

Progettazione funzionale dei sistemi Meccanici

Riduttori Epicicloidali A.A. 2024-25

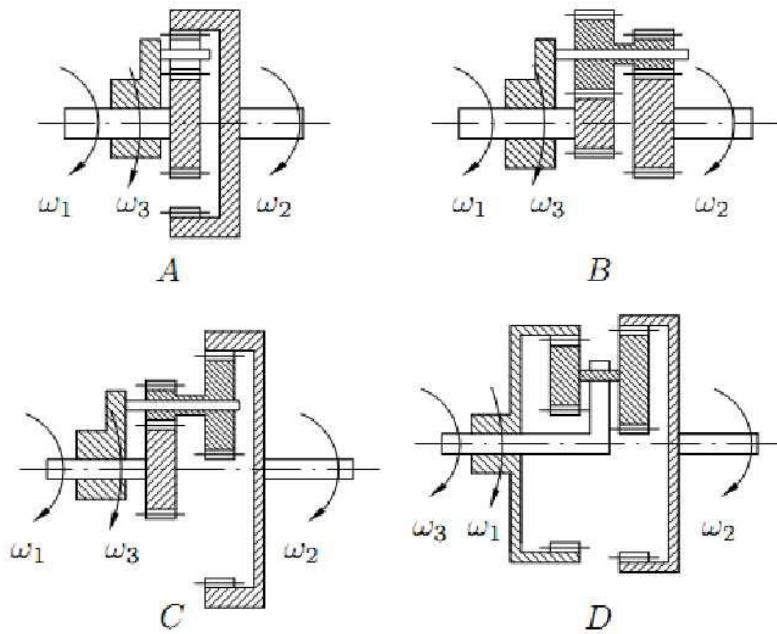
Relazione di Gruppo: *Bennetti Giovanni (1064565), Rossetti Giacomo (1060582)*

Obiettivo

Sviluppare tre riduttori epicicloidali con rapporti di riduzione:

$$i = 1/\tau = 3, 7, 10.$$

Il riduttore sviluppato ha un solo stadio di riduzione e può derivare da rotismi epicicloidali *positivi o negativi* mostrati in figura:



Distinzione Rotismi

Si vuole valutare singolarmente il tipo di rotismo:

Bloccato il porta-treno (ω_3), si ragiona imponendo un senso di rotazione dell'albero in ingresso (ω_1), ad esempio in senso orario. Quindi in base alla struttura del rotismo, si

valuta se l'albero di uscita (ω_2) gira nello stesso senso, classificando il rotismo come *Positivo*, o viceversa *Negativo*.

A – *Rotismo Negativo*

B – *Rotismo Positivo*

C – *Rotismo Negativo*

D – *Rotismo Positivo*

Rapporto di Riduzione Caratteristico del riduttore

Si vuole derivare quale valore assume il *Rapporto di Riduzione Caratteristico* τ_0 in base alla configurazione imposta al riduttore; dunque valutarne il valore numerico in base al rapporto di riduzione. In questo modo si può “accoppiare” o meno la configurazione ad uno o più rotismi definiti sopra.

$(\omega_s = \omega_3)$.

Per farlo si segue la definizione di *Willis*:

$$\tau_0 = \frac{\omega_2 - \omega_s}{\omega_1 - \omega_s}$$

dalla quale, imponendo delle ipotesi di configurazione si ottengono diverse soluzioni in base al rapporto di riduzione.

