Introdução à Matemática Financeira

Principais variáveis da Matemática Financeira

| Siglas | Denominações das variáveis |
|------------|---|
| PV, VP, | Capital, Valor Inicial, Capital Inicial, Investimento Inicial, Principal, Valor |
| C, P | Presente (Present Value), Valor antes dos Juros, Valor à Vista. |
| FV, VF, M, | Montante, Valor Futuro (Future Value), Valor depois dos Juros, Valor de |
| S, VN | Face, V alor N ominal, Valor Final. |
| n, t | Quantidade de prestações, n úmero de períodos, t empo |
| i | Taxa de juros |
| PMT | Valor da Parcela (PMT do inglês <i>payment</i>) |

Precisão nos Cálculos em Matemática Financeira

Para obter boa precisão nos cálculos, é aconselhável a utilização 6 casas após a vírgula, no mínimo.

Principais Convenções de Tempo das Taxas de Juros

| a. a. = ao ano | a. s. = ao semestre |
|------------------------------------|----------------------|
| a. qd. = ao quadrimestre (4 meses) | a. t. = ao trimestre |
| a. b. = ao bimestre | a. m. = ao mês |
| a. q. = à quinzena | a. d. = ao dia |

Exercícios – Lista 1 – Juros Compostos

- 1) Qual o capital que, aplicado a juros compostos durante 3 anos, à taxa de 13% a.a., produz um montante de \$ 3.607,24? (resp.: \$ 2.500,00)
- 2) Calcular a taxa mensal de juros de uma aplicação de \$ 66.000,00 que produz um montante de \$92.868,628 ao final de 7 meses. (resp.: 5 % a.m.)
- 3) Um capital de \$ 7.000,00, é aplicado a juros compostos, por um período 6 meses, à taxa de 2% ao mês. Calcule o valor final a ser sacado após a aplicação. (resp.: \$ 7.883,14)
- 4) Um capital de \$ 18.600,00 rendeu depois de um certo prazo o montante \$ 22.278,78 no regime de juros compostos. Sabendo que foi utilizada a taxa de 4% ao mês, calcule o prazo da aplicação. (resp.: 4,6 meses)
- 5) Calcule a taxa mensal de juros de uma aplicação de \$ 752.000,00 que produz um montante de \$ 980.000,00 ao final de 5 meses. (resp.: 5,43909% a.m.)
- 6) Uma aplicação financeira de R\$2.500,00, no prazo de sessenta dias, calculada à taxa de 2% ao mês, no regime de capitalização composta, terá como montante:
 - A) R\$ 2.600,00
- B) R\$ 2.601,00
- C) R\$ 2.550,00
- D) R\$ 2.650,00

Resposta: letra b.

Exercícios – Lista 2 – Decisão sobre Alternativas

- 1) Qual das alternativas abaixo é a mais vantajosa na compra de uma máquina, para uma taxa de juros de 7% a.m.?
 - a) Entrada de \$ 2.000,00 e mais \$ 3.000,00 no fim de 2 meses
 - b) Entrada de \$ 3.000,00 e mais \$ 2.000,00 no fim de 4 meses

Respostas: opção A= \$ 4.620,32; opção B= \$ 4.525,79

- Calcule e aponte qual das alternativas a seguir é a mais vantajosa na compra de uma mercadoria, para uma taxa de 3,9 % a.m.
 - a) Entrada de \$ 10.000 e mais \$ 60.000 no fim de 4 meses
 - b) Entrada de \$ 25.000 e mais \$ 40.000 no fim de 7 meses
 - c) Pagamento a vista, no valor de 50.000.

Respostas: opção A= \$ 61.485,99; opção B= \$ 55.602,09; opção C= \$ 50.000,00

- 3) Calcule e aponte qual das alternativas a seguir é a mais vantajosa na compra de uma mercadoria, para uma taxa de 3,8 % a. m. (demonstre os cálculos).
 - a) Pagamento a vista, no valor de 1.300,00.
 - b) Entrada de \$ 600 e mais \$ 750,00 no fim de 6 meses
 - c) Entrada de \$ 150 e mais \$ 1200,00 no fim de 3 meses

Respostas: opção A= \$ 1.300,00; opção B= \$ 1.199,62; opção C= \$ 1.222,97

- 4) Calcule e aponte qual das alternativas a seguir é a mais vantajosa na compra de uma máquina, para uma taxa de 5% a.m. (demonstre os cálculos).
 - a) Pagamento a vista, no valor de \$ 90.000,00.
 - b) Entrada de \$50.000,00 e mais \$60.000,00 no fim de 5 meses
 - c) Entrada de \$ 40.000,00 e mais \$ 70.000,00 no fim de 9 meses

Respostas: opção A= \$ 90.000,00; opção B= \$ 97.011,57; opção C= \$ 85.122,62

- 5) Calcule e aponte qual das alternativas a seguir é a mais vantajosa na compra de um equipamento industrial, para uma taxa de 6% a.m. (demonstre os cálculos).
 - a) Pagamento a vista, no valor de \$ 200.000,00.
 - b) Entrada de \$ 50.000,00 e mais \$ 180.000,00 no fim de 9 meses
 - c) Entrada de \$80.000,00 e mais \$130.000,00 no fim de 5 meses

Respostas: opção A= \$ 200.000,00; opção B= \$ 156.541,72; opção C= \$ 177.143,56

Série Uniforme de Pagamentos – Cálculo de Prestação

(PMT, do inglês payment)

Sem entrada = considera-se sem entrada, quando não há desembolso inicial no parcelamento ou guando o valor da entrada for diferente do valor das parcelas. Neste último caso, o valor presente a ser considerado na fórmula é a quantia resultante da subtração entre o valor à vista e a parcela dada como entrada.

Com entrada = situação em que o valor da entrada é idêntico ao das prestações.

| SEM ENTRADA Na HP12C |
|---|
| $FV = PMT. \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ |
| $PV = PMT. \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n \cdot i} \right]$ |
| $PMT = FV \cdot \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$ |
| PMT = PV $\cdot \left[\frac{(1+i)^n \cdot i}{(1+i)^n - 1} \right]$ |
| $n = \left[\frac{\log \frac{PMT}{PMT - (PV.i)}}{\log (1+i)}\right]$ |
| $n = \left[\frac{\log \frac{(FV.i) + PMT}{PMT}}{\log (1+i)}\right]$ |

COM ENTRADA
Na HP12C
$$\Rightarrow$$
 pressionar [g] [BEG]

$$FV = PMT \left[\frac{(1+i)^{n+1}-1}{i} - 1 \right]$$

$$PV = PMT. \left[\frac{(1+i)^{n-1}-1}{(1+i)^{n-1} \cdot i} + 1 \right]$$

$$PMT = FV. \left[\frac{i}{(1+i)^{n+1}-(1+i)} \right]$$

$$PMT = PV. \left[\frac{(1+i)^{n-1} \cdot i}{(1+i)^{n-1} \cdot i} \right]$$

$$n = \left[\frac{\log \frac{(-PV \cdot i) + \{(1+i) \cdot PMT\}}{PMT}}{\log (1+i)^{-1}} + 1 \right]$$

$$n = \left[\frac{\log \frac{(FV \cdot i) + \{(1+i) \cdot PMT\}}{PMT}}{\log (1+i)} - 1 \right]$$

Exercícios – Lista 3 – Cálculo de Prestações (PMT)

