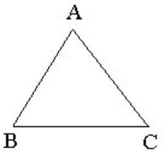
TRIÂNGULOS

Definição

Dados três pontos distintos e não colineares (alinhados) A, B e C, chama-se triângulo a união dos três segmentos

$\overline{AB}, \overline{AC}$ e $\overline{BC}$

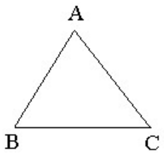


$\Delta ABC = \overline{AB} \cup \overline{AC} \cup \overline{BC}$

Propriedades

Soma dos ângulos internos

"Em todo triângulo, a soma da medida dos seus ângulos internos é igual 180° "



$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^0$$

Soma dos ângulos externos

"Em todo triângulo, a soma dos ângulos externos é 360º ".

$$Ex_{\hat{A}} + Ex_{\hat{B}} + Ex_{\hat{C}} = 360^o$$

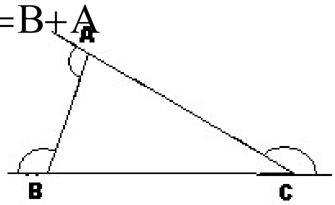
Teorema do ângulo externo

"Em todo triângulo, cada ângulo externo é igual à soma dos ângulos internos não adjacentes."

$$Ex_{\hat{A}} = \hat{B} + \hat{C}$$

$$Ex_{\hat{B}} = \hat{A} + \hat{C}$$

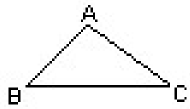
$$Ex_{\hat{C}} = \hat{B} + \hat{A}$$



Classificação

a) quanto aos lados

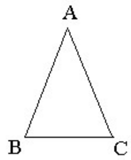
Escaleno



Não possui dois lados congruentes

$med(\overline{AB}) \neq med(\overline{AC}) \neq med(\overline{BC})$

Isósceles



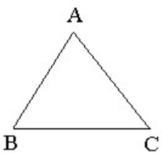
Possui dois lados congruentes

$\hat{A}$ é um ângulo do vértice .

$\overline{BC}$ é a base

Em todo triângulo isósceles, os ângulos da base são congruentes.

Equilátero



Possui três lados congruentes

Em todo triângulo equilátero, os três ângulos são congruentes .

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = 60^0$$

b) quanto aos ângulos

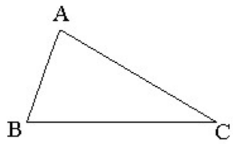
Acutângulo

Possui três ângulos agudos

$\hat{A} < 90°$

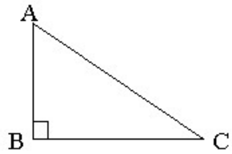
$\hat{B} < 90°$

$\hat{C} < 90°$



Retângulo

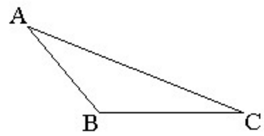
Possui um ângulo reto $\hat{B} = 90°$



Obtusângulo

Possui um ângulo obtuso

$\hat{A} < 90^O, \hat{B} > 90^O$ e $\hat{C} < 90^0$



Condição de Existência

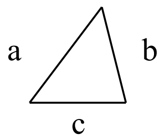
A condição necessária e suficiente para existir um triângulo é que a medida de cada um de seus lados seja menor que a soma das medidas dos outros dois.

Se a, b, e c forem, respectivamente, as medidas dos lados $\overline{AB}, \overline{AC}$ e $\overline{BC}$

Do triângulo ABC, então:

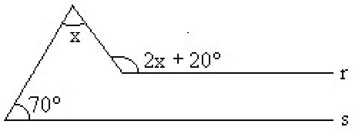
$$\begin{cases} a < b + c \\ b < a + c \\ c < a + b \end{cases}$$

Se a é o maior lado, a condição necessária e suficiente para existir o triângulo é apenas $a < b + c$



Exercícios de aula

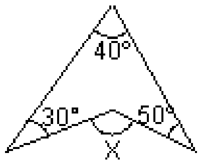
01– Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas. Qual a medida do ângulo indicado com x é:



$x - 2x = 20 - 70$

$x = 50$

02- Na figura seguinte, o valor de x é:

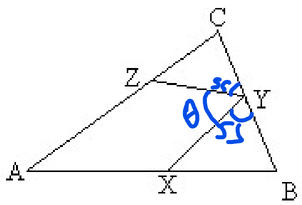


(A)90º
(B)100º
C)110º
~~(D)~~120º
(E)130º

$X = 30 + 40 + 50$

03– Na figura AB =AC, BX = BY e CZ = CY. Se o ângulo A mede 40°, então $X\hat{Y}Z$ mede:

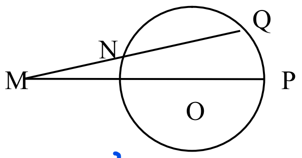
~~(A)~~ 70°
(B) 50°
(C) 60°
(D) 85°
(E) 65°



$\theta + 110 = 180$

$\theta = 70$

04. (MACKENZIE) – Na circunferência da figura, de centro O, MN=OP. A razão entre as medidas dos ângulos $Q\hat{O}P$ e $M\hat{O}N$ é:



$\frac{3a}{a} = 3$

(A) $\frac{4}{3}$

(B) $\frac{3}{2}$

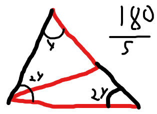
~~(C)~~ 3

(D) $\frac{5}{2}$

(E) 4

05. (ITA) – Seja um triângulo isósceles, de base BC. Sobre o lado AC deste triângulo considere um ponto D tal que os segmentos AD, BD e BC são todos congruentes entre si. A medida do ângulo $B\hat{A}C$ é igual a

