27/09/2021

Difracción y propagación computacional

Hemos visto que para valores $r \gg \lambda$ se tiene que la solución de Rayleigh-Sommerfeld es

$$U(x,y;z) = \frac{1}{i\lambda}\iint_{\mathbb{R}^2} U(x',y';0)\frac{e^{ikR}}{R}\frac{z}{R}\,dx'dy',$$

con $R=\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+z^2}$. Es necesario transferir del continuo al espacio discreto.

En el caso de Fresnel tenemos

$$U_F(x,y;z) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z}\iint_{\mathbb{R}^2} U(x',y';0)\,e^{i\frac{\pi}{\lambda z}[(x-x')^2+(y-y')^2]}\,dx'dy',$$

entonces vale la pena discretizar una fase cuadrática:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{\lambda z}}e^{i\frac{\pi}{\lambda z}x^2}.$$

Entonces hay que determinar el muestreo en el espacio. Sea Δx el espaciamiento entre muestras, entonces el k-ésimo valor de la fase es

$$f_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda z}}e^{i\frac{\pi}{\lambda z}\Delta x^2 k^2}.$$

Para $N_F > 0.25$ se debe tener $\Delta x \leq \lambda z/a$, con a el tamaño característico de la abertura. Escogiendo el espaciamiento más grande $\Delta x = \lambda z/a$ se tiene que

$$f_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda z}}e^{i\frac{\pi}{4N_F}k^2},$$

(en este caso el número de elementos debe ser por lo menos $K=4N_F$)

a suele ser el "diámetro" de la abertura. Para $N_F < 0.25$ se debe tener $\Delta x \leq a/M$ con M el muestreo de la abertura. Para $\Delta x = a/M$

$$f_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda z}}e^{i\pi\frac{4N_F}{M^2}k^2}.$$

(en este caso el número de elementos debe de ser $K > M$)