- 1) Um eletrodoméstico é vendido em 12 parcelas mensais, sem entrada. Sabendo-se que o valor à vista do aparelho é de R\$ 900,00 e a taxa de juros praticada pela loja é de 4% ao mês, qual será o valor de cada prestação ? (resposta: \$ 95,90)
- 2) Uma geladeira é vendida por R\$ 750,00 à vista. Qual será o valor da prestação, se a mesma for vendida em 9 parcelas mensais, sem entrada, sabendo-se que a taxa de juros praticada pela loja é de 6,5% ao mês? (resposta: \$ 112,68)
- 3) Utilizando as informações do exercício anterior (PV = 750; i = 6,5% a.m. n = 9); , se o cliente desejar efetuar uma <u>entrada com valor idêntico ao das prestações mensais</u>, qual será o valor de cada prestação? (resposta: \$ 105,80)
- 4) Determinar o pagamento mensal (PMT) que amortiza um empréstimo de \$ 5.000 em 12 parcelas mensais, sem entrada, à taxa de 16% a.m. (resposta: \$ 962,07)
- 5) Construa uma tabela com índices para cálculos de prestações, sabendo-se que a taxa de juros praticada é de 5% ao mês, e a quantidade máxima financiada é de 4 parcelas sem entrada. (Dica: utilize como capital o valor de \$ 1,00).

Exercícios – Lista 4 – Conversão de taxas Equivalentes em Juros Compostos

- 1) Calcule a taxa mensal equivalente para cada uma das seguintes taxas (em juros compostos):
 - (a) 240 % a.a. (b) 39% a.s. (c) 27 % a.t. (d) 65 % a.b. (e) 1,2% a.d.
- 2) Calcule a taxa <u>semestral</u> equivalente para cada uma das seguintes taxas (em juros compostos):
 - (a) 1,3 % a.d. (b) 16% a.m. (c) 27% a.b. (d) 41 % a.t. (e) 150% a.a.
- 3) Um empreendedor trabalha com taxa de juros de 7,5% ao quadrimestre. Calcule a taxa anual equivalente em Juros compostos. (resposta: 24,2297%)
- 4) Calcule a taxa trimestral equivalente a taxa efetiva semestral de 30%. (resposta: 14,02%)

Exercícios – Lista 5 – Cálculo de Prestações com carência

- 1) Um computador (servidor) é vendido em 36 parcelas mensais, com 3 meses de carência. Sabendo-se que o valor à vista é de R\$ 12.000,00 e a taxa de juros praticada pela empresa é de é de 1,5% ao mês, qual será o valor de cada prestação? (resposta: \$ 453,65)
- 2) Utilizando as mesmas informações do exercício anterior, se o cliente efetuar uma entrada de R\$ 5.000,00, qual será o valor de cada parcela mensal? (resposta: \$ 264,63)
- 3) Calcule o valor das prestações mensais de um empréstimo de \$ 16.000 a 8% a.m. que será pago em 10 vezes, com uma carência de cinco meses. A primeira prestação só será paga no sexto mês. (resposta: \$ 3503,57).
- 4) Um equipamento é vendido em 3 parcelas mensais iguais, com carência de 120 dias. Sabendo-se que o valor à vista da máquina é de \$ 88.000,00 e a taxa de juros é de 7% ao mês (efetiva), calcule o valor das prestações. (resposta: \$ 43.954,33)

Finanças Análise de Viabilidade Econômica de Projetos

1) Calcule o *Payback* Descontado, o VPL e a TIR Modificada para o projeto abaixo. O projeto é viável? TMA= 13% a.a., Taxa de financiamento= 22% a.a. e taxa de reinvestimento = 9% a.a.

| Ano | Fluxo Caixa | Valor Presente | Saldo |
|-----|-----------------|----------------|-------|
| 0 | - 75.000 | | |
| 1 | 15.000 | | |
| 2 | - 10.000 | | |
| 3 | 55.000 | | |
| 4 | 60.000 | | |

2) Calcule o VPL, Payback Descontado e a TIR Modificada para os projetos a seguir. Os projetos são viáveis? (justifique a resposta). TMA= 16% a.a.; taxa de Financiamento = 20% a.a.

| () di stilli qui s' di l'objettal). | | |
|-------------------------------------|-----|-------------|
| | Ano | Fluxo Caixa |
| $\mathbf{\alpha}$ | 0 | - 40.000 |
| ţ | 1 | 25.000 |
| Projeto | 2 | - 5.000 |
| 7 | 3 | 30.000 |
| | 4 | 30.000 |

| | Ano | Fluxo Caixa |
|---------|-----|-------------|
| S | 0 | - 20.000 |
|)to | 1 | 16.000 |
| Projeto | 2 | 18.000 |
| Pr | 3 | - 3.000 |
| | 4 | 20.000 |

