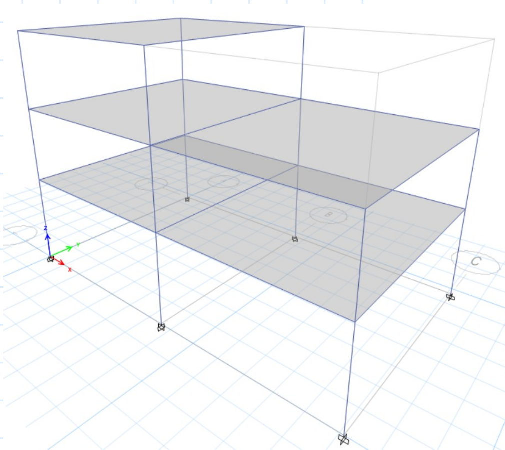
Ejemplo 22: Vectores y valores propios: Análisis modal pseudotridimensional

Matriz de masa condensada de un edificio tridimensional considerando excentricidad accidental.

$$M_m := \begin{bmatrix} 9.664 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -3.383 & 0 & 0 \\ 0 & 8.102 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.836 & 0 \\ 0 & 0 & 2.956 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.035 \\ 0 & 0 & 0 & 9.664 & 0 & 0 & 5.799 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 8.102 & 0 & 0 & 4.861 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.956 & 0 & 0 & 0.887 \\ -3.383 & 0 & 0 & 5.799 & 0 & 0 & 160.097 & 0 & 0 \\ 0 & -2.836 & 0 & 0 & 4.861 & 0 & 0 & 134.217 & 0 \\ 0 & 0 & -1.035 & 0 & 0 & 0.887 & 0 & 0 & 21.569 \end{bmatrix}$$



Matriz de rigidez de un edificio tridimensional:

$$K_{EDIFICIO} := \begin{bmatrix} 9256.99 & -5773.83 & 443.906 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -5773.83 & 8616.398 & -3449.302 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 443.906 & -3449.302 & 3029.824 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9083.663 & -5751.948 & 619.8 & -567.114 & 2383.074 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -5751.948 & 8431.724 & -3425.93 & 2383.074 & -12482.682 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 619.8 & -3425.93 & 2852.154 & -1859.4 & 10277.79 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -567.114 & 2383.074 & -1859.4 & 330271.812 & -204010.022 & 11016.049 \\ 0 & 0 & 0 & 2383.074 & -12482.682 & 10277.79 & -204010.022 & 282946.888 & -73087.32 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 11016.049 & -73087.32 & 62784.73 \end{bmatrix}$$

Análisis modal:

Obtención de vectores y valores propios de manera muy sencilla con ayuda de Mathcad Prime. La diferencia con los resultados de ETABS se debe a que se realizo un análisis pseudotridimensional. Conozca como formular la matriz de rigidez tridimensional "exacta" en nuestro curso: ANALISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS CON MATHCAD PRIME.

Solución del problema característico:

$$\lambda := M_m^{-1} \cdot K_{EDIFICIO}$$

$$w2 := \mathrm{sort}(\mathrm{eigenvals}(\lambda))$$

Frecuencias y periodos:

$$w := \sqrt{w2} = \begin{bmatrix} 9.958 \\ 10.414 \\ 15.231 \\ 29.98 \\ 30.166 \\ 42.779 \\ 44.977 \\ 49.922 \\ 70.014 \end{bmatrix} \qquad T_e := \frac{2 \cdot \pi}{w} = \begin{bmatrix} 0.631 \\ 0.603 \\ 0.413 \\ 0.21 \\ 0.208 \\ 0.147 \\ 0.14 \\ 0.126 \\ 0.09 \end{bmatrix}$$

Case	Mode	Period sec
Modal	1	0.632
Modal	2	0.607
Modal	3	0.55
Modal	4	0.217
Modal	5	0.211
Modal	6	0.193
Modal	7	0.156
Modal	8	0.139
Modal	9	0.121

Normalización de modos con respecto a la masa:

$j := 1 \,..\, 9$

$\phi^{\langle j \rangle} := \text{eigenvec}\left(\lambda, w2_j\right)$ $\qquad$ $\phi_n{}^{\langle j \rangle} := \dfrac{\phi^{\langle j \rangle}}{\sqrt{\left(\phi^{\langle j \rangle}\right)^{\mathrm{T}} \cdot M_m \cdot \phi^{\langle j \rangle}}}$

$$\phi_n = \begin{bmatrix} 0.005 & -0.158 & 0.026 & 0.226 & -0.057 & -0.01 & 0.153 & 0.017 & -0.021 \\ 0.007 & -0.247 & 0.04 & -0.006 & 0.013 & 0.05 & -0.24 & 0.013 & 0.037 \\ 0.008 & -0.288 & 0.047 & -0.376 & 0.114 & -0.08 & 0.288 & -0.102 & -0.068 \\ 0.154 & 0.006 & 0.031 & -0.063 & -0.237 & 0.105 & 0.016 & -0.088 & 0.045 \\ 0.249 & 0.01 & 0.025 & 0.006 & 0.014 & -0.207 & -0.043 & 0.1 & -0.092 \\ 0.305 & -0.005 & -0.219 & 0.08 & 0.317 & 0.262 & 0.064 & -0.062 & 0.133 \\ -0.001 & 0.003 & 0.039 & 4.545 \cdot 10^{-4} & 0.016 & 0.039 & 0.01 & 0.044 & -0.033 \\ -0.002 & 0.005 & 0.061 & 0.006 & 0.019 & -0.004 & 0.002 & -0.015 & 0.057 \\ -0.002 & 0.006 & 0.069 & 0.019 & 0.032 & -0.007 & -0.023 & -0.157 & -0.127 \end{bmatrix}$$