In particolare:

- *Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Mosso: $\omega_1 = 0, \omega_s = OUT$*

$$\tau_0 = \frac{1-\tau}{-\tau} \left\{ \begin{array}{l} 1/\tau = 3 \rightarrow \tau_0 = -2 \\ 1/\tau = 7 \rightarrow \tau_0 = -6 \\ 1/\tau = 10 \rightarrow \tau_0 = -9 \end{array} \right\} \text{Configurazione per Rotismo Negativo}$$

- *Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Movente: $\omega_1 = 0, \omega_s = IN$*

$$\tau_0 = \frac{\tau - 1}{-1} \left\{ \begin{array}{l} 1/\tau = 3 \rightarrow \tau_0 = \frac{2}{3} \\ 1/\tau = 7 \rightarrow \tau_0 = \frac{6}{7} \\ 1/\tau = 10 \rightarrow \tau_0 = \frac{9}{10} \end{array} \right\} \text{Configurazione per Rotismo Positivo}$$

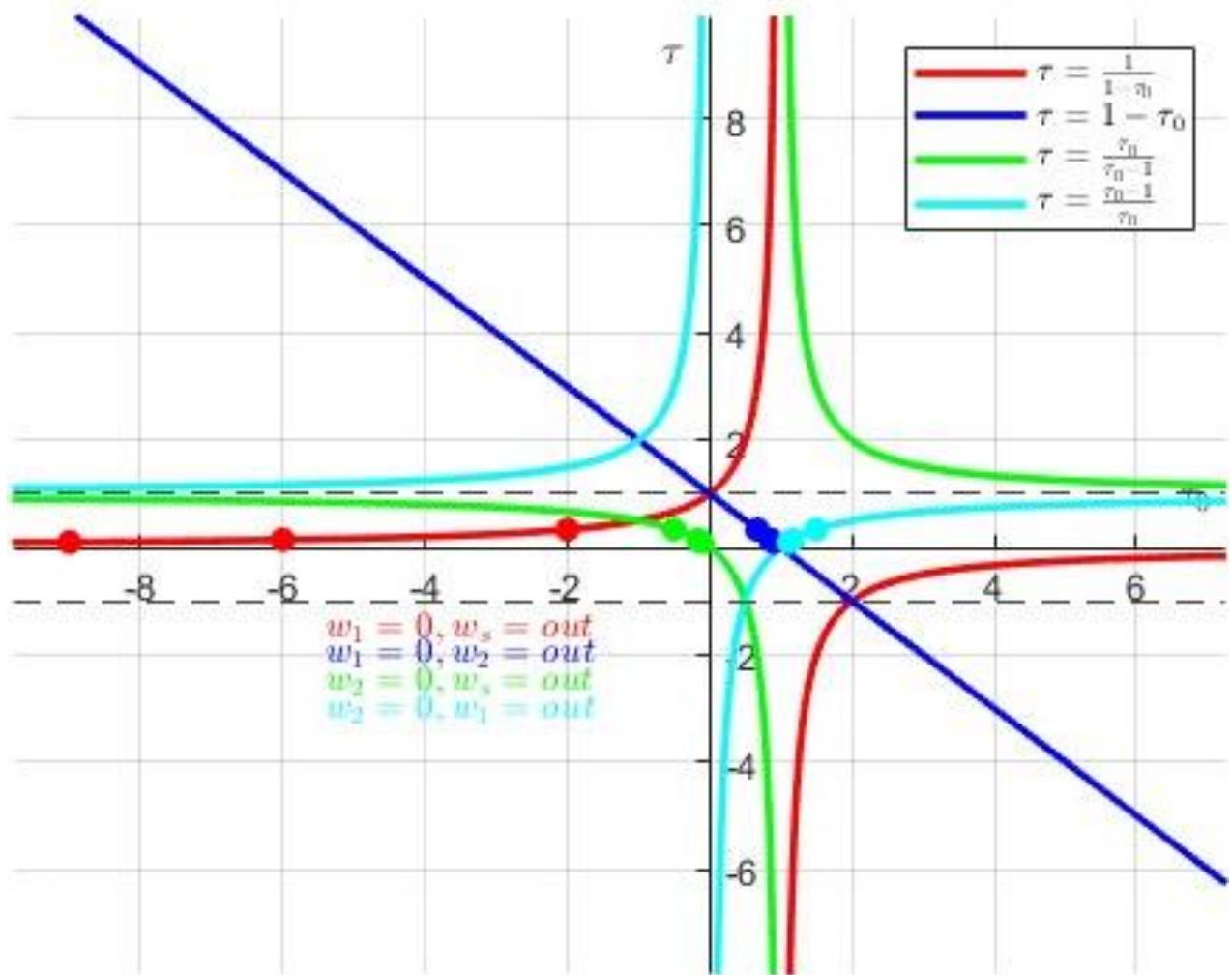
- Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Mosso: $\omega_2 = 0, \omega_s = OUT$

