08/09/2021

Así $U(x,y;z)=\iint_{\mathbb{R}^2} U(x',y';0)\frac{e^{ikR}}{2\pi R}\left(-ik+\frac{1}{R}\right)\frac{z}{R}dx'dy'$, que es justamente una suma de ondas "tipo" esféricas que interfieren (por estar trabajando con fasores) en el plano $z=z$ y que son emitidas desde los puntos x', y'; y entonces se suman. $R^2=(x-x')^2+(y-y')^2+z^2$.

La anterior se conoce como solución de Rayleigh - Sommerfeld.

Paréntesis: Campo vectorial en espacio libre.

$\nabla\cdot\underline{E}=0 \Rightarrow E_z=-\int\left(\frac{\partial}{\partial x}E_x+\frac{\partial}{\partial y}E_y\right)dz$ con $E_z\to 0$ si $z\to\infty$ (suposición). Como vemos, una componente no es independiente y nos lleva a la solución de Rayleigh-Sommerfeld-Smite.

Observemos que

$-ik+\frac{1}{r}=k\left(-i+\frac{1}{kr}\right)=k\left(-i+\frac{\lambda}{2\pi r}\right)$. Si analizamos valores $r\gg\lambda$ entonces $-ik+r^{-1}\simeq -ik$, de forma que

$$h(x,y;z)\simeq\frac{e^{ikr}}{2\pi r}\left(-ik\frac{z}{r}\right),$$

que es onda esférica. Por lo tanto

$$U(x,y;z)\simeq\iint_{\mathbb{R}^2}U(x',y';0)\frac{e^{ikR}}{2\pi R}(-ik)\frac{z}{R}dx'dy'.$$

Otra aproximación es $R\sim z$ de modo que $\frac{e^{ikR}}{R}\frac{z}{R}\to\frac{e^{ikR}}{z}$, con esto

$$U(x,y;z)\simeq\iint_{\mathbb{R}^2}U(x',y';0)\frac{e^{ikR}}{2\pi z}(-ik)dx'dy'.$$

Estas aproximaciones no son muy restrictivas. Pero la siguiente si lo es: