos Automáticos de Reaseguro** se reasegura una cartera completa de riesgos homogéneos. Se puede evaluar con TCR porque son homogéneos. En los **Contratos Facultativos** se evalúan las probabilidades individuales y conviene usar TIR.

¿Cómo elegir el mejor modelo?

Va a depender de qué información tenga y cómo pueda tratarla. Al final, ambos estiman la siniestralidad, que es la variable crucial en una compañía de seguros.

Sesión 14. Lunes 18 de Abril

Revista actualidad en seguros y fianzas

Es una página importante que tiene información relevante para el sector actuarial. Está enfocado en seguros, pero también se incluyen noticias del sector financiero, económico, estadístico y en general temas que se mantienen en constante actualización.

Se incluye:

- El panorama analítico del sector por trimestre, incluyendo primas.
- El Sistema de Información Oportuna es un desglose de información financiera. Se puede encontrar el Balance General y el Estado de Resultados.

  Lo importante es que si se quiere analizar una compañía en particular, se puede ver el comportamiento particular de su cartera de asegurados en cuanto a primas, en cuanto a su siniestralidad.

  También los costos son importantes, para la gestión de la cartera de asegurados. Hay aseguradoras que tienen costos muy altos, tanto que tienen una pérdida técnica, lo que hace que tengan cierta ganancia es el rendimiento financiero de las inversiones que hacen.

  Incluso se puede ver la utilidad, que a decir verdad, se debe en gran medida a las inversiones.
- El Desempeño Oportuno del Sector es un reporte que hacen en el área de desarrollo de la CNSF.
- La Coyuntura Económica y de Seguros incluye un análisis a nivel sectorial.
- Datos abiertos son bases de datos que se pueden consultar.
- Información estadística del sector.
- Lista de instituciones autorizadas.

Reservas

En cuanto al tema de reservas, es una parte importante en el Balance General, principalmente en pasivo. En el mercado, se indica que la parte de reservas técnicas abarca aproximádamente el 80 % de los pasivos. Los activos deben estar respaldos por pasivos y capital. La mayoría del activo que son inversiones, corresponden a reservas técnicas. Se invierten las reservas, pero a su vez es un dinero que está comprometido en las reservas técnicas de los seguros.

Se debe tener una estrategia bien elaborada para tratar las reservas.

El título 5 de la CNSF incluye la parte de reservas técnicas.

Para calcular un buen estimador, se tiene que considerar el plazo del producto.

Información importante para reservas

- Prima emitida, para ver cuál es el ingreso total que tuvo la compañía
- Prima de tarifa devengada, porque para la Reserva de Riesgos en Curso hay una diferencia en la valuación. Hay un cambio de devengaciones en el tiempo.
- El número de siniestros.
- Cuántas primas retiene y cuantas cede, para obtener después el factor de retención en distintos años.

Triángulos de las reservas técnicas

La información que se le entrega a la CNSF es por medio de triángulos.

Se le llama año o periodo de desarrollo los números que se incluyen.

Se espera que el comportamiento de la siniestralidad vaya disminuyendo, porque se espera que se reporte la mayor cantidad de siniestros en el año de origen. Además en los seguros de corto plazo como se van renovando, va cambiando el año de origen.

El **método estatutario** para **RRC** no requiere tener información acumulada, pues trabaja mediante se va presentando la siniestralidad.

Para **SONOR** no hay siniestros en el año 0, registrados posterior a cuando fueron reportados. De igual manera en el **método estatutario** la información no se acumula.

Método Estatutario

- Triángulo de factores: Cuánto representa la siniestralidad respecto a la prima emitida, por cada periodo de desarrollo. Si representan un porcentaje elevado, hay que adoptar estrategias.
- Parte gris del triángulo de factores: Para estimar los otros años de desarrollo, se puede realizar un aleatorio y que en la parte restante, nos devuelva uno de los factores ya conocidos.

  En ambos factores, se debe de tener en claro que el factor de SONOR es menor a RRC. Es decir se espera una siniestralidad menor.
- Aplicando los factores a la prima emitida, se puede generar una siniestralidad esperada en el triángulo inicial.

- La variable r_i representa el total de siniestralidad por año de origen. Y es la suma de la siniestralidad por año.
- La variable FS_i representa el factor de siniestralidad, que es la valuación de siniestros entre la prima emitida, según el año de origen.
- Los flujos de siniestralidad última esperada, son tomados de la diagonal, que es la siniestralidad presentada en el ultimo periodo conocido de información.
- La tasa libre de riesgo depende de cómo se proporcione.
- La variable $F_{RRC}(t)$ es un factor de devengamiento de los flujos totales.
- La variable $F_{RRC}(t) * V^{t-1}$ son los flujos anteriores, traídos a valor presente con la tasa libre de riesgo.
- La DU_{RRC} es la duración es importante para calcular el componente de margen de riesgo que implican las reservas. Cuánto espero que persistan mis obligaciones en el tiempo.

Este mismo proceso se sigue para SONOR, esta parte es determinística, porque si se hace una vez, estos son los factores a considerar para calcular el mejor estimador.
Pero con Solvencia II, la idea es que sea estocástico y generar escenarios a través de simulaciones y tener distintos factores y posteriormente hacer un promedio.

Simulaciones
Lo que se hace es generar las simulaciones de la variable FS_i que es el factor de siniestralidad última.
Se hace mediante: El promedio de estas simulaciones o bien el percentil al 99.5 %
α son costos de la compañía.
Con el dato de la *Prima de Tarifa no Devengada* y el *Factor de Siniestralidad Última* se obtiene el **BEL de Riesgo** que es el estimador, únicamente para riesgos.
Con el **Método Estatutario** se asegura tener cálculo homogéneo y que no se vean sesgados los resultados.
Con más información se pueden hacer más ajustes a este método.

Margen de Riesgo
Es un colchón a las reservas, que tiene que ver con tasas del mercado. Representa ese porcentaje de ganancia o beneficio que tendría al obtener una cartera de asegurados.