$$\tau_0 = \frac{-\tau}{1-\tau} \begin{cases} 1/\tau = 3 \rightarrow \tau_0 = -1/2 \\ 1/\tau = 7 \rightarrow \tau_0 = -1/6 \\ 1/\tau = 10 \rightarrow \tau_0 = -1/9 \end{cases} \text{Configurazione per Rotismo Negativo}$$

- Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Movente: $\omega_2 = 0, \omega_s = IN$

$$\tau_0 = \frac{-1}{\tau - 1} \begin{cases} 1/\tau = 3 \rightarrow \tau_0 = 3/2 \\ 1/\tau = 7 \rightarrow \tau_0 = 7/6 \\ 1/\tau = 10 \rightarrow \tau_0 = 10/9 \end{cases} \text{Configurazione per Rotismo Positivo}$$

Grafico delle funzioni di τ



Accoppiamento Rotismo-Riduttore

Si vuole accoppiare il rotismo, alla configurazione del riduttore. Questo è possibile valutando specificamente i *vincoli* del rotismo, quindi stabilire se soddisfano le condizioni stabilite sopra.

- *Rotismo A:*

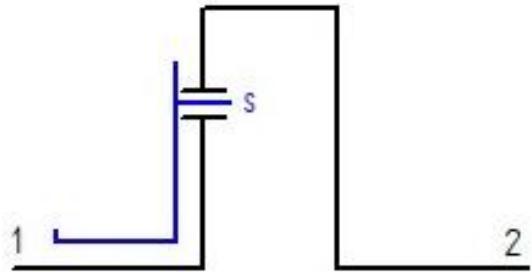
Flusso di Potenza Diretto

$$\tau_0 = -\frac{z_1}{z_2} < 0 \quad \text{Rotismo Negativo}$$

$$-0.83 < \tau_0 < -0.069 \quad \text{Dominio di } \tau_0$$

$$\frac{z_1}{2} + z_s - \frac{z_2}{2} = 0 \quad \text{Vincolo Geometrico}$$

→ *Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Mosso*



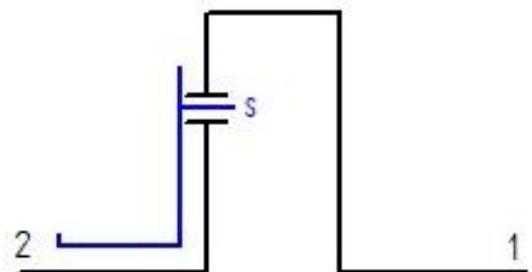
Flusso di Potenza Indiretto

$$\tau_0 = -\frac{z_1}{z_2} < 0 \quad \text{Rotismo Negativo}$$

$$-11.23 < \tau_0 < -1.2 \quad \text{Dominio di } \tau_0$$

$$\frac{z_1}{2} - z_s - \frac{z_2}{2} = 0 \quad \text{Vincolo Geometrico}$$

→ *Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Mosso*



- *Rotismo B:*

Flusso di Potenza Diretto

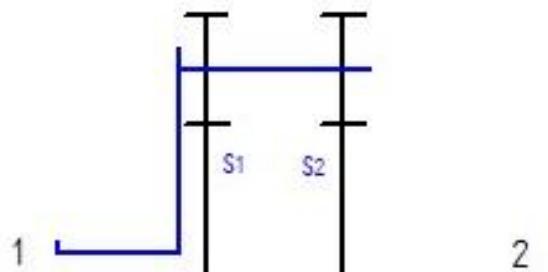
$$\tau_0 = \frac{z_2}{z_{s2}} \cdot \frac{z_{s1}}{z_1} > 0 \quad \text{Rotismo Positivo}$$

$$0.076 < \tau_0 < 13.2 \quad \text{Dominio di } \tau_0$$

$$\frac{z_1}{2} + \frac{z_{s1}}{2} - \frac{z_{s2}}{2} - \frac{z_2}{2} = 0 \quad \text{Vincolo Geometrico}$$

