Minimización de un AFD

existe una forma de minimizar un AFD. Es decir, podemos tomar cualquier AFD y hallar un AFD equivalente que tenga el número mínimo de estados. En realidad, este AFD es único: dados cualesquiera dos AFD con un número mínimo de estados que sean equivalentes, siempre podemos encontrar una forma de renombrar los estados de manera que ambos AFD se conviertan en el mismo.

Si dos estados no pueden distinguirse mediante el algoritmo de llenado de tabla, entonces los estados son equivalentes. DEMOSTRACIÓN. Supongamos que tenemos el AFD A = (Q,Σ,δ,q0,F). Supongamos también que el teorema es falso; es decir, existe al menos un par de estados {p,q} tal que:

1. Los estados p y q son distinguibles, en el sentido de que existe una cadena w tal que δ(p,w) o δ(q,w) es de aceptación (uno solo de ellos).

2. El algoritmo de llenado de tabla no determina que p y q sean distinguibles.

El problema de minimizar autómatas se reduce al problema de encontrar dichas clases de equivalencia.

Ejemplo

Considere los dos AFD de la Figura 4.10. Cada AFD acepta la cadena vacía y todas las cadenas que terminan en 0; se trata del lenguaje representado por la expresión regular ε + (0+1)∗0. Podemos imaginar que la Figura 4.10 representa un único AFD con cinco estados, A hasta E. Si aplicamos el algoritmo de llenado de tabla a dicho autómata, el resultado es el mostrado en la Figura 4.11.

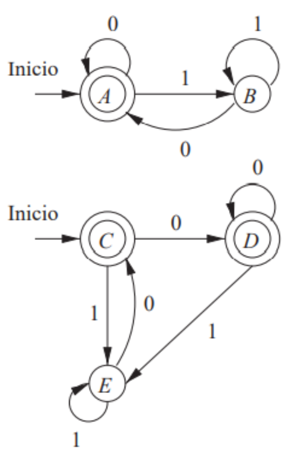

Figura 4.10. Dos AFD equivalentes.

B	x			
C		x		
D		x		
E	x		x	x
	A	B	C	D

Figura 4.11. La tabla de estados distinguibles para la Figura 4.10.

Otra importante consecuencia de la comprobación de la equivalencia de estados es que podemos “minimizar” los AFD. Es decir, para cada AFD podemos encontrar otro AFD equivalente que tenga menos estados que cualquier AFD que acepte el mismo lenguaje. Además, excepto por la posibilidad de denominar a los estados con cualquier nombre que elijamos, este AFD con un número mínimo de estados es único para ese lenguaje. El algoritmo es el siguiente:

1. En primer lugar, eliminamos cualquier estado al que no se pueda llegar desde el estado inicial.

2. A continuación, se dividen los restantes estados en bloques, de modo que todos los estados de un mismo bloque sean equivalentes y que no haya ningún par de estados de bloques diferentes que sean equivalentes.

Sería lógico pensar que la misma técnica de partición de estados que sirve para minimizar los estados de un AFD podría aplicarse también para determinar un AFN equivalente con el mínimo número de estados a un AFN o un AFD dado. Aunque es posible, mediante un proceso de enumeración exhaustivo, determinar un AFN con los menos estados posibles que acepte un lenguaje regular dado, no podemos simplemente agrupar los estados del AFN dado.

AFN EQUIVALENTE

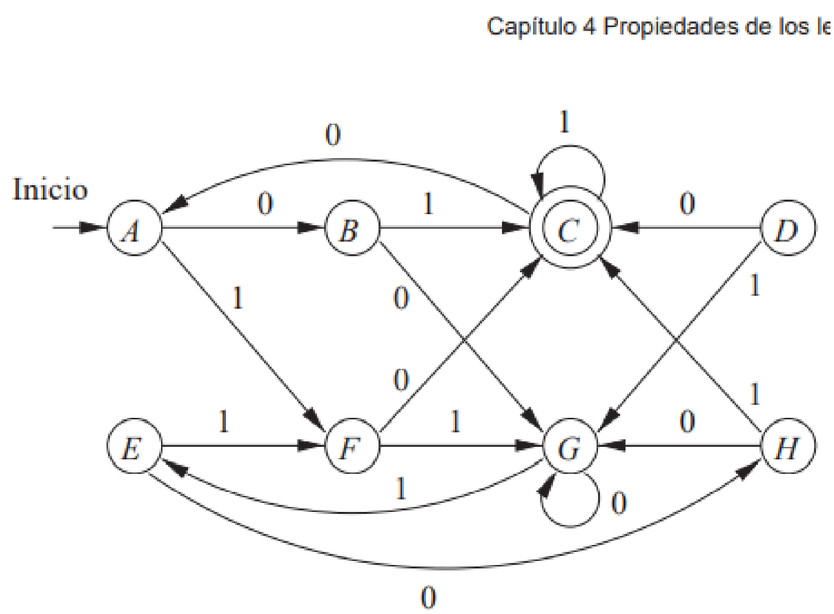

Figura 4.8. Un autómata con estados equivalentes.

EL MISMO AFN MINIMIZADO

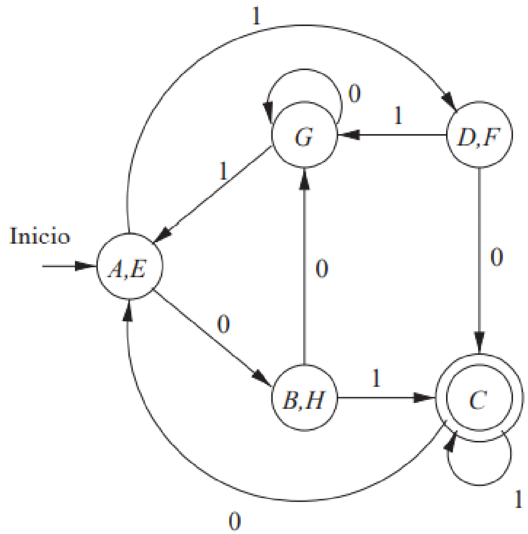

Figura 4.12. AFD con el número mínimo de estados equivalente al de la Figura 4.8.