BEL

Con ese estimador podemos hacer un cálculo más preciso y tener la reserva suficiente con siniestralidades que aún no tenemos, pero podemos estimar.

Chain Ladder

Se tiene un triángulo de desarrollo, donde se acumulan las siniestralidades en cada periodo de desarrollo.

Sesión 15. Martes 19 de Abril

Con los factores de crecimiento y decremento conforme pasa el tiempo y se busca hacer una estimación lo más precisa posible de qué siniestralidad habrá los siguientes años respecto al año de origen de las pólizas o los riesgos y posteriormente obtener el cálculo final de cuánto hay que reservar para hacer frente a sus obligaciones.

Método de Bornhuetter Ferguson

- Hay que acumular la siniestralidad.

  Es una diferencia respecto al **Método Estatutario**, en el cual se compara el porcentaje que representan los siniestros por año de desarrollo respecto a la prima emitida total de cada año de origen. Si ahí acumulamos no nos dará el dato requerido.

- Posteriormente se obtienen factores de crecimiento. Como son acumulados, siempre habrá incrementos. Así se hace con todos los años.

- Se obtiene un promedio de los factores de crecimiento.

  Se pueden obtener varios factores, por ejemplo proporciones, por año de desarrollo. Pero lo más común es usar el promedio.

- Se obtiene una proporción acumulada, se parte de 1 y se va multiplicando por la proporción por la que se incrementan los siniestros por año de deasarrollo. Ya sea por promedio o por proporción.

- Como la siniestralidad se acumula, entonces la diagonal representa la última siniestralidad de cada uno de los años de origen. Por eso se toman esos valores, representan el último pago de pérdidas de los siniestros.

  Para completar el triángulo, se realiza con los factores de crecimiento.

  Con los factores acumulados que significan la proporción de aumento por año de origen de los siniestros, se multiplica la última siniestralidad conocida para estimar de los siniestros que faltarían por cubrir o los últimos siniestros por año de origen.

- Al sacar la diferencia, estaría sacando lo que tendría que reservar para cubrir esos periodos faltantes de desarrollo.

- Posteriormente, se requiere hacer un procedimiento con un ratio. En nuestro caso el ratio de pérdida ya está dado. Por lo general las compañías se hacen estimaciones o mediciones, por ejemplo respecto con la prima emitida, que siniestralidad espero que exista (proporción).

- Partimos de la última siniestralidad. Además se tiene un apartado de siniestros pagados a la fecha que es la diagonal del triángulo, a partir de esos datos, se saca un factor que se llama factor de última siniestralidad. Ese factor último es el acumulado que tenemos arriba (que es lógico pues es a partir de donde estimamos la siniestralidad).

- Aquí entra la diferencia con otros métodos. **Aquí en este método se usa la prima emitida.**

  En general lo correcto sería aplicarlo sobre la parte retenida, porque la cedida se manda a reaseguro.

  A partir de esa prima emitida, y con el loss ratio, se va multiplicando por ese factor.

  Al final con esos datos, se puede calcular la reserva. Es la parte que me faltaría pagar de la siniestralidad. Al final se suma y ese es el dato a considerar.

  Se puede comparar los métodos, más que la forma de aplicarlos, es el impacto que puede causar cada escenario.

  Puede ser que el ratio genere desviaciones en caso de que no se calcule de la manera correcta.

Método de la Razón

- Se parte de un triángulo acumulado de siniestros.

- Se sacan factores entre un año y otro.

- Se saca un promedio de dichos factores

  En este método se requiere un factor de siniestros que aún quedan por pagar. En este caso ya está definido.

- A partir de esos factores acumulados y de los valores de la diagonal se puede hacer una estimación de la siniestralidad por año de origen.

- La estimación de esos valores, respecto de los valores conocidos es el IBNR.

En el **Método de Bootstrap por factores** se juega con el acomodo de los factores para que al hacer la estimación de los facrtores acumulados, se vaya cambiando para generar distintos escenarios y al final la estimación de la siniestralidad esperada final se mueva, lo que implica que la reserva también se vaya modificando. En el mismo método pero por **montos** se saca diferenciales para hacer el remuestreo.

Sesión 16. Jueves 21 de Abril

Método de Bootstrap

Para las conclusiones:

Los valores de la diagonal son los valores que tienen un efecto en el cálculo de la reserva. Esto sucede debido a que independientemente del método, buscamos la última siniestralidad conocida para poder proyectar o estimar los posibles siniestros que se puedan presentar a futuro.

El objetivo de este método es hacer un remuestreo de los datos, este remuestreo se usa para aproximar el sesgo o la varianza de un elemento estadístico que queramos.
El elemento aleatorio y estocástico ayuda a que las reservas no sean tan conservadoras.

Sesión 17. Miércoles 27 de Abril

Vamos a utilizar información estadística del mercado del sector asegurador, obtenida de las SESAS de información que tiene la CNSF.

Las SESAS son información estadística que tienen que reportar las compañías aseguradoras a la CNSF de manera anual. En esa información se reportan las pólizas vigentes, la prima emitida por esas pólizas, los siniestros, las cancelaciones, bajas, y en general viene la información necesaria de cada póliza. Son bases de datos grandes.

Al final lo que se genera con esa información son extracciones, con efectos de esta práctica, por tanto no hay que hacer cruces entre bases.

La idea es descargar información más actual para trabajar con ella.

- Se coloca en el buscador SESAS de la CNSF.
- Se elige el primer link.
- Omitir el 2021, porque cambiaron varias cosas.
- Se busca la parte de seguros, en el ramo de autos.
- El manual para póliza individual es importante, para ver cómo se integra la base de información.