(A)23º
(B)32º
~~(C)~~36º
(D)40º
(E)45º



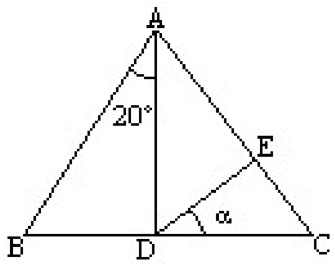
$\frac{180}{5} = y$

06. (MACKENZIE) – Na figura seguinte tem-se AB=AC e AD=AE. A medida do ângulo α é:

(A)5º
~~(B)~~10º
(C)15º
(D)20º
(E)25º

$X + 20 = 2a + X$

$a = 10$



07. (FUVEST) – Três pontos distintos A, B e C de uma circunferência de centro o são tais que B e C são extremos de um mesmo diâmetro. Pode-se afirmar que $2x + 2y = 180$

~~(A)~~ o ângulo $A\hat{B}C$ é reto $x + y = 90$

(B) o ângulo $A\hat{B}C$ é obtuso

(C) o ângulo $B\hat{A}C$ é agudo

(D) a ângulo $B\hat{A}C$ é reto

(E) o ângulo $B\hat{A}C$ é obtuso

08. (UNIFENAS) – Seja ABC um triângulo retângulo em A, cujo ângulo B mede 52º. O ângulo formado pela altura AH e pela mediana AM relativas à hipotenusa é
(A) 7º
~~(B)~~ 14º
(C) 26º
(D) 38º
(E) 52º

$90 + 76 - 180 = A$

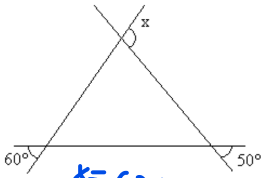
09. (UFGO) – Se dois lados de um triângulo medem respectivamente 3cm e 4cm, podemos afirmar que a medida do terceiro lado é:
(A) igual a 5 cm
(B) igual a 1 cm
(C) igual a $\sqrt{7}$ cm
~~(D)~~ menor que 7 cm
(E) maior que 2 cm

$3 + 4 = 7$

$A < 3 + 4$

Tarefa Básica

01. O valor de **x** na figura é:
(A)100°
(B)105°
~~(C)~~110°
(D)115°
(E)120°



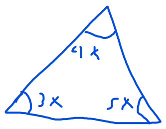
x= 60+50

02. Os ângulos de um triângulo medem, respectivamente,
3x, 4x e 5 x. Então **x** vale em graus:

(A)125°
(B) 55°
(C) 35°
(D) 65°
~~(E)~~15°

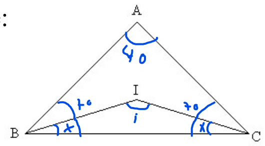
$X = \frac{180}{12}$

$X = 15$



03**.** No triângulo ABC da figura abaixo, BI e CI são bissetrizes dos ângulos internos B e C, e a medida do ângulo A é 40°. A medida do ângulo BIC é:

(A) 80°
(B) 90°
(C) 100°
~~(D)~~ 110°
(E) 120°



X=70−X

X=35

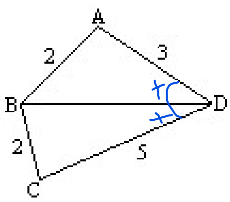
180=35.2+i

i=110

04. (MACKENZIE) – Se no quadrilátero ABCD da figura, a medida de BD for um número natural, então esse número será
(A) 8 (B) 7 (C) 6 (D) 5 ~~(E)~~ 4

BD<5+2

BD<2+3

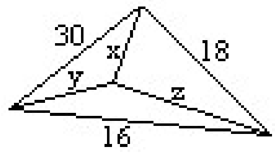


05. (MACKENZIE) – No triângulo da figura, a soma das medidas x, y e z pode ser

(A) 25 (B) 27 (C) 29 (D) 31 ~~(E)~~ 33

$$\frac{64 < 2A+2B+2C}{2}$$

32 < A+B+C

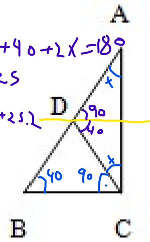


06. Na figura abaixo, calcule os ângulos A, B e C, sendo AD ≅ CD, CD ⊥ BC e $A\hat{D}C = 130^O$

90+40+2X=180

X=25

180=40+90+25.2

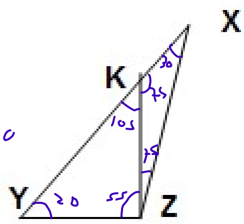


R: 40°, 25°, 115°

07.Calcular os ângulos X e Z do triângulo XYZ da figura, sendo
$\hat{Y}$ =20º ,
$Y\hat{K}Z = 105^O$ e XZ ≅ XK

X=30

Z=130



08. Num triângulo isósceles, um ângulo externo vale 20º10 . Os valores possíveis para os ângulos côngruos são:
(A) somente 30º 50'
~~(B)~~ somente 10º05'
(C) somente 20º10'
(D) 10º05' e 150º50'
(E) 30º e 150º

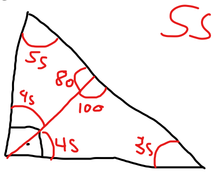
180=159,50+2X

$X = \frac{20,10}{2}$

X=10,05

09. Num triângulo retângulo, a altura relativa à hipotenusa forma com a bissetriz do ângulo reto um ângulo de 10 . Calcule os ângulos agudos do triângulo.

55°; 35°



Respostas da Tarefa Básica

01. C
02. E
03. D
04. E
05. E
06. 25º, 40º e 115º
07. 30º e 130º
08. B
09. 35º E 55º