

Trabalho - Álgebra Linear Algorítmica 2023.1
Criando um código secreto com matrizes
Prof. Marcello Goulart Teixeira

Uma forma simples de criar um código secreto é utilizando matrizes.

Considere que, a cada letra do alfabeto, seja associado um número. Por exemplo, "espaço" = 0, a=1, b=2, c=3 e assim por diante.

Então um texto pode ser representado por um vetor onde cada elemento é o número de uma letra. Por exemplo, o texto "olá, turma" fica

$$\begin{bmatrix} o \\ l \\ a \\ \\ t \\ u \\ r \\ m \\ a \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} 15 \\ 12 \\ 1 \\ 0 \\ 20 \\ 21 \\ 18 \\ 13 \\ 1 \end{bmatrix} = b$$

Em seguida, cria-se uma matriz A , 9×9 , com $\det(A) \neq 0$ e, com ela, determina-se o vetor \bar{b} tal que $\bar{b} = Ab$, que é de fato a informação a ser transmitida.

No destino, é preciso decodificar a mensagem. Como $\bar{b} = Ab$, então $b = A^{-1}\bar{b}$. Logo, as pessoas que recebem a mensagem devem conhecer a matriz A , ou uma regra para criar essas matrizes, e então determinar sua inversa e depois determinar b .

1. Crie um programa em Python que receba uma mensagem qualquer de até 10 caracteres e exibe como saída o vetor codificado \bar{b} . Para isso, implemente uma regra geral para criar a matriz A , que pode ter dimensão entre 3 e 10. Não se esqueça que sua matriz deve ser invertível.
2. Crie um programa em Python que receba o vetor gerado pelo programa do item anterior e, sabendo a dimensão deste vetor, recrie a matriz A , segundo as regras definidas no item anterior, calcule a inversa de A pelo método do escalonamento e determine $b = A^{-1}\bar{b}$. Por fim, o programa deve exibir na tela a mensagem original.