OSSERVAZIONE) Supponiamo di dover valutare $p(x)$ in punti $t_1,\dots,t_m \in \mathbb{R}$.

Siccome la parte 1 (calcolo delle differenze divise con la tabella) non dipende dal punto in cui si valuta $p(x)$, per la valutazione di $p(x)$ in $t_1,\dots,t_m$ si procede così:

- La PARTE_1 si fa una volta sola $\Rightarrow$ il costo rimane $m(m+1)A + \frac{m(m+1)}{2}D$
- La PARTE_2 Ruffini-Horner viene ripetuta per calcolare $p(t_1),\dots,p(t_m) \Rightarrow$ il costo è $m(2mA+mM)$

$\rightarrow$ CONCLUSIONI: il costo totale per valutare $p(x)$ in punti è

$$c_m(n) = \left(n^2+2mn+n\right)A + mnM + \left(\frac{n^2}{2}+\frac{n}{2}\right)D \approx (n^2+2mn)A + mnM + \frac{n^2}{2}D$$

> AGGIUNTA DI UN NODO D'INTERPOLAZIONE

La forma di Newton è particolarmente conveniente quando ai dati d'interpolazione $(x_0,y_0),\dots,(x_n,y_n)$ ne viene aggiunto un altro (x_{n+1},y_{n+1}) con $x_{n+1} \neq x_0,\dots,x_n$. Infatti, detta $f(x)$ una qualsiasi funzione tale che $f(x_i)=y_i$ per ogni $i=0,\dots,n$ il polinomio d'interpolazione dei dati $(x_0,y_0),\dots,(x_n,y_n)$ si scrive in forma di Newton nel modo seguente:

"VECCHI"

$$p(x) = f[x_0] + f[x_0,x_1](x-x_0) + f[x_0,x_1,x_2](x-x_0)(x-x_1) + \dots + f[x_0,\dots,x_n](x-x_0)\cdots(x-x_{n-1});$$

e il polinomio d'interpolazione dei dati $(x_0,y_0),\dots,(x_{n+1},y_{n+1})$ si scrive in forma di Newton nel modo seguente:

"NUOVI"

$$q(x) = p(x) + f[x_0,\dots,x_{n+1}](x-x_0)\cdots(x-x_n).$$

- **CONSIDERAZIONI**

- Avendo a disposizione $p(x)$ in forma di Newton, sono noti i coefficienti $\boxed{f[x_0],\ f[x_0,x_1],\ \dots,\ f[x_0,\dots,x_n]}$ e basta quindi calcolare $\boxed{f[x_0,\dots,x_{n+1}]}$ per ottenere la forma di Newton del nuovo polinomio d'interpolazione $q(x)$.

Guardando la tabella delle differenze divise

$\boxed{f[x_0]}$			
$f[x_1]$	$\boxed{f[x_0,x_1]}$		
$f[x_2]$	$f[x_0,x_2]$	$\boxed{f[x_0,x_1,x_2]}$	
$f[x_3]$	$f[x_0,x_3]$	$f[x_0,x_1,x_3]$	$\boxed{f[x_0,x_1,x_2,x_3]}$
$f[x_4]$	$f[x_0,x_4]$	$f[x_0,x_1,x_4]$	$f[x_0,x_1,x_2,x_4]$

per calcolare $f[x_0,\dots,x_{n+1}]$ bisogna calcolare solo l'ultima riga della tabella, il che richiede $2(n+1)A+(n+1)D$.

- Avendo a disposizione $p(x)$ in forma di Newton e il suo valore $p(t)$, per calcolare $q(t)$ occorre calcolare

$$q(t) = p(t) + f[x_0,\dots,x_{m+1}](t-x_0)\dots(t-x_m)$$

occorrono $(m+2)A + (m+1)M + 2(m+1)A + (m+1)D$

In totale $(3n+4)A+(n+1)M+(n+1)D$.