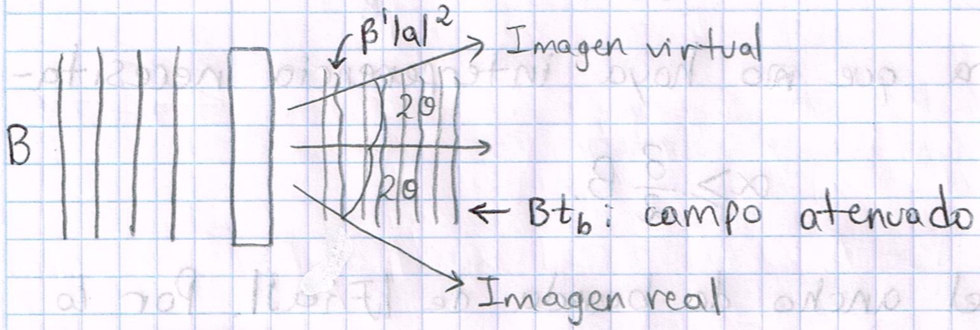
01/12/2021

En la actualidad podemos utilizar interferómetros para dividir un frente de onda, que es la esencia del holograma de Leith-Upatnieks.

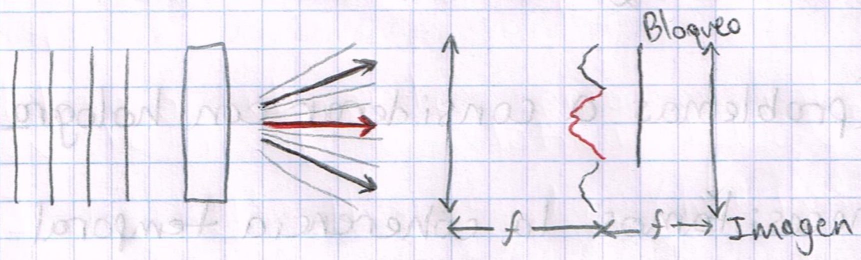
Continuando con el holograma de Leith-Upatnieks:

$$t_A(x,y) = t_b - \beta'\left(|a|^2 + A^* a e^{i2\pi\alpha y} + A a^* e^{-i2\pi\alpha y}\right)$$

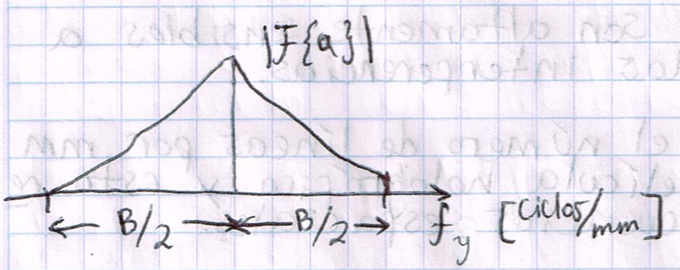


El campo Bt_b sí lo podemos considerar acotado pues es el de una onda plana B atenuada, no difracta. Sin embargo, el campo de $\beta'|a|^2$ sí difracta e interfiere con el ancho en frecuencias de los otros dos con máximos en 2θ y -2θ.

¿Cuál es el valor de α o 2θ mínimo de tal forma que los frentes de onda se separen?



En la imagen sólo dejamos las frecuencias de la imagen real.

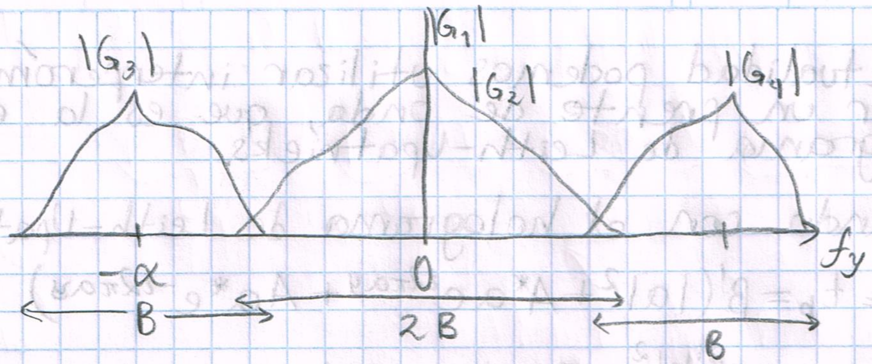


$$G_1(f_x,f_y) = \mathcal{F}\{t_1(x,y)\} = t_b\,\delta(f_x,f_y)$$

$$G_2(f_x,f_y) = \mathcal{F}\{t_2(x,y)\}$$
$$= \beta' G_a \star G_a$$

$G_3(f_x,f_y) = \beta' A^* G_a(f_x, f_y - \alpha)$, $G_4(f_x,f_y) = \beta' A G_a^*(-f_x, -f_y - \alpha)$,

