

OSSERVAZIONE) Supponiamo di dover valutare $p(x)$ in punti $t_1, \dots, t_m \in \mathbb{R}$.

Siccome la parte 1 (calcolo delle differenze divise con la tabella) non dipende dal punto in cui si valuta $p(x)$, per la valutazione di $p(x)$ in t_1, \dots, t_m si procede così:

- La PARTE_1 si fa una volta sola \Rightarrow il costo rimane $m(m+1)A + \frac{m(m+1)}{2}D$
- La PARTE_2 Ruffini-Horner viene ripetuta per calcolare $p(t_1), \dots, p(t_m) \Rightarrow$ il costo è $m(2mA + mM)$

\rightarrow CONCLUSIONI: il costo totale per valutare $p(x)$ in punti è

$$c_m(n) = (n^2 + 2mn + n)A + mnM + \left(\frac{n^2}{2} + \frac{n}{2}\right)D \approx (n^2 + 2mn)A + mnM + \frac{n^2}{2}D$$

> AGGIUNTA DI UN NODO D'INTERPOLAZIONE

La forma di Newton è particolarmente conveniente quando ai dati d'interpolazione $(x_0, y_0), \dots, (x_n, y_n)$ ne viene aggiunto un altro (x_{n+1}, y_{n+1}) con $x_{n+1} \neq x_0, \dots, x_n$. Infatti, detta $f(x)$ una qualsiasi funzione tale che $f(x_i) = y_i$ per ogni $i = 0, \dots, n$ il polinomio d'interpolazione dei dati $(x_0, y_0), \dots, (x_n, y_n)$ si scrive in forma di Newton nel modo seguente:

$$p(x) = f[x_0] + f[x_0, x_1](x - x_0) + f[x_0, x_1, x_2](x - x_0)(x - x_1) + \dots + f[x_0, \dots, x_n](x - x_0) \cdots (x - x_{n-1});$$

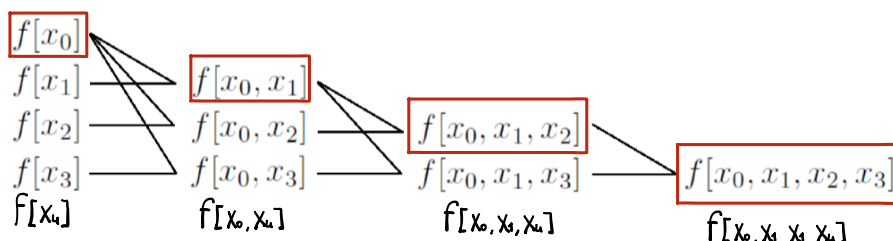
e il polinomio d'interpolazione dei dati $(x_0, y_0), \dots, (x_{n+1}, y_{n+1})$ si scrive in forma di Newton nel modo seguente:

$$q(x) = p(x) + f[x_0, \dots, x_{n+1}](x - x_0) \cdots (x - x_n).$$

■ CONSIDERAZIONI

- Avendo a disposizione $p(x)$ in forma di Newton, sono noti i coefficienti $f[x_0], f[x_0, x_1], \dots, f[x_0, \dots, x_n]$ e basta quindi calcolare $f[x_0, \dots, x_{n+1}]$ per ottenere la forma di Newton del nuovo polinomio d'interpolazione $q(x)$.

Guardando la tabella delle differenze divise



per calcolare $f[x_0, \dots, x_{n+1}]$ bisogna calcolare solo l'ultima riga della tabella, il che richiede $2(n+1)A + (n+1)D$.

- Avendo a disposizione $p(x)$ in forma di Newton e il suo valore $p(t)$, per calcolare $q(t)$ occorre calcolare

$$q(t) = p(t) + f[x_0, \dots, x_{m+1}](t - x_0) \cdots (t - x_m)$$

occorrono $(m+2)A + (m+1)M + 2(m+1)A + (m+1)D$

In totale $(3n+4)A + (n+1)M + (n+1)D$.