3) Calcule o Payback Descontado para os dois projetos a seguir e discuta o resultado. TMA = 18%

| Projeto W | | |
|-----------|-------------|--|
| Ano | Fluxo Caixa | |
| 0 | - 80.000 | |
| 1 | 60.000 | |
| 2 | 50.000 | |
| 3 | 30.000 | |
| 4 | 30.000 | |

| Projeto Y | | |
|-----------|-------------|--|
| Ano | Fluxo Caixa | |
| 0 | - 80.000 | |
| 1 | 55.000 | |
| 2 | 48.000 | |
| 3 | 30.000 | |
| 4 | 500.000 | |

4) Calcule a viabilidade dos projetos abaixo, por qualquer critério estudado em aula e aponte a melhor opção para a empresa. TMA= 20% a.a.; Taxa Financiamento= 12% a.a.; Taxa de Reinvestimento= 18% a.a.

| Ano | Projeto A |
|-----|-----------|
| 0 | - 19.000 |
| 1 | 5.000 |
| 2 | 21.000 |
| 3 | - 6.000 |
| 4 | 30.000 |

| Ano | Projeto B |
|-----|-----------|
| 0 | - 30.000 |
| 1 | - 6.000 |
| 2 | 26.000 |
| 3 | 30.000 |
| 4 | 30.000 |

| Ano | Projeto C |
|-----|-----------|
| 0 | - 42.000 |
| 1 | 16.000 |
| 2 | - 8.000 |
| 3 | 28.000 |
| 4 | 39.000 |

Respostas:

Exercício 1

| Valor Presente Líquido (VPL) | \$ 5.359,75 |
|------------------------------|-------------|
| Payback Descontado | 3,85 anos |
| TIR Modificada | 14,28% a.a. |

Exercício 2

| | Projeto R | Projeto S |
|------------------------------|--------------|--------------|
| Valor Presente Líquido (VPL) | \$ 13.624,37 | \$ 16.293,88 |
| Payback Descontado | 3,18 anos | 1,46 anos |
| TIR Modificada | 24,31% a.a. | 33,57% a.a. |

Exercício 3

| | Projeto W | Projeto Y |
|------------------------------|--------------|---------------|
| Valor Presente Líquido (VPL) | \$ 40.489,27 | \$ 277.236,39 |
| Payback Descontado | 1,81 anos | 1,97 anos |
| TIR Modificada | 30,72% a.a. | 71,53% a.a. |

Exercício 4

| | Projeto A | Projeto B | Projeto C |
|------------------------------|--------------|--------------|------------|
| Valor Presente Líquido (VPL) | \$ 10.745,37 | \$ 14.884,26 | \$ 789,35 |
| Payback Descontado | 3,26 anos | 2,98 anos | 3,96 anos |
| TIR Modificada | 30,48% a.a. | 30,20% a.a. | 19,4% a.a. |

Exercício – Custo de Capital (cálculo da TMA)

1) Aplicação do CAPM (Fonte: Gitman, Administração Financeira)

Use a equação básica para o modelo de formação de preço do ativo de capital (CAPM) para elaborar cada um dos seguintes:

- a) Encontre o retorno exigido para um ativo com um beta de 0,90, quando a taxa livre de risco e o retorno de mercado são 8% e 12%, respectivamente. (resposta: 11,6%)
- b) Encontre a taxa de risco para uma empresa com um retorno exigido de 15% e um beta de 1,25 quando o retorno de mercado é de 14% (resposta: 10%)
- c) Encontre o retorno de mercado para um ativo com um retorno exigido de 16% e um beta de 1,10, quando a taxa de risco é de 9% (resposta: 15,3636%)
- d) Encontre o beta para um ativo com um retorno exigido de 15% guando a taxa livre de risco e o retorno de mercado são 10% e 12,5%, respectivamente. (resposta: 2,0)
- 2) A partir das informações a seguir, calcule o custo de capital da empresa.

