

# Sistemi Complessi

Ilaria Battiston

Anno scolastico 2018-2019

## Contents

<b>1</b>	<b>Automi Cellulari</b>	<b>3</b>
1.1	Notazione . . . . .	3
1.2	Distanza . . . . .	3
1.3	Notazione . . . . .	3
1.4	Proposizione . . . . .	3
1.5	Definizione formale . . . . .	3

# 1 Automi Cellulari

## 1.1 Notazione

$$A^{\mathbb{Z}} = \{x | x : \mathbb{Z} \rightarrow A\}$$

$$f : A^{\mathbb{Z}} \rightarrow A^{\mathbb{Z}}$$

Richiediamo uno spazio delle configurazioni infinito  $A^{\mathbb{Z}}$  e non, ad esempio,  $A^n$  altrimenti  $f$  sarebbe ciclica (o comunque limitata), e non potrebbero verificarsi proprietà come l'*instabilità*.

## 1.2 Distanza

Una *distanza*, tra due elementi dell'insieme  $X$ , è una qualunque funzione  $d : X \times X \rightarrow \mathbb{R}^+$  tale che

1.  $d(x, y) = 0 \Leftrightarrow x = y$
2.  $d(x, y) = d(y, x)$
3.  $d(x, y) \leq d(x, z) + d(z, y)$

Ad esempio:

$$d(x, y) = \begin{cases} 0, & \text{se } x = y \\ \frac{1}{2^n}, & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (1)$$

Dove:

$$n = \min\{i \in \mathbb{N} | x_i \neq y_i \vee x_{-i} \neq y_{-i}\}$$

$i$  è la larghezza della finestra che allarghiamo simmetricamente alla ricerca del primo valore diverso.

## 1.3 Notazione

Sia  $x \in A^{\mathbb{Z}}$ ,  $a, b \in \mathbb{Z}$ ,  $a \leq b$ :

$$x[a, b] = x_a, x_{a+1}, \dots, x_b \in A^{b-a+1}$$

## 1.4 Proposizione

Vicinanza.  $\forall x, y \in A^{\mathbb{Z}}, \forall n \in \mathbb{N} :$

$$d(x, y) < \frac{1}{2^n} \iff x[-n, n] = y[-n, n] \quad (2)$$

## 1.5 Definizione formale

Un automa cellulare unidimensionale è una tripla  $\langle A, r, f \rangle$ , dove:

- $A$  alfabeto
- $r \in \mathbb{N}$  raggio
- $f : A^{2r+1} \rightarrow A$  regola locale