Si se elige el segundo link:

- En el segundo link viene la información estadística del mercado.
- Elegimos el sector asegurador.
- La información estadística detallada es la que necesitamos, porque el objetivo de la práctica es que saquemos la prima de credibilidad por modelo, segmento y cobertura.
- Responsabilidad civil (incluye daños a terceros), daños materiales (coalición o choques), robo total o parcial son las tres principales coberturas en autos. También hay defensa jurídica.
- A veces existe la responsabilidad civil ambiental, por ejemplo cuando hay choques con árboles o cuando existen afectaciones a nivel ambiental.
- Los servicios adicionales comúnmente se conocen como servicios conexos.

- En los seguros de flotilla a veces se encuentra el mismo modelo de auto asegurado, pero una flotilla interesante sería grupo Cruz Azul, desde los autos que usa la cementera hasta los que usan los jugadores.

- Nos vamos a autos individual bases

Sesión 18. Jueves 28 de Abril

Introducción

Credibilidad no solamente se aplica a los seguros, también puede ser un tema dentro de las finanzas y la estadística.
Dentro de la Teoría de la Credibilidad, partimos que la información tiene una distribución libre, y a partir del Teorema de Bayes de la Estadística Bayesiana, podemos hacer modelos, de tal manera que si no tenemos experiencia individual, podemos tomar experiencia del mercado. El punto es hallar un factor de credibilidad que sea útil.
Se busca hacer el cálculo óptimo de una prima.
Los seguros se rigen bajo un principio de solidaridad, unos pagan para que se beneficien otros.

Modelos de Credibilidad

Desarrollo en el tiempo

1.) Modelo Inicial de Whitney (1918)

2.) Modelos Clásicos de Teoría de la Credibilidad

- Credibilidad Parcial
- Credibilidad Total

3.) Modelos Bayesianos (1945) Bailey y Mayerson

Mezcla entre modelos clásicos y aplicando condicionales con Teorema de Bayes.

4.) Modelo de Bhülmann de Distribución Libre (1967)

5.) Modelo de Bhülmann - Straub (1972)

Es una aplicación con más elementos que el de Bhülmann.

6.) Modelos de Credibilidad Múltiples (2008)

Evolucionan con el mercado y las necesidades que se van presentando.

Luego se sacan tarifas experimentales que en ocasiones se estiman con modelos de credibilidad. Posteriormente se analiza en el mercado si dichos precios son rentables según el mercado.

De una forma simple, en los modelos de credibilidad se propone que la prima que debe pagar un asegurado, incluya tanto la experiencia individual, como la del colectivo. De este modo quedaría expresada de la siguiente manera:

$$P = Z(X) + (1 - Z)(C)$$

Donde:

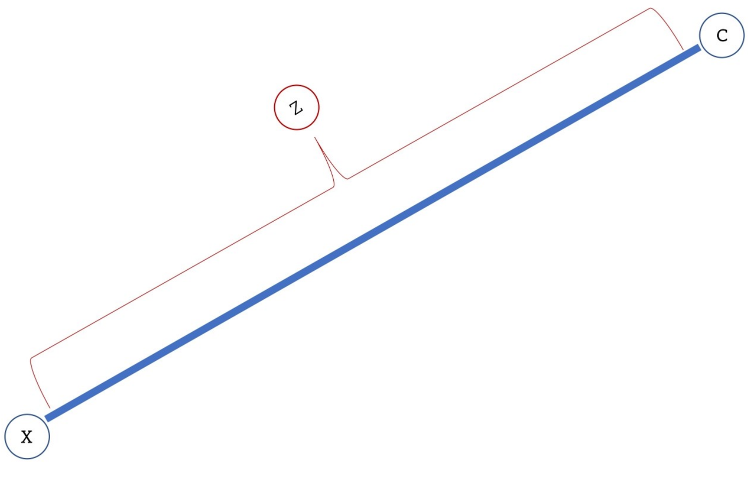
- P = Prima
- Z = Factor de credibilidad
- X = Experiencia modelo individual
- C = Experiencia modelo colectivo

De esta manera es una expresión de una combinación lineal, se pueden hacer muchos tipos de combinaciones, según el factor de credibilidad.

✓ Mientras más bajo sea ese factor, se le dará mas peso al valor de mercado que al valor individual.

✓ Si es al revés se le da más peso a la parte individual que a la del mercado

Esto depende de los datos que haya y de los análisis que se haga en torno a ellos.
Si hay mucha volatilidad no se puede dar mucho peso a esa información porque no es confiable y no se nota una tendencia clara. Caso contrario a cuando si se tiene información confiable y homogénea.
Gráficamente si se parte de la información de experiencia individual y colectiva, el factor de credibilidad es el que entra en juego.



El factor tiene que estar entre 0 y 1, pues al final es una ponderación, para ver a qué experiencia nos acercamos más.

El factor de credibilidad debe satisfacer lo siguiente:

- ✓ Ser una función en el tiempo de vigencia de la póliza.

  En su mayoría estos modelos se usan para seguros de corto plazo, porque por ejemplo en los seguros de vida hay muchos factores como diversos decrementos, temporalidad muy grande y también tasas que entran en juego, lo que hace más difícil su implementación en seguros de largo plazo.

- ✓ Ser una función creciente, de modo que se aproxime a 1 cuando n que es la cantidad de pólizas, tiende a infinito. Mientras más grandes es el volumen de la cartera, el factor de credibilidad tiende más hacia 1, porque por Ley de los Grandes Números la cartera es más estable y por tanto más confíable (más creíble).

  Infinito realmente es un comportamiento.

  Por el contrario, si el tamaño de la cartera es más pequeño, el factor de credibilidad, se puede aproximar a 0. Si se tiene una sola póliza no le puedo dar tanta confianza a ese comportamiento.

- ✓ También debe ser una función creciente de la varianza de las primas teóricas. Las primas teóricas son el tradicional promedio.

  En un seguro de automóviles, si tenemos el número de siniestros y el monto de siniestros, podemos sacar la prima teórico, sin gastos ni utilidad, solo cuánto de costó el riesgo en promedio. Si tenemos una marca con muchos modelos de autos, podemos determinar cuál es la varianza de esa prima promedio entre los modelos. Mientras más varianza, menor credibilidad de la información debido a la volatilidad de los datos.

