

Credit Risk and Credit Derivatives

Parte I

Considerando come trading date il 20-Dec-2022, si prendano due CDS standardizzati (rolling su date unadjusted ‘credit IMM’): il primo con maturity 3Y (20/Dec/2025), il secondo con maturity 5Y (20/Dec/2027). Entrambi i CDS abbiano una cedola contrattuale annualizzata pari all’1% del nozionale e si ipotizzi per il contratto una recovery convenzionale pari al 40%. Si ipotizzi inoltre che la curva dei tassi di interesse sia deterministica con tassi zero-coupon pari al 3% annuo. Sapendo che il premio Upfront quotato dal mercato vale 5.30% del nozionale per il primo CDS e 7.76% del nozionale per il secondo:

1. Si determinino mediante ‘bootstrap’ due livelli di default intensity λ_1 e λ_2 , validi sugli intervalli $[0y, 3y]$ e $[3y, 5y]$ rispettivamente, compatibili con tali quotazioni (per tale scopo si potrà assumere una regola ‘end-of-period’ per i pagamenti della default leg).
2. Si calcolino le probabilità di sopravvivenza a 1y, 2y, 3y, 4y, 5y.

Parte II

Sia X un sottostante con dinamica Bachelier in misura risk-neutral \mathbb{Q} :

$$dX_t = \sigma^X dW_t^X,$$

dove σ^X è una costante positiva, e W^X è un moto Browniano standard sotto \mathbb{Q} .

Si assuma il punto di vista di una banca che stipula un forward su X , ovvero un contratto secondo cui ad una data futura T la banca riceverà X_T pagando uno strike prefissato K . Si ipotizzi che la controparte sia il nome sottostante i CDS della Parte I, che abbia una frazione di loss given default attesa lgd , e che con essa non sia attivo nessun accordo di collateralizzazione.

3. Supponendo che la banca non abbia altri contratti in essere con la controparte, si scriva una formula per il Credit Valuation Adjustment unilaterale per unità di sottostante, esplicita a meno di un integrale, e la si implementi per approssimare numericamente il CVA della posizione al tempo 0, per i seguenti valori dei parametri (y indica l’unità di misura “anni”):

$$\begin{aligned} \text{lgd} = 60\%, \quad X_0 = 100 \text{ EUR}, \quad \sigma^X = 20 \text{ EUR} y^{-1/2}, \\ K = 95 \text{ EUR}, \quad T = 2 y. \end{aligned}$$

4. Per controllo, si calcoli un intervallo di confidenza al 98% per il CVA simulando 100,000 realizzazioni indipendenti del sottostante e dei tempi di fallimento.