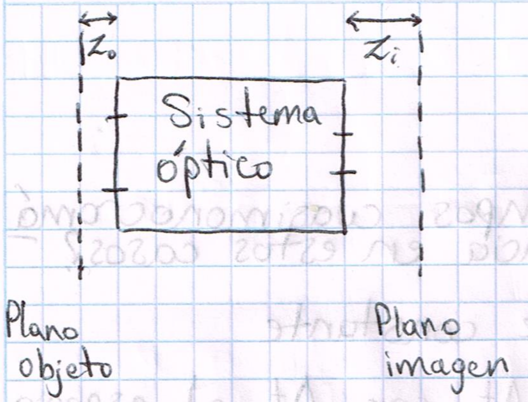
03/11/2021



Como suposición el sistema es tal que un punto (ξ_o, η_o) en el plano objeto llegará al punto $M(\xi_o, \eta_o)$ en el plano imagen. y en el plano imagen:

$$h(u,v) = \frac{1}{\lambda^2 z_i^2} e^{i\frac{\pi}{\lambda z_i}(u^2+v^2)} \times \iint P(x,y) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda z_i}(ux+vy)} dx\,dy;$$

por ser el plano imagen tenemos

$$U_i(u,v) = \iint_{\mathbb{R}^2} h(u,v;\xi,\eta) U_o(\xi,\eta)\, d\xi\, d\eta,$$ ya que el sistema es lineal. Por otro lado

$$h(u,v;\xi,\eta) = \frac{1}{\lambda^2 z_i^2} \iint_{\mathbb{R}^2} P(x,y) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda z_i}[(u-M\xi)x+(v-M\eta)y]} dx\,dy,$$

con las variables $\tilde{\xi} = M\xi$ y $\tilde{\eta} = M\eta$ se tiene una h invariante

$$h(u-\tilde{\xi}, v-\tilde{\eta}) = \frac{1}{\lambda^2 z_i^2} \iint P(x,y) e^{-\frac{2\pi}{\lambda z_i}[(u-\tilde{\xi})x+(v-\tilde{\eta})y]} dx\,dy,$$

sea $U_g(\tilde{\xi},\tilde{\eta}) = \frac{1}{|M|} U_o\left(\frac{\tilde{\xi}}{M}, \frac{\tilde{\eta}}{M}\right)$, entonces

$$U_i(u,v) = \iint_{\mathbb{R}^2} h(u-\tilde{\xi}, v-\tilde{\eta}) U_g(\tilde{\xi},\tilde{\eta})\, d\tilde{\xi}\, d\tilde{\eta}.$$

Esto es estrictamente cierto en el caso monocromático, que es

$$u(P,t) = U(P) e^{-i2\pi\nu t},$$

donde hemos estudiado U. Esto supone una coherencia perfecta (ideal)

Campo policromático

Nos enfocaremos en los campos cuasimonocromáticos. ¿Qué pasa con la coherencia en estos casos?

Coherencia $\longrightarrow$ Diferencia de fase constante

La longitud de coherencia $l_c = c\Delta t$ con Δt el espaciamiento temporal donde se da la coherencia temporal. En la coherencia espacial se tiene el ancho de coherencia

Para que haya coherencia se tiene que haber una diferencia de fase constante pero no es perfecto debido al ancho de banda en las frecuencias.

Para una fuente cualquiera para medir su nivel de coherencia se puede utilizar un interferómetro de Young. Si en la pantalla aparece un patrón de interferencia con buen contraste entonces será algo coherente (espacialmente). En estas fuentes no habrá un patrón de interferencia infinito, sólo una región finita.

La coherencia temporal tendrá que ver con la finitud del patrón de interferencia (su "ancho").

Con el interferómetro de Michelson se puede caracterizar precisamente la longitud de coherencia (temporal al variar la longitud de uno de los brazos) (espacial al cambiar la orientación de uno de los espejos)

- Coherencia
  - Tiene que haber traslape.
  - Fase constante.
  - Misma frecuencia.

Si U_A y U_B son los fasores en los puntos que deseamos analizar, entonces el campo total es

$$U = U_A + U_B$$

de modo que $I = \langle |U_A + U_B|^2 \rangle$, de manera que

$I = |U_A|^2 + |U_B|^2 + 2|U_A||U_B|\langle\cos\delta\rangle$, siendo δ el desfasamiento de esos dos campos.

$$\delta = \phi_B(t) - \phi_A(t);$$

con $\langle\cdot\rangle$ el promedio temporal en tiempo infinito.

Se llama intensidad mutua a $\langle U_A U_B^*\rangle$ y está relacionada con la correlación entre dos puntos del campo y nos habla de predictibilidad (que tan armonico es un campo).