Ejemplo.

Supongamos que se tiene una cartera compuesta por 2 pólizas. Las cantidades reclamadas de 2007 y 2008 son las siguientes:

Año	Póliza 1	Póliza 2
2007	20	30
2007	10	20

Estimar la prima de credibilidad para cada póliza.

Solución.

Para esto, se parte de un principio de la cantidad media reclamada, por ello se requiere conocer el promedio de la reclamación de la póliza 1 y de la póliza 2, de donde:

- $\bar{X}_1 = \frac{20+10}{2} = 15$
- $\bar{X}_2 = \frac{30+20}{2} = 25$

Si lo tomamos de esta manera, los dos montos serían la experiencia individual por póliza.

Necesitamos la experiencia del colectivo, lo cual es el promedio de las reclamaciones de la cartera. De donde:

- $\bar{X} = \frac{30+50}{2} = 40$

Con estos datos y la expresión de la prima de credibilidad tradicional se puede hacer el cálculo de una prima. Nos va a faltar el factor de credibilidad que veremos más adelante.

Por tanto, las primas de credibilidad por póliza, serían:

✓ Póliza 1

$P = Z(15) + (1 - Z)(40)$

✓ Póliza 2

$P = Z(25) + (1 - Z)(40)$

Probando con distintos factores de credibilidad, tenemos

- Si $Z = 1$ la parte de colectivo se vuelve 0 y todo el peso de lo lleva el factor individual, por tanto las primas quedarían en términos de la experiencia individual. Es decir, se le da todo el peso a la experiencia individual.
- Si $Z = 0.5$ se le asigna la mitad de peso a la experiencia del individual y al colectivo.

- Si $Z = 0$ se le da peso a la experiencia colectiva.

En este modelo tradicional, el punto consistía en darle un peso según el comportamiento de la siniestralidad y de la volatilidad.

Por ejemplo si el comportamiento es similar a nivel mercado y a nivel individual, se le puede hacer una ponderación 50/50. Se debe hacer un buen estimador del mercado.

El factor contempla elementos de variación en el tiempo, la cantidad de años disponibles, la cantidad de pólizas que se tienen en la cartera y qué tan homogénea es la información.

Tras lo anterior entra el Teorema de Bayes, para condicionar ciertos elementos.

Sesión 19. Sábado 30 de Abril

Teoría de la credibilidad total

La teoría de la credibilidad surge en el sector asegurador en el contexto de que los clientes de seguros de vida grupales (colectivos) buscaban que la prima que les cobrara la aseguradora se basara únicamente en las características y **experiencia del propio grupo** y no en la experiencia de la aseguradora basada en el sector.

Existen dos formas de enfocar esta teoría, en cuanto al volumen de unidades expuestas o en cuanto a unidades de tiempo para las que se tiene experiencia, ambas expresadas a través de una n que denota el número mínimo que se debe de tener de experiencia propia para poder obtener la credibilidad total.

Desde el punto de vista de la aseguradora, para poder otorgar credibilidad total a una experiencia propia del asegurado, su experiencia debe ser lo suficientemente amplia para cumplir lo siguiente:

$$P\left(\bar{X} - \varepsilon \leq c\,\varepsilon\right) = P\left((1-c)\varepsilon \leq \bar{X} \leq (1+c)\varepsilon\right) \geq p$$

Donde:

- $\bar{X}$: es la media (promedio) de la distribución de la experiencia del asegurado.
- ε : es un valor que representa a la media teórica.
- c : es un factor porcentual de recargo para definir la tolerancia de la desviación hacia arriba (debe ser positivo).
- p : es el nivel de confianza que queremos establecer para dar credibilidad total.

Demostración:

$$P\left(\frac{\bar{X}-\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \frac{c\,\varepsilon\sqrt{n}}{\sigma}\right) \geq p$$

Donde n es en número de asegurados expuestos que se tienen para definir su propia experiencia y definimos a x_p como:

$$x_p = \inf_x \left\{P\left(\frac{\bar{X}-\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}} \leq x\right) \geq p)\right\}$$

Suponiendo que $\bar{X}$ sigue una distribución continua tenemos que:

$$P\left(\frac{\bar{X}-\varepsilon}{\sigma/\sqrt{n}} \leq x_p\right) = p$$

Por lo tanto, para cumplir la condición de credibilidad basta que:

$$\frac{c\,\varepsilon\,\sqrt{n}}{\sigma} \geq x_p$$

De forma equivalente:

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} \leq \frac{c}{x_p}\,\sqrt{n} = \sqrt{\frac{n}{\lambda_0}}$$

Siendo $\lambda_0 = (x_p/c)^2$

$$\text{Var}(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n} \leq \frac{\varepsilon^2}{\lambda_0}$$

De donde podemos deducir la **fórmula de credibilidad total** y definir la n mínima que debe tener el asegurado para que podamos creer en su información completamente:

$$n \geq \lambda_0 \left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

Usualmente, en la práctica, se considera $p = 0.9$, $c = 0.05$ y $p = 0.95$.

Ahora, si consideramos una n suficientemente grande, podemos aplicar el Teorema del Límite Central sobre la v.a. $\bar{X}$ al ser transformada de la siguiente forma:

$$(\bar{X} - x)/(\sigma\,\sqrt{n})$$

la cual, sigue aproximadamente una distribución normal estándar $(0, 1)$.

De aquí podemos aproximar a la p como:

$$p = 2\Phi(x_p) - 1$$

Donde:

- $\Phi(x)$: es la función de Distribución Normal Estándar

Con esto podemos deducir que $\mathbf{x_p}$ **es el cuantil** $\mathbf{\frac{1+p}{2}}$ **de una Distribución Normal Estándar**.