Estrutura do Passivo da Empresa

| ATIVO | PASSIVO |
|-----------------------|--------------------------|
| Circulante | Circulante |
| 60.000 | \$ 80.000 |
| NC - Realiz. L. Prazo | NC - Exigível a L. Prazo |
| 20.000 | \$ 10.000 |
| NC – Imobilizado | Patrimônio Líquido |
| 120.000 | \$ 110.000 |
| | Total: |

Valor médio da SELIC líquida: 13% a.a.; Nível de risco da empresa no mercado: 1,3. Custo de capital de terceiros = 16% Média (anualizada) dos últimos 21 dias úteis do IBOVESPA: 20% a.a.

(resposta: 19,36%)

3) A partir das informações a seguir, calcule o custo de capital da empresa:

Valor médio da SELIC líquida: 9,5% a.a.; Média dos últimos dias do Ibovespa: 15,5% a.a. Nível de risco da empresa no mercado: 1.1. Custo de capital de terceiros = 18% a.a. Utilize os demais dados do balanço patrimonial ao lado.

| Ultimo Balanço Patrimonial | | |
|----------------------------|--|--|
| PASSIVO + PL | | |
| Circulante | | |
| \$ 38.000 | | |
| NC- Exigível a L. Prazo | | |
| \$ 17.000 | | |
| Patrimônio Líquido | | |
| \$ 85.000 | | |
| Total: 140.000 | | |
| | | |

(resposta: 16,85%)

4) A partir das informações a seguir, calcule o custo de capital da empresa:

Último Balanço Patrimonial

| ATIVO | PASSIVO | |
|-----------------------|--------------------------|--|
| Circulante | Circulante | |
| \$ 45.000 | \$ 38.000 | |
| NC – Realiz. L. Prazo | NC - Exigível a L. Prazo | |
| \$ 20.000 | \$ 17.000 | |
| NC – Imobilizado | Patrimônio Líquido | |
| \$ 85.000 | \$ 95.000 | |
| Total: 150.000 | Total: 150.000 | |

Valor médio da SELIC líquida: 12% a.a.; Nível de risco da empresa no mercado: 1,1 Custo de capital de terceiros = 14% Média (anualizada) dos últimos 21 dias úteis do IBOVESPA: 22% a.a. Para a estrutura de capital da empresa, utilize o Balanço

Patrimonial ao lado. (resposta: 19,70%)

Utilize a tabela de classificação de risco (abaixo) para os exercícios 5 a 7, se necessário. Nos exercícios em que não consta alíquota (%) de Imposto, considere zero de imposto.

| Endividamento | Class. Risco | Spread |
|---------------|--------------|--------|
| 0% | AAA | 0,30% |
| 10% | AAA | 0,40% |
| 20% | A + | 1,00% |
| 30% | Α - | 1,50% |
| 40% | BB | 2,50% |
| 50% | B + | 3,50% |
| 60% | B - | 5,00% |
| 70% | CCC | 6,50% |
| 80% | CC | 8,50% |
| 90% | С | 9,75% |

- 5) Uma empresa pretende implementar um projeto. O risco do negócio é bastante alto, e seu β equivale a 1,6. A taxa de retorno de uma carteira de mercado é de 18% ao ano e a taxa livre de risco é de 12% ao ano. Determine o valor do retorno mínimo para os produtos da empresa, sabendo-se que na estrutura de capital da empresa o endividamento com terceiros é 70%. (resposta: 19,43%)
- 6) Calcular o custo de capital do credor (terceiros), sabendo que a taxa livre de risco é de 11%, o spread é calculado a partir da tabela e classificação de risco, e a empresa tomadora possui uma estrutura meta de 50% de endividamento. (resposta: 14,5%)
- 7) Calcular o custo de capital do credor, sabendo que a taxa livre de risco é de 15%, o spread é calculado a partir da tabela e classificação de risco, e a empresa tomadora possui uma estrutura meta de 60% de endividamento. (resposta: 20%)

| | Finanças |
|------------|------------|
| Exercícios | de REVISÃO |

- 1) Um servidor é vendido a vista por R\$ 15.000,00. Calcule o valor das parcelas, sabendo-se que o equipamento será adquirido em 24 parcelas mensais iguais e que a taxa de juros do financiamento é de 8% ao mês.
- 2) Uma empresa utiliza a taxa de juros de 6% ao mês nos financiamentos a clientes. Calcule a taxa anual equivalente em Juros compostos.
- 3) Um equipamento é vendido em 10 parcelas mensais iguais, com carência de 6 meses. Sabendose que o valor à vista da máquina é de \$ 50.000,00 e a taxa de juros é de 4% ao mês (efetiva), calcule o valor das prestações.