→ *Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Movente*

→ *Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Movente*

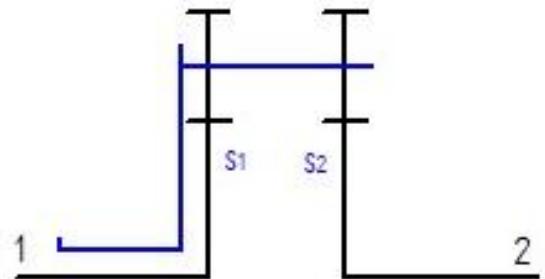


Flusso di Potenza Indiretto

$$\tau_0 = \frac{z_1}{z_{s1}} \cdot \frac{z_{s2}}{z_2} > 0 \quad \text{Rotismo Positivo}$$

$0.076 < \tau_0 < 13.2 \quad \text{Dominio di } \tau_0$

$$\frac{z_1}{2} + \frac{z_{s1}}{2} - \frac{z_{s2}}{2} - \frac{z_2}{2} = 0 \quad \text{Vincolo Geometrico}$$



→ Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Movente

→ Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Movente

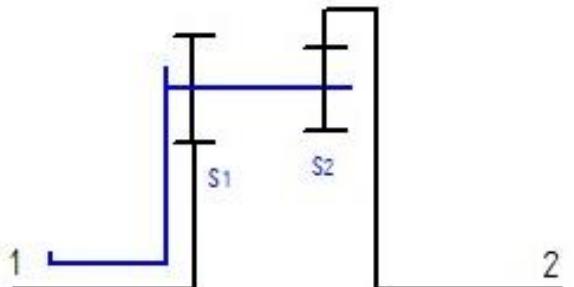
- Rotismo C:

Flusso di Potenza Diretto

$$\tau_0 = -\frac{z_1}{z_{s1}} \cdot \frac{z_{s2}}{z_2} < 0 \quad \text{Rotismo Negativo}$$

$-4.55 < \tau_0 < -0.089 \quad \text{Dominio di } \tau_0$

$$\frac{z_1}{2} + \frac{z_{s1}}{2} + \frac{z_{s2}}{2} - \frac{z_2}{2} = 0 \quad \text{Vincolo Geometrico}$$



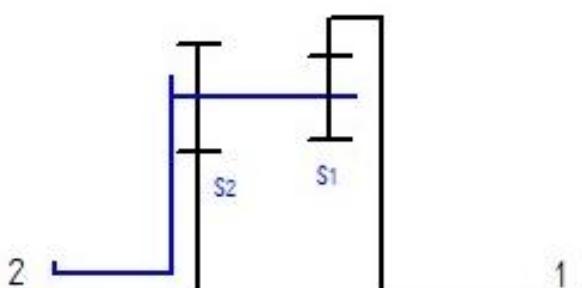
→ Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Mosso

Flusso di Potenza Indiretto

$$\tau_0 = -\frac{z_2}{z_{s2}} \cdot \frac{z_{s1}}{z_1} < 0 \quad \text{Rotismo Negativo}$$

$-11.23 < \tau_0 < -0.219 \quad \text{Dominio di } \tau_0$

$$\frac{z_2}{2} + \frac{z_{s2}}{2} + \frac{z_{s1}}{2} - \frac{z_1}{2} = 0 \quad \text{Vincolo Geometrico}$$



→ Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Mosso

- *Rotismo D:*

Flusso di Potenza Diretto

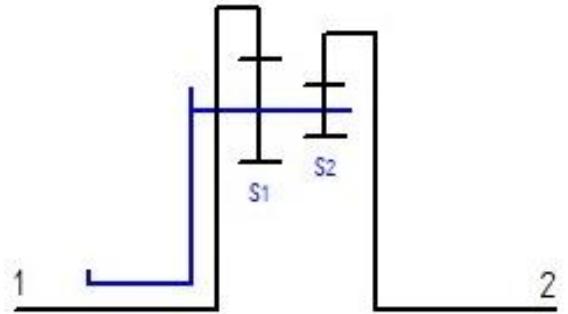
$$\tau_0 = \frac{z_1}{z_{s1}} \cdot \frac{z_{s2}}{z_2} > 0 \quad \text{Rotismo Positivo}$$

$$\tau_0 > 0.222 \quad \text{Dominio di } \tau_0$$

$$\frac{z_1}{2} - \frac{z_{s1}}{2} + \frac{z_{s2}}{2} - \frac{z_2}{2} = 0 \quad \text{Vincolo Geometrico}$$

→ *Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Movente*

→ *Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Movente*

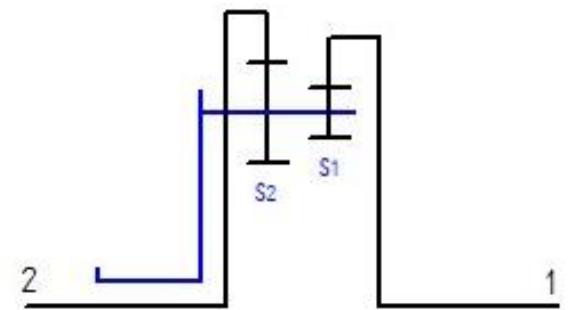


Flusso di Potenza Indiretto

$$\tau_0 = \frac{z_2}{z_{s2}} \cdot \frac{z_{s1}}{z_1} > 0 \quad \text{Rotismo Positivo}$$

$$\tau_0 < 4.55 \quad \text{Dominio di } \tau_0$$

$$\frac{z_2}{2} - \frac{z_{s2}}{2} + \frac{z_{s1}}{2} - \frac{z_1}{2} = 0 \quad \text{Vincolo Geometrico}$$



→ *Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Movente*

→ *Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Movente*

Rendimento Caratteristico e Rendimento Atteso

Si vuole determinare il *Rendimento Atteso* del riduttore, a parità di *Rendimento Caratteristico* in base alle diverse configurazioni che può assumere. Quindi escludere le configurazioni meno efficienti, analizzando invece più in dettaglio, quelle a maggior efficienza.

Viene fissato il valore del *Rendimento Caratteristico* pari a:

$$\eta_0 = 0.95 \quad (0.93 \div 0.97)$$

Per arrivare a definire una relazione utile al calcolo del *Rendimento Atteso*, si sfruttano le equazioni derivanti dall'ipotesi di *Equilibrio alla Rotazione*, tale per cui:

$$\frac{C_2}{C_1} = -\frac{\eta_0^{r_1}}{\tau_0}$$

Dall'equazione precedente si estrapola il segno della coppia dell'albero lento del rotismo, che a sua volta serve a determinare se la potenza richiesta al rotismo abbia segno positivo ($r_1 = +1$) o negativo ($r_1 = -1$) (in accordo ai sensi di rotazione degli alberi).

La procedura è simile per tutte e 4 le diverse configurazioni.

- *Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Mosso:*

$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_s = OUT$$

$$\omega_2 = IN$$

Per i rapporti di riduzione dati, il rotismo è negativo: $\tau_0 < 0$.

La potenza in ingresso viene scritta come:

$$P_{IN} = C_2 \cdot \omega_2 > 0; C_2 > 0 \rightarrow \omega_2 > 0$$

Per "definizione" di rotismo negativo, ω_2 e ω_s hanno segno concorde: $\omega_s > 0$.