Ejemplo:

Supongamos que cuenta con la experiencia X_j, $j = 1, \ldots, n$ de un contrato de seguro perteneciente a una cartera de seguros y que $X_1, \ldots, X_n$ son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas tipo Poisson de parámetro $\theta = 200$. Vamos a obtener el valor más pequeño de n para suponer credibilidad total a la experiencia observada, suponiendo $c = 0.04$, $p = 0.95$ y que la aseguradora tarifica atendiendo sólo al número de reclamaciones.

Solución:

Recordemos que el criterio de credibilidad total se cumple si:

$$n \geq \lambda_0 \left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

En este caso $\sigma^2 = \varepsilon = 200$, dado que $p = 0.95$ entonces x_p es el cuantil $\dfrac{1+0.95}{2} = 0.975$ de una distribución $N(0,1)$ por lo que $x_p = 1.96$.

Por lo tanto:

$$\lambda_0 = \left(\frac{x_p}{c}\right)^2 = \left(\frac{1.96}{0.04}\right)^2 = 2,401$$

Para cumplir el criterio de Credibilidad Total debería tener como mínimo el siguiente número de asegurados:

$$n \geq \lambda_0 \left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2 = 2,401 \left(\frac{200}{200^2}\right) = 12.005 \quad \text{redondeando enteros} \quad n \geq 13$$

Teoría de la credibilidad parcial

La teoría de la Credibilidad Parcial busca establecer un criterio que permita creerle en cierta medida a la información del asegurado cuando ésta no cumple con el criterio de la Credibilidad Total, es decir, para evitar un enfoque binario de "te creo o no te creo", se busca establecer un criterio que si considere la información del asegurado conforme a la credibilidad que tenga.

Considerando a M como la prima del sector que tiene el asegurado y que cobraría basada únicamente en su experiencia y a $\bar{X}$ como la prima que cobraría basada únicamente en la experiencia del asegurado, podemos definir a la prima de credibilidad parcial P como:

$$P = Z(n)\,\bar{X} + [1 - Z(n)]\,M$$

Donde:

- $Z(n)$: es el factor de credibilidad para el asegurado, está entre 0 y 1.

Recordando parte de la prueba de Credibilidad Total al calcular la varianza de P podemos obtener que:

$$\text{Var}[P] = \text{Var}\left[Z(n)\,\bar{X} + [1 - Z(n)]\,M\right] = Z(n)^2\ \text{Var}(\bar{X}) = Z(n)^2 \left(\frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Por la prueba anterior, el lado derecho se puede igual a ε^2/λ_0

$$Z(n) = \left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)\sqrt{\frac{n}{\lambda_0}}$$

Dependiendo de la distribución, ésta distribución puede ser mayor a 1, por lo que definimos:

$$Z(n) = \text{mín}\left\{\frac{\varepsilon}{n}\sqrt{\frac{n}{\lambda_0}}, 1\right\}$$

Ejemplo:

Con los datos del ejemplo anterior, vamos a calcular el valor del factor de credibilidad para una experiencia de reclamaciones correspondiente a 10 años.

$$Z(10) = \text{mín}\left\{\sqrt{\frac{10(200)}{2401}}, 1\right\} = 0.9126$$

Ejemplo:

Nuestra compañía un Hedge Fund (fondo de cobertura, fondo de inversión libre) tiene un cliente institucional A con un volumen de operaciones promedio de una operación por segundo, enfocado de la compra/venta de divisas GBP, CHF, JPY, USD, AUD.

Por la naturaleza de nuestro cliente compra y vende divisas con la misma probabilidad y realiza ventas en corto para lo cual nosotros otorgamos (prestamos) de la divisa y corremos el riesgo de contraparte por operación independientemente de la divisa cobramos una prima de 2 % de la divisa prestada, sin embargo, nuestro cliente A nos solicita una reducción en la prima bajo el argumento de que su incumplimiento ha sido muy bajo y su tarifa no es justa. Analiza la solicitud del cliente para poder realizar una propuesta cuanto antes.

Se dispone de la siguiente información histórica:

De todas sus ventas en corto ha incumplido en 3,240 ocasiones y el monto por operación realizada es en promedio de 1,000 MXN considerando el tipo de cambio fijo al momento de la operación para todas las divisas.

El cliente hace una operación por segundo en promedio, lo que implica 3,600 operaciones por hora, lo que implica 32,400 operaciones al día (asumiendo que nuestro mercado opera de 8am a 5pm de lunes a viernes)y considerando que el promedio mensual de días hábiles es de 20, entonces el cliente en el último mes ha hecho 648,000 operaciones.De este total estimamos que ha hecho 324,000 operaciones.

Entonces, haciendo el cálculo de la prima con los supuestos actuales, se le ha cobrado:

$$P_{\text{cobrada}} = 324,000\,(1,000)\,(2\,\%) = 6,480,000$$

Sin embargo, considerando que el cliente ha incumplido 3,240 ocasiones, estimamos que su probabilidad de incumplimiento es de $(3,240/324,000) = 1\,\%$, por lo que se observa que con la información proporcionada le hemos cobrado 1 % por encima del riesgo que representa.

¿Es esto evidencia suficiente para ajustar la prima del cliente al 1 %

No, por que no hemos involucrado ningún supuesto estadístico o probabilístico para dar más sustento a nuestros argumentos, hasta el momento hemos hecho cálculos y estimaciones empíricas con la información del último mes.

Vamos a utilizar Teoría de la Credibilidad con la información de A, para validar si podemos ajustar la prima al 1 % que tiene de experiencia propia.