4) Calcule o Payback Descontado, o VPL e a TIR Modificada para o projeto abaixo. O projeto é viável? TMA= 18% a.a., Taxa de financiam.= 25% a.a. e taxa de reinvestimento = 10% a.a.

| Ano | Fluxo Caixa | Valor Presente | Saldo |
|-----|-------------|----------------|-------|
| 0 | - 150.000 | | |
| 1 | 65.000 | | |
| 2 | 180.000 | | |
| 3 | - 5.000 | | |
| 4 | 80.000 | | |

Respostas:

| VPL: | Payback Descontado: | TIR modificada: |
|------|---------------------|-----------------|
|------|---------------------|-----------------|

5) Calcule o Payback Descontado, o VPL e a TIR Modificada para o projeto abaixo. O projeto é viável? TMA= 20% a.a., Taxa de financiamento= 30% a.a. e taxa de reinvestimento = 15% a.a.

| Ano | Fluxo Caixa | Valor Presente | Saldo |
|-----|------------------|----------------|-------|
| 0 | – 100.000 | | |
| 1 | - 10.000 | | |
| 2 | 60.000 | | |
| 3 | 90.000 | | |
| 4 | 120.000 | | |

Respostas:

| VPL: | Payback Descontado: | TIR modificada: |
|------|---------------------|-----------------|
| | • | |

6) A partir das informações abaixo, calcule o custo de capital da empresa (TMA).

Valor médio da SELIC líquida: 11% a.a.; Nível de risco da empresa no mercado: 0,9. Média (anualizada) do IBOVESPA: 25% a.a. Custo de capital de terceiros = 22% a.a.

Estrutura do Passivo da Empresa

| ATIVO | PASSIVO + PL |
|-----------------------|--------------------------|
| Circulante | Circulante |
| | \$ 130.000 |
| NC - Realiz. L. Prazo | NC - Exigível a L. Prazo |
| | \$ 50.000 |
| NC - Imobilizado | Patrimônio Líquido |
| | \$ 270.000 |
| | Total: |

7) A partir das informações abaixo, calcule o custo de capital da empresa (TMA).

As informações disponíveis são as seguintes: Valor médio da SELIC líquida: 10% a.a.; Média (anualizada) do Ibovespa: 30% a.a. Nível de risco da empresa no mercado: 1,2;

Custo de capital de terceiros = 18% a.a.

Utilize os demais dados do balanço patrimonial ao lado.

| Último Balanço Patrimonial | |
|----------------------------|----------------------|
| ATIVO | PASSIVO + PL |
| Circulante | Circulante |
| | \$ 350.000 |
| NC-Realiz. L. Prazo | NC-Exigível L. Prazo |
| | \$ 130.000 |
| NC-Imobilizado | Patrimônio Líquido |
| | \$ 400.000 |
| | |

8) A partir das informações abaixo, calcule o custo de capital da empresa (TMA).

Valor médio da SELIC líquida: 12% a.a.; Nível de risco da empresa no mercado: 1,5. Média (anualizada) do IBOVESPA: 35% a.a. Custo de capital de terceiros = 20% a.a.

Estrutura do Passivo da Empresa

| ATIVO | PASSIVO + PL |
|-----------------------|--------------------------|
| Circulante | Circulante |
| | \$ 600.000 |
| NC - Realiz. L. Prazo | NC - Exigível a L. Prazo |
| | \$ 100.000 |
| NC - Imobilizado | Patrimônio Líquido |
| | \$ 900.000 |
| | Total: |