09/10/21

Primero vamos a suponer que no hay aberturas físicas (sistemas infinitos).

Todos los rayos tienen el mismo camino óptico. Sea s la longitud que recorren los rayos dentro del sistema óptico y el sistema óptico con parámetros ABCD

¿Como se modifica el frente de onda entre z_1 y z_2 dado un sistema ABCD general?

$$h(y_2; z_2) \sim A e^{ik_0 s}; \quad k_0 = 2\pi/\lambda_0$$

Por otro lado (y suponiendo la convención de los signos)

$$L_{tot} = n_1 R_1 - n_2 R_2 + \underbrace{\sum n_i \Delta z_i}_{L_0},$$

tenemos que $s = L_{tot} - (n_1 l_1 + n_2 l_2)$. Por otro lado:

$$l_1 = \sqrt{R_1^2 + y_1^2} = R_1\sqrt{1+\left(\frac{y_1}{R_1}\right)^2} \underset{y_1 \ll R_1}{\simeq} R_1 + \frac{1}{2}\frac{y_1^2}{R_1} \quad y \quad l_2 = -R_2 - \frac{1}{2}\frac{y_2^2}{R_2}$$

$$\Rightarrow s = \cancel{n_1 R_1} - \cancel{n_2 R_2} + L_0 - \left(\cancel{n_1 R_1} + \frac{1}{2}\frac{n_1 y_1^2}{R_1}\right) - \left(-\cancel{n_2 R_2} - \frac{1}{2}\frac{n_2 y_2^2}{R_2}\right)$$

$$\therefore \; s = L_0 - \frac{1}{2}\frac{n_1 y_1^2}{R_1} + \frac{1}{2}\frac{n_2 y_2^2}{R_2}.$$

Y sabemos que $\begin{pmatrix} y_2 \\ \hat{\theta}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_1 \\ \hat{\theta}_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \frac{R_1}{n_1} = \frac{B y_1}{y_2 - A y_1}$ y

$$\frac{R_2}{n_2} = \frac{B y_2}{D y_2 - y_1} \Rightarrow \boxed{s = L_0 + \frac{1}{2B}\left[A y_1^2 - 2 y_1 y_2 + D y_2^2\right]}.$$

Entonces, para (por ejemplo) propagación libre $L_0 = dn$ y

$$S_{libre} = L_0 + \frac{n}{2d}(y_1 - y_2)^2,$$

en este caso $\underset{\uparrow \text{ campo de un punto.}}{h(y_2; z_2)} = A e^{i\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(nd + \frac{n}{2d}[y_2 - y_1]^2\right)} = A e^{ikd} e^{i\frac{n\pi}{\lambda_0 d}(y_2 - y_1)^2}$

con $k = nk_0$ y $\lambda = (n/\lambda_0)^{-1}$. $h(y_2; z_2) = A e^{ikd} e^{i\frac{\pi}{\lambda d}(y_2 - y_1)^2}$.