Entonces, comencemos con nuestros cálculos:

- Vamos a asumir $p = 0.9$, $c = 0.05$
- x_p es el cuantil $\frac{(1+p)}{2}$ de una distribución Normal Estándar, por lo que x_p es el cuantil 0.95 de una $N(0,1)$, por lo que $x_p = 1.645$

Por lo tanto:

$$\lambda_0 = \left(\frac{x_p}{c}\right)^2 = \left(\frac{1.645}{0.05}\right)^2 = 1,082.41$$

Se obtiene credibilidad total si:

$$n \geq \lambda_0 \left(\frac{\sigma}{\varepsilon}\right)^2$$

Pero, no tenemos una distribución teórica para la transaccionalidad y el incumplimiento de A, pero podemos estimar a la media y la varianza teóricas con los mejores estimadores muestrales para cada uno:

$$\varepsilon = \frac{3,240\,(1,000) + (320,760)(0)}{324,000} = 10$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{323999}\left[3,240(1,000 - 10)^2 + 320,760\,(10 - 0)^2\right] = 9,900.03$$

Por lo tanto:

$$n \geq 107,158.9 \quad \text{redondeando a} \quad 107,159$$

Dado que el cliente tiene 324,000 ventas y es mucho mayor que la mínima n para establecer la credibilidad, concluimos que A tiene experiencia suficiente y podemos creerle totalmente a su información, con lo que sustentamos que la prima del 1 % basada en su experiencia calculada anteriormente si es adecuada y podemos mejorarle el precio del cliente.

Sesión 20. Lunes 2 de Mayo

Modelos de distribución libre

Toman:

- Conocimientos *a priori*.

  Toman conocimientos que ya se tienen de información o cosas que ya ocurrieron, como por ejemplo reclamaciones ya hechas, siniestros ocurridos, entre otras cosas.

  Con la situación de la pandemia, el ejemplo sería las primeras cepas de las que se tenía información.

- Conocimientos actuales o hacia el futuro.

  Es decir observaciones recientes.

  Por ejemplo en la pandemia, el conocimiento sobre las nuevas cepas de COVID.

La BD que ocupamos en la práctica son conocimientos a priori porque son siniestros que ya han ocurrido en un determinado plazo de tiempo, lo actual sería cuando metamos nuevos automóviles, en donde se tomen los valores a priori y las estimaciones que realicemos.
A partir de los dos componentes a priori y actuales se busca obtener la prima de credibilidad, basada en los principios de la clase pasada, donde vamos a buscar una prima del colectivo a nivel mercado y una prima del individual, por póliza o por riesgo. Después se va a obtener la prima de credibilidad que se le va a dar a los datos que ya tenemos.

La diferencia con otros modelos es que a pesar que toma datos existentes no usa una función de distribución o no trata de hacer ajustes de ciertas distribuciones probabilísticas. Si se usan esos conocimientos y mientras más experiencia exista es mejor, pero no busca el ajuste de un modelo ya existente.

Modelos tradicionales de distribución libre

- Modelo de Bhülmann
- Modelo de Bhülmann - Straub

Tenemos la siguiente matriz:

Años \ Pólizas	1	2	...	k
1	X_{11}	X_{21}	...	X_{k1}
2	X_{12}	X_{22}	...	X_{k2}
.				
.				
.				
n	X_{1n}	X_{2n}	...	X_{kn}

Depende de la información con la que trabajemos, por ejemplo frecuencia, severidad, ambos datos. Por ejemplo el Modelo de Bhülmann generalmente trabaja con frecuencias y en general el Modelo de Modelo de Bhülmann - Straub trabaja con frecuencia y severidad.

Respecto a las Variables Aleatorias

- La función de distribución de la variable aleatoria X_{ij} depende de un parámetro desconocido Θ_{ij} o parámetro de riesgo, por eso es de distribución libre.
- También se cumple la independencia entre riesgos y entre pólizas, para que los modelos sean aplicables.

Objetivo del Modelo de Bhülmann

El objetivo consiste en calcular la mejor prima lineal:

$$H\left[\mu(\Theta_j)|X_{j1}, X_{j2}, ..., X_{jn}\right]$$

La media está condicionada a diversos montos y V.A. X_{ij}

Esto es dependiente de los datos observados mediante el método de mínimos cuadrados. Para ello se establece lo siguiente:

- Para comenzar con el modelo, necesitamos la prima de riesgo a nivel individual, así:

$$\mu(\Theta) = \mathbb{E}[X|\Theta] \longrightarrow \text{ Prima de riesgo individual}$$

- Y para la prima de credibilidad también necesitamos la media de toda la cartera, de donde:

$$\begin{aligned} m &= \mathbb{E}_{Total}[X] \\ &= \mathbb{E}[\mu(\Theta)] \longrightarrow \text{ Prima de riesgo colectiva} \end{aligned}$$

- Para obtener el factor de credibilidad es necesario tener este parámetro llamado el grado de heterogeneidad.

$$\begin{aligned} a &= Var[\mathbb{E}[X|\Theta]] \\ &= Var(\mu(\Theta)) \longrightarrow \text{ Varianza de las primas promedio} \end{aligned}$$

Si conozco los autos asegurados, sus siniestros y sus montos, puedo calcular las primas teóricas con su frecuencia y su severidad, con ello podría generar promedios de primas teóricas. Sin embargo puede haber colas dentro de la información, por ello es necesario ver qué tan volátiles son los datos conocidos.

- Para estimar el promedio de varianzas, tenemos:

$$S^2 = \mathbb{E}[Var[X|\Theta]] \longrightarrow \text{ Medida global de dispersión de siniestralidad individual}$$

Es decir, en promedio cómo se comportó la varianza de los distintos años, esto es un indicador si hay mucha dispersión en las primas o no. Mientras más baja sea la dispersión, más confianza se le da.

Con los factores anteriores, hay que jugar con dichos parámetros y ver a qué tipo de experiencia conviene darle más peso.

Sesión 21. Martes 3 de Mayo

Para usar los modelos de credibilidad requerimos saber cierta experiencia individual de cada póliza o cada riesgo del portafolio, también cierta experiencia del colectivo. Si no se tiene la experiencia individual nos basamos en la información de mercado (como en la práctica de automóviles).

Las aseguradoras y otras compañías cuando quieren sacar a la venta un producto, usan información de mercado tomando en cuenta productos similares al que van a sacar, toman en cuenta sus precios, cuáles son las marcas más vendidas, en qué temporadas se vende más y otros análisis puntuales para que cuando el producto se saque a la venta, sea competitivo, no solo en el precio.

