

Problèmes inverses – S1923

Projet n° 5

Tomographie à rayons parallèles

M. Kern – M. Zakerzadeh

À remettre le 10 février 2019 par e-mail à `michel.kern@inria.fr`

La tomographie cherche à retrouver la forme d'un objet à partir de la mesure de l'intégrale de l'atténuation le long de lignes parallèles (voir figure 1) La géométrie considérée est représentée

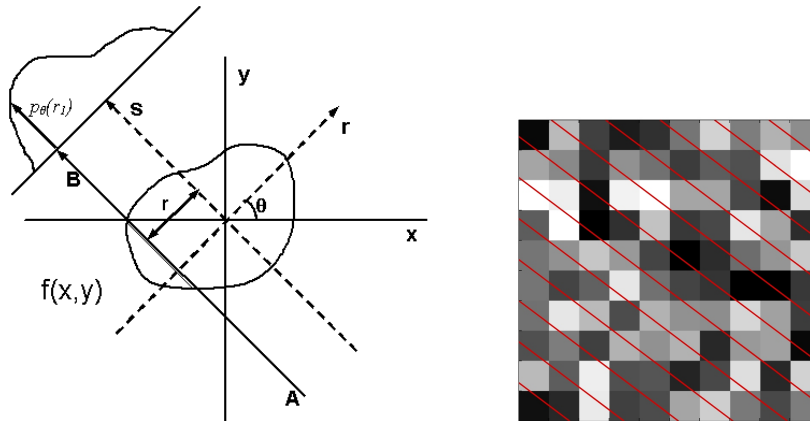


FIGURE 1 – Principe et géométrie de la tomographie parallèle

sur la partie gauche de la figure 1.

Le modèle est donné par

$$b = \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = - \int_{\gamma_i} \mu(x, y) dl$$

Le domaine (ici le carré $[0, 1] \times [0, 1]$) est décomposé en $N \times N$ carrés. Le dispositif tourne autour de l'objet, les mesures sont réalisées pour des angles $\theta_i, i = 1, N_\theta$, et pour chaque angle on a p rayons. On obtient un système linéaire

$$AL = b$$

où les données $b \in \mathbb{R}^{p \times N_\theta}$, l'inconnue $L \in \mathbb{R}^{N \times N}$.

Le but du projet est de retrouver la forme d'un objet.

Travail demandé

- Utiliser les fonctions `paralleltomo` et `myphanton` pour générer une matrice d'atténuations, une géométrie (appelé l'exemple de Shepp–Logan), et les données correspondantes. On pourra choisir la résolution de la grille en espace, le nombre et la répartition des angles, et le nombre de rayons par angle (voir le script `exemple-proj5.m`, qui montre également comment visualiser les données et l'objet reconstruit).
- Résoudre le problème inverse correspondant, en cherchant un paramètre de régularisation par l'une des méthodes vues en cours.
- Étudier l'influence du nombre de rayons, et de l'angle de couverture.
- Inverser les données contenues dans le fichier `dataproj5.txt`.

Pour la dernière question, les données ont été générées sur une grille avec $N=82$, $\theta=0:4.5:179$, et $p=82$, avec un bruit aléatoire tel que le rapport signal sur bruit soit d'environ 40. Les données sont contenues dans le fichier `dataproj5.txt`, disponible sur la page Oasis du cours. On peut les charger, les visualiser et obtenir le second membre pour la régularisation par les commandes

```
load dataproj5.txt
imagesc(dataproj5)
colormap gray
axis equal
axis off
b=dataproj5(:);
N=82; theta=0:4.5:179; p=82;
[A, theta, p] = paralleltomo(N,theta,p);
```