Entonces tenemos la ecuación de onda escalar:

$$\nabla^2 U + \frac{n^2}{c^2}\omega^2 U = 0,$$

con $E(\underline{r}) = Re\{U(\underline{r})e^{i\omega t}\}$. De la misma forma

$$\nabla^2 U + n^2 k_0^2 U = 0 \iff \nabla^2 U + k^2 U = 0.$$

En coordenadas cartesianas

$$U(\underline{r}) = X(x)\,Y(y)\,Z(z) \Rightarrow U(\underline{r}) = Ae^{-i\underline{k}\cdot\underline{r}} + Be^{i\underline{k}\cdot\underline{r}}.$$

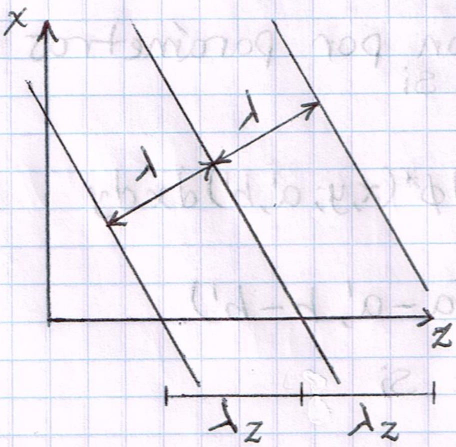
En coordenadas cilíndricas se tienen los modos de Bessel

$$U(r) = U(\rho,\phi,z) = P(\rho)\Phi(\phi)Z(z) \Rightarrow U(\underline{r}) = J_m(\rho k_T)e^{im\phi}e^{-i\beta z},$$

con $k_T = \sqrt{k^2-\beta^2} = \sqrt{k_x^2+k_y^2}$, $\beta^2 = k_z^2$ y m es un número entero.

Regresando a ondas planas... Así como tenemos una frecuencia ν, también hay una frecuencia espacial, la longitud de onda λ está relacionada, a saber $f = \lambda^{-1}$.

Los frentes de onda satisfacen que $\underline{k}\cdot\underline{r}$ es constante, como tenemos una onda plana $e^{\pm i\underline{k}\cdot\underline{r}}$ entonces λ es la distancia entre planos de frentes de onda de una misma fase.



Dado un sistema coordenado es posible definir, para una onda plana, las frecuencias f_x, f_y y f_z, tales que

$$f_i = \frac{1}{\lambda_i},$$

así que f_x, f_y y f_z están relacionadas con los cosenos directores de la onda plana:

$$k_x = k\cos\alpha = 2\pi f_x,\quad k_y = k\cos\beta$$

y $k_z = k\cos\gamma = 2\pi f_z$; de modo que $f_i = \cos\theta_i/\lambda$.