con $G_a = \mathcal{F}\{a\}$. De manera que



Entonces para que no haya interferencia necesitamos que

$$\alpha \geq \frac{3}{2} B.$$

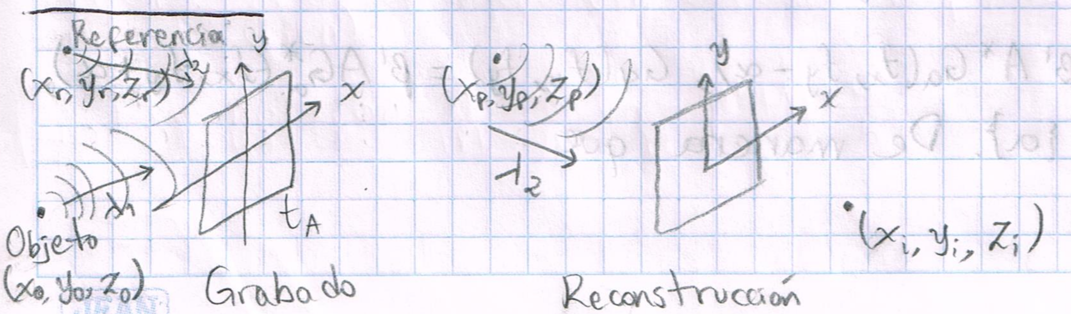
Donde B es el ancho de banda de $|\mathcal{F}\{a\}|$. Por lo tanto

$$\theta_{min} = \frac{1}{2} \operatorname{arcsen}\left(\frac{3B\lambda}{2}\right).$$

Si $|a| \ll |A| \Rightarrow U_2 \propto |a|^2$ va a ser muy pequeño y podremos relajar la anterior condición por

$$\theta_{min} = \frac{1}{2} \operatorname{arcsen}\left(\frac{B\lambda}{2}\right)$$

- Limitaciones (problemas a considerar con hologramas).
  - Coherencia, necesitamos la coherencia temporal
  - Estabilidad mecánica, son altamente sensibles a vibraciones debido a las interferencias.
  - Rango dinámico; i.e. el número de líneas por mm que puede grabar una película holográfica y esta relacionado con las frecuencias espaciales.



$$t_A = |U_o + U_r|^2 \underset{\text{paraxial}}{\simeq} \left| a e^{i\frac{\pi}{\lambda_1 z_o}[(x-x_o)^2+(y-y_o)^2]} + A e^{i\frac{\pi}{\lambda_1 z_r}[(x-x_r)^2+(y-y_r)^2]} \right|^2,$$

$\lambda_2 = \lambda_1$ pues tienen que interferir. De lo anterior al desarrollar podemos obtener t_1, t_2, t_3 y t_4. Luego $U_\ell = B e^{+i\frac{2\pi}{\lambda_2 z_p}[(x-x_p)^2+(y-y_p)^2]}$, donde en todos estos casos $z_o, z_r, z_p < 0$. En realidad sólo nos interesa U_3 y U_4. ¿Cuál es la posición de la imagen? Yo sé que la imagen tiene un campo de la forma

$$U_i(x,y) = k e^{-i\frac{\pi}{\lambda_2 z_i}[(x-x_i)^2+(y-y_i)^2]},$$

dependiendo del signo de z_i esto representa la imagen real o virtual.

Desarrollando U_3 (o U_4) e igualando con U_i uno puede encontrar (x_i, y_i, z_i) para conocer la posición de la imagen. Se encuentra que

$$x_i = \mp\left(\frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_o} x_o - \frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_r} x_r\right) + \frac{z_i}{z_p} x_p,$$

$$y_i = \mp\left(\frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_o} y_o - \frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_r} y_r\right) + \frac{z_i}{z_p} y_p$$

$$z_i = \left[\frac{1}{z_p} \pm \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_r} \mp \frac{\lambda_2}{\lambda_1 z_o}\right]^{-1}$$

Y luego la amplificación transversal es

$$M_t = \left|\frac{\partial x_i}{\partial x_o}\right| = \left|\frac{\partial y_i}{\partial y_o}\right| = \left|\frac{\lambda_2 z_i}{\lambda_1 z_o}\right|,$$

y la axial

$$M_a = \left|\frac{\partial z_i}{\partial z_o}\right| = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} M_t^2.$$