

TeRO 001 - esercizio 4: Zoo

Le variabili $x(p)$ sono solo 4, corrispondenti ai 4 prodotti p che è possibile acquistare; tali quantità non sono vincolate ad assumere valori interi.

La funzione obiettivo da minimizzare è una somma pesata delle quattro variabili, dove il peso di ciascuna è il costo del prodotto, specificato nel file ZOO.TXT.

Si ha quindi la funzione obiettivo

$$\min 5 x_1 + 2 x_2 + 3 x_3 + 4 x_4$$

I vincoli richiedono che la quantità di sostanze nutritive acquistate sia sufficiente a soddisfare il fabbisogno complessivo degli animali: esiste quindi un vincolo per ogni tipo di sostanza nutritiva. Il primo membro di ogni vincolo, ossia la quantità di sostanza nutritiva acquistata, è dato dalla somma pesata delle variabili $x(p)$, dove il coefficiente di ciascuna variabile è la percentuale di sostanza nutritiva nel prodotto, come si ricava dai dati della tabella 2. Il secondo membro, cioè il termine noto, è la somma del fabbisogno giornaliero di quella sostanza ottenuto sommando tutti i fabbisogni giornalieri degli animali dello zoo, opportunamente moltiplicati per il numero di esemplari di ciascun animale.

Ad esempio per la carne si ha:

$$\text{Carne)} \quad 0.80 x_1 + 0.05 x_2 + 0.00 x_3 + 0.25 x_4 \geq 21.60$$

Si tratta di un problema di PL con 4 variabili e 8 vincoli di disuguaglianza, cui corrispondono 8 variabili di surplus. Il modello completo è nel file ZOO.LTX.

```
!Variabili: x(i)=quantità di prodotto acquistato i=1..4 [Kg/giorno]
!           variabili continue non-negative

!Funzione obiettivo: minimizzazione dei costi [Euro/giorno]
min 5 x1 + 2 x2 + 3 x3 + 4 x4

s.t.

!Vincoli sul fabbisogno giornaliero di sostanze nutritive [Kg/giorno]
carne   ) 0.80 x1 + 0.05 x2 + 0.00 x3 + 0.25 x4 >= 21.60
latte   ) 0.00 x1 + 0.05 x2 + 0.00 x3 + 0.00 x4 >= 10.00
frutta  ) 0.00 x1 + 0.25 x2 + 0.30 x3 + 0.05 x4 >= 29.30
verdure ) 0.05 x1 + 0.40 x2 + 0.25 x3 + 0.10 x4 >= 81.70
zuccheri) 0.05 x1 + 0.00 x2 + 0.00 x3 + 0.00 x4 >= 5.40
grassi  ) 0.00 x1 + 0.00 x2 + 0.00 x3 + 0.15 x4 >= 7.60
farine  ) 0.00 x1 + 0.00 x2 + 0.25 x3 + 0.00 x4 >= 15.50
acqua   ) 0.10 x1 + 0.25 x2 + 0.20 x3 + 0.45 x4 >= 120.90

end
```

All'ottimo, come in ogni soluzione di base, solo 4 vincoli sono attivi, ossia solo 4 variabili sono nulle (a parte eventuali casi di degenerazione). Infatti nella soluzione (file ZOO.OUT) sono attivi gli ultimi 4 vincoli, mentre esiste un surplus per le prime 4 sostanze.

VARIABLE	VALUE	REDUCED COST
x1	108.000000	0.000000
x2	299.600006	0.000000

X3	62.000000	0.000000
X4	50.666668	0.000000

ROW	SLACK OR SURPLUS	DUAL PRICES
CARNE)	92.446663	0.000000
LATTE)	4.980000	0.000000
FRUTTA)	66.733330	0.000000
VERDURE)	64.106667	0.000000
ZUCCHERI)	0.000000	-84.000000
GRASSI)	0.000000	-2.666667
FARINE)	0.000000	-5.600000
ACQUA)	0.000000	-8.000000

Il quinto prodotto, di cui si chiede di valutare la convenienza, è composto solo da carne, latte, frutta e verdura, cioè da sostanze che hanno tutte una variabile di surplus strettamente positiva e quindi un prezzo-ombra nullo. Quindi il quinto prodotto non è conveniente (neppure se fosse regalato).

Il mantenimento di altri elefanti, a parte l'acqua che sarebbe fornita dal sultano, richiederebbe però zuccheri, farine e grassi, che sono risorse scarse, con prezzi ombra positivi. Pertanto i costi aumenterebbero.

Il mantenimento di altre giraffe invece richiederebbe, oltre all'acqua, solo risorse non scarse, il cui surplus basta (e avanza) per 8 giraffe.

Infine il mantenimento di un orso in più non costerebbe per quanto riguarda le prime 4 risorse (prezzo ombra nullo), ma costerebbe per quanto riguarda l'acqua. Poichè il prezzo ombra dell'acqua è pari a 8 Euro/litro e il fabbisogno giornaliero dell'orso è pari a 10 litri, il costo giornaliero per lo zoo aumenterebbe di 80 Euro, ma poichè l'orso ha un rendimento giornaliero stimato pari a 90 Euro, il suo acquisto è vantaggioso.