Particularmente en los seguros, cuando se saca un producto se tiene que que conocer qué hay en el mercado, qué tarifas hay y cómo ajustar los precios para que sea competitivo, claro además del público al que está dirigido el producto y el valor agregado que se le pueda dar con las coberturas que ofrece.
En el análisis de autos no se puede analizar en conjunto un compacto y un deportivo, porque si se mezclan tipos de riesgos en carteras heterogéneas existirá mucha desviación en la información.
La función H y los distintos parámetros se pueden ver como una combinación lineal:

$$H\left[\mu(\Theta_j)|X_{j1}, X_{j2}, ..., X_{jn}\right]$$

Continuación Modelo de Bhülmann

La mejor aproximación de $H\left[\hat{\mu}(\Theta_j)|X_{j1}, X_{j2}, ..., X_{jn}\right]$ es: $a + b\bar{X} = a + b\sum_{i=1}^{n} X_i$ donde:

- $a = (1-b)m$
- $b = \dfrac{n}{n-k}$
- $k = \dfrac{\mathbb{E}[\sigma^2(\Theta)]}{Var[\mu(\Theta)]}$

Donde:

- m es el promedio del mercado
- b sería la pendiente de la recta

Para encontrar la mejor estimación de la prima neta de riesgo que dependa linealmente de los datos observados, aplicando el Método de Mínimos Cuadrados:

$$H\left[\mu(\Theta)|X_1, X_2, ..., X_n\right] = c_0 + \sum_{s=1}^{n} c_s X_s$$

Para ello se hace mínima la esperanza del cuadrado de la desviación de la prima de riesgo individual respecto a la función H.

Entonces, se tiene lo siguiente:

$$min_{c_i}\mathbb{E}\left[\left(\mu(\Theta)-\left[[c_0-\sum_{s=1}^{n}c_sX_s\right]\right)^2\right]$$

Al desarrollar el Método de Mínimos Cuadrados, se llega a lo siguiente:

$$\begin{aligned}
H\left[\mu(\Theta)|X_1,X_2,...,X_n\right] &= c_0+\sum_{s=1}^{n}c_sX_s\\
&= m\left[\frac{s^2}{s^2+an}\right]+cn\bar{X}\\
&= m\left[\frac{s^2}{s^2+an}\right]+\left[\frac{an}{s^2+an}\right]\bar{X}\\
&= \left[1-Z(n)\right]m+Z(n)\bar{X}\\
&\text{Con } Z(n)=\frac{an}{an+s^2}
\end{aligned}$$

Nótese que el resultado no depende de la distribución de probabilidad de X, ni de la distribución de probabilidad del parámetro de riesgo Θ, de ahí el término de distribución libre.

Además, el factor de credibilidad toma en cuenta el grado de heterogeneidad de la cartera a, la cantidad de años de experiencia n y el grado de dispersión de la cartera s^2.

Cada parámetro denota lo siguiente:

- m es el promedio de la cartera
- $s^2=\mathbb{E}[\sigma^2(\Theta)]$ es el grado de dispersión que tenemos en los datos
- $a=Var[\mu(\Theta)]$ es el grado de heterogeneidad
- n es la cantidad de años de experiencia de la cartera
- $m=\bar{X}$ es el promedio de la cartera completa o del colectivo

Las cantidades denotadas por a, s^2 y m suelen llamarse parámetros estructurales del modelo y pueden estimarse a partir de lo siguiente:

- $\hat{m}=\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}\bar{X}_j$
- $\hat{s^2}=\frac{1}{k}\sum_{j=1}^{k}\hat{s_j^2}$ con $\hat{s_j^2}=\frac{1}{n-1}\sum_{s=1}^{n}(X_{js}-\bar{X}_j)^2$

- $\hat{a} = \frac{1}{k-1} \sum_{j=1}^{k} (\bar{X}_j - \bar{X})^2 - \frac{1}{n}\hat{s^2}$

Donde:

- k es la cantidad de riesgos o pólizas que tengamos en la cartera
- $\bar{X}_j$ son los montos o cantidades de los distintos riesgos que tengamos, ya sean frecuencias o reclamaciones, dependiendo del caso
- n son los años de experiencia
- X_{js} es la información de cada uno de los riesgos
- $\bar{X}$ denota la media de la cartera completa

Por ejemplo, hablando de Modelos de la Marca Ford, tenemos todos los modelos de esa marca con los X_{js} *y el estimador de la marca Ford completa sería* $\bar{X}_j$*.*
Si se hablara de marca, entonces los estimadores por marca serían los X_j *y* $\bar{X}$ *es la media de toda la cartera.*
Aplicando esto, y la fórmula del factor de credibilidad que contempla el grado de heterogeneidad por los años de experiencia y los grados de dispersión, podemos ver ejemplos de la teoría de la credibilidad.

Para aplicar el Modelo de Credibilidad se necesita el factor de credibilidad y para ello se necesita el grado de heterogeneidad, grado de dispersión y años de experiencia. Pero al tener un valor negativo, el modelo no sería consistente y no tendría ningún sentido.
Mientras más alto sea el grado de heterogeneidad, más bajo será el factor de credibilidad.

Sesión 22. Jueves 12 de Mayo

Continuación Modelo de Bhülmann

¿Qué significan los parámetros del modelo de credibilidad de Bhülmann si analizamos la base de datos de siniestralidad del mercado?

Para este y otros tantos modelos, necesitamos conocer el número de vehículos expuestos, cuántos siniestros han tenido los vehículos expuestos y el monto de dichos siniestros para hacer cálculos por ejemplo de la frecuencia o la severidad, y ya que se tienen esos datos, se puede hacer el cálculo de primas promedio (prima tradicional con frecuencia y severidad) de las que se parten para hacer el cálculo de los distintos parámetros.