Coherencia temporal: pureza espectral del campo

Para una fuente no coherente: para este caso se tiene que $\langle U_A U_B^*\rangle = 0$, pero no para el mismo punto esto es

$$\langle U_A U_B^*\rangle = |U_A|^2\,\delta(x_A - x_B, y_A - y_B),$$

en realidad no es una δ, pero una función que decae rápidamente

---

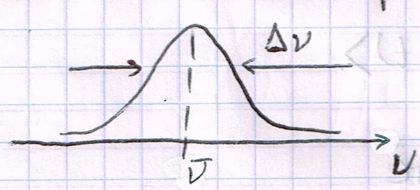
- Luz policromática:

Supongamos $u(p,t) \Rightarrow u(p,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(p,\nu)e^{-i2\pi\nu t}d\nu$,

en el caso de una onda monocromática $\nu = \nu_0$

$$u(p,t) = \tilde{U}_0(p,\nu_0)\frac{1}{2}\left(e^{-i2\pi\nu_0 t} + e^{i2\pi\nu_0 t}\right).$$

Pero en el caso policromático



$$\Rightarrow u(p,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{U}(p,\nu')e^{-i2\pi(\bar{\nu}+\nu')t}d\nu'$$

$\nu = \nu' + \bar{\nu}$

$$\Rightarrow u(p,t) = e^{-i2\pi\bar{\nu}t}\int \tilde{U}(p,\nu')e^{-i2\pi\nu' t}d\nu'$$

$$\therefore u(p,t) = U(p,t)e^{-i2\pi\bar{\nu}t},$$

siendo $U(p,t)$ el fasor como el caso monocromático sólo que ahora depende también del tiempo. Ahora

$$U_i(u,v;t) = \iint_{\mathbb{R}^2} h(u-\tilde{\xi}, v-\tilde{\eta}, \nu)\, U_g(\tilde{\xi},\tilde{\eta}; t-\tau)\, d\tilde{\xi}\, d\tilde{\eta},$$

pero supondremos una h igual para cualquier ν, esto es cierto para anchos de banda pequeños, esto es $\Delta\nu \ll \bar{\nu}$. El valor τ en general es $\tau(\tilde{\xi},\tilde{\eta})$, es un tiempo de retraso.

Hasta ahora hemos llama a h sólo la respuesta al impulso, y lo es pero hay que empezar a distinguir.

$$I_i(u,v) = \langle |U_i(u,v;t)|^2 \rangle$$
$$= \iint_{\mathbb{R}^2}\iint_{\mathbb{R}^2} h(u-\tilde{\xi}_1, v-\tilde{\eta}_1)\, h^*(u-\tilde{\xi}_2, v-\tilde{\eta}_2) \times$$
$$\langle U_g(\tilde{\xi}_1,\tilde{\eta}_1; t-\tau_1)\, U_g^*(\tilde{\xi}_2,\tilde{\eta}_2; t-\tau_2)\rangle$$
$$d\tilde{\xi}_2\, d\tilde{\eta}_2\, d\tilde{\xi}_1\, d\tilde{\eta}_1,$$

por lo que $\tilde{\xi}_1$ tiene que estar cerca de $\tilde{\xi}_2$ para que tengamos traslape $\Rightarrow \tau_1 \simeq \tau_2$. Así

$$I_i(u,v) = \iint_{\mathbb{R}^2}\iint_{\mathbb{R}^2} h(u-\tilde{\xi}_1, v-\tilde{\eta}_1)\, h^*(u-\tilde{\xi}_2, v-\tilde{\eta}_2)\, J_g(\tilde{\xi}_1,\tilde{\eta}_1; \tilde{\xi}_2,\tilde{\eta}_2)$$
$$d\tilde{\xi}_2\, d\tilde{\eta}_2\, d\tilde{\xi}_1\, d\tilde{\eta}_1,$$

con J_g la intensidad mutua y es una medida de la coherencia

$$J_g = \langle U_g(\tilde{\xi}_1,\tilde{\eta}_1; t)\, U_g^*(\tilde{\xi}_2,\tilde{\eta}_2; t)\rangle.$$

→ En el caso completamente coherente

$$J_g = U_g(\tilde{\xi}_1,\tilde{\eta}_1)\, U_g^*(\tilde{\xi}_2,\tilde{\eta}_2)$$

$$U_g(\tilde{\xi},\tilde{\eta},t) = \boxed{\quad}(\tilde{\xi},\tilde{\eta})\, \underbrace{e^{i\phi(\tilde{\xi},\tilde{\eta},t)}\, e^{i\phi(0,0,t)}}_{e^{i\Delta\phi}}\, e^{-i\phi(0,0,t)},$$ así

$U_g(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}; t) = U_g(\tilde{\xi}, \tilde{\eta}) \dfrac{U_g(0,0;t)}{\langle |U_g(0,0;t)|^2 \rangle^{1/2}}$, sustituyendo en la

intensidad mutua uno encuentra:

$J_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1; \tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2) = U_g(\tilde{\xi}_1, \tilde{\eta}_1) U_g^*(\tilde{\xi}_2, \tilde{\eta}_2)$