- La frecuencia se calcula a partir de vehículos expuestos y de siniestros, por cada año.
- La severidad será el monto de los siniestros en cada uno de los años.

Vamos a tener los distintos modelos de cada marca, *por ejemplo la Chevrolet tiene muchos modelos y también muchos segmentos.*

Supongamos que tenemos las primas promedio de 1996 a 2020 por año de las Suburban, y supongamos que la prima promedio durante todos los años de experiencia es de $\$20,000$ anuales (prima de riesgo, sin considerar costos), y, que las primas promedio de otros distintos modelos de la marca oscilan entre $\$2,000$ (por ejemplo el Chevy) y $\$40,000$ (por ejemplo el Camaro)

Sesión 23. Jueves 19 de Mayo

Introducción Teoría de Ruina

Importancia de la teoría de ruina

Hasta el momento ya sabemos hacer una estimación de la probabilidad de ruina a partir de la función de distribución normal estandarizada podemos aproximarnos a esta probabilidad, tomando en cuenta la siniestralidad esperada y los recargos.

Sin embargo ahora se busca que tengamos más herramientas para hacer calculos son más precisos.

Diferencia entre ruina y quiebra

Quiebra es cuando la compañía se queda sin recursos para solventar sus obligacione y tiene que cerrar.

La ruina es que si se tienen distintas líneas de negocios, ver cuáles son más rentables y tienen menor probabilidad de agotar sus recursos.

Como compañía compenso esas probabilidades entre diferentes líneas de negocio.

Los modelos de probabilidad de ruina nos ayudan a ver qué tan elevada sería cada línea de negocio y a partir de eso determinar estrategias. De entrada si conviene asumir el riesgo como compañía, si no conviene y si sí qué estrategias de diversificación adoptaria, entre ellas el reaseguro.

Ejemplo Excel

Con los montos promedio y el presupuesto del gobierno se puede hacer un cálculo para ver si el presupuesto es suficiente para afrontar las obligaciones que lleguemos a tener.

Un *Modelo Generalizado de Ruina* requiere tener los montos, el capital inicial o presupuesto y con base en eso un recargo de seguridad que se debe proponer para posteriormente calcular la probabilidad de ruina.

Modelos de ruina en tiempo continuo

Supuestos:

1) Toman en cuenta que las reclamaciones (número) se distribuyen de forma Poisson compuesta.

$$\begin{aligned} E(S_t) &= E(N_t)\,E(X_j) && \text{Por el modelo colectivo de riesgo} \\ &= (\lambda t)\,\mu && \text{Por la distribución} \end{aligned}$$

No necesariamente debe tener una distribución, si es libre se puede hacer una ponderación.

Donde:

- S_t = Siniestralidad agregada
- N_t = Número de reclamaciones en el tiempo
- X_j = Monto de esas reclamaciones
- λt = Cantidad de reclamos esperada
- μ = Monto esperado por cada reclamación

En la siniestralidad, se constituyen los egresos de la compañía, pero también tenemos la variable de los ingresos y por ello nos interesa ver cómo se comportan esos dos flujos.

Los modelos de credibilidad nos ayudan a hacer estimaciones de siniestralidad que contemplen factores adicionales que en ocasiones no se toman en cuenta cuando se hacen las estimaciones de montos y de reclamaciones por separado, ahí radica la importancia del tema de credibilidad.

2) En este caso vamos a pensar que son seguros a corto plazo, en seguros de vida a largo plazo se ocuparían más variables. Asumen que el pago de primas es constante. Es un flujo que nunca se detiene, de ahí el nombre. De aquí que las primas netas totales en el intervalo $(0, t)$ sea $c\,t$, donde c = monto de las primas y t = tiempo en el que nos encontremos. Entonces tendriamos que:

$$c\,t > E(S_t) \qquad \text{Si es menor hay un problema}$$

Lo que implica que:

$$c > \lambda\,\mu$$

Sea:

$$c = (1+\theta)\lambda\,\mu \quad \text{con} \quad \theta > 0$$

Donde:

- θ : recargo de seguridad sobre la prima (edad o sexo de la persona que contrata), es decir, el riesgo que se está asumiendo y **un margen adicional** que ayude a solventar alguna desviación que se presente en el mercado.

Para nuestro modelo de flujos de una aseguradora, las pérdidas o egresos y los ingresos se representan de la siguiente manera:

$$U_t = u + c\,t - S_t \quad \text{con} \quad t \geq 0$$

Donde:

- U_t : utilidad del ejercicio o pérdida (resultado en cierto tiempo)
- u : capital inicial
- ct : primas que se cobren
- S_t : siniestralidad que reporte la compañía

La probabilidad de sobrevivencia (ruina) de dicho modelo se puede ver de la siguiente manera:

$$\phi(u) = P\left(U_t \geq 0, \forall t \geq 0 \mid U_0 = u\right)$$

y la ruina en tiempo finito quedaría acotada de la siguiente manera:

$$\phi(u) = 1 - \phi(u)$$

Coeficiente de ajuste y la desigualdad de Lundberg

Para el coeficiente de ajuste, para una determinada X (reclamación arbitraria), sea $t = k$, donde k representa la mínima solución posible para la siguiente ecuación:

$$1 + (1+\theta)\,\mu\, t = M_x(t)$$

Donde:

- $M_x(t) = E(e^{t\,x})$: que representa la función generadora de momentos de la reclamación X

Por ejemplo, si X tiene una distribución exponencial con media μ para determinar el coeficiente de ajuste se tiene lo siguiente:

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\mu}} \quad \text{con} \quad x \geq 0$$

La función generadora de momentos sería:

$$M_x(t) = (1 - \mu\, t)^{-1} \quad \text{con} \quad t < \mu^{-1}$$

entonces k satisface lo siguiente:

$$1 + (1+\theta)\,\mu\, k = (1 - \mu\, k)^{-1}$$

Así, $k = 0$ es una posible solución y habría otras soluciones factibles al despejar $k = \dfrac{\theta}{\mu\,(1+\theta)}$