Dall'equilibrio alla rotazione:

$$\frac{C_2}{C_1} = -\frac{\eta_0^{r_1}}{\tau_0} \rightarrow C_1 > 0$$

La potenza richiesta dal riduttore viene scritta come:

$$P_{R1} = C_1 \cdot (\omega_1 - \omega_s) < 0 \rightarrow r_1 = -1$$

Il *Rendimento Atteso* in questa configurazione assume relazione (e valori):

$$\eta_{2s} = \frac{\tau_0 - \eta_0^{r_1}}{\eta_0^{r_1}(\tau_0 - 1)} \begin{cases} 1/\tau = 3 \rightarrow \tau_0 = -2 \rightarrow \eta_{2s} = 0.967 \\ 1/\tau = 7 \rightarrow \tau_0 = -6 \rightarrow \eta_{2s} = 0.957 \\ 1/\tau = 10 \rightarrow \tau_0 = -9 \rightarrow \eta_{2s} = 0.955 \end{cases}$$

- *Ruota 1 Bloccata con Porta-treno Movente:*

$$\omega_1 = 0$$

$$\omega_s = IN$$

$$\omega_2 = OUT$$

Per i rapporti di riduzione dati, il rotismo è positivo: $\tau_0 > 0$.

La potenza in ingresso viene scritta come:

$$P_{IN} = C_s \cdot \omega_s > 0; C_s > 0 \rightarrow \omega_s > 0$$

Per “definizione” di rotismo positivo, ω_2 e ω_s hanno segno discorde: $\omega_2 < 0$.

La potenza in uscita viene scritta come:

$$P_{OUT} = C_2 \cdot \omega_2 < 0 \rightarrow C_2 > 0$$

Dall’equilibrio alla rotazione:

$$\frac{C_2}{C_1} = -\frac{\eta_0^{r_1}}{\tau_0} \rightarrow C_1 < 0$$

La potenza richiesta dal riduttore viene scritta come:

$$P_{R1} = C_1 \cdot (\omega_1 - \omega_s) < 0 \rightarrow r_1 = -1$$

Il *Rendimento Atteso* in questa configurazione assume relazione (e valori):

$$\eta_{s2} = \frac{\eta_0^{r_1}(\tau_0 - 1)}{\tau_0 - \eta_0^{r_1}} \begin{cases} 1/\tau = 3 \rightarrow \tau_0 = 2/3 \rightarrow \eta_{s2} = 0.909 \\ 1/\tau = 7 \rightarrow \tau_0 = 6/7 \rightarrow \eta_{s2} = 0.769 \\ 1/\tau = 10 \rightarrow \tau_0 = 9/10 \rightarrow \eta_{s2} = 0.689 \end{cases}$$

- *Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Mosso:*

$$\omega_1 = IN$$

$$\omega_s = OUT$$

$$\omega_2 = 0$$

Per i rapporti di riduzione dati, il rotismo è negativo: $\tau_0 < 0$.

La potenza in ingresso viene scritta come:

$$P_{IN} = C_1 \cdot \omega_1 > 0; C_1 > 0 \rightarrow \omega_1 > 0$$

Per “definizione” di rotismo negativo, ω_2 e ω_s hanno segno concorde: $\omega_s < 0$.

Dall’equilibrio alla rotazione:

$$\frac{C_2}{C_1} = -\frac{\eta_0^{r_1}}{\tau_0} \rightarrow C_2 > 0$$

La potenza richiesta dal riduttore viene scritta come:

$$P_{R1} = C_1 \cdot (\omega_1 - \omega_s) > 0 \rightarrow r_1 = +1$$

Il *Rendimento Atteso* in questa configurazione assume relazione (e valori):

$$\eta_{1s} = \frac{\eta_0^{r_1} - \tau_0}{1 - \tau_0} \begin{cases} 1/\tau = 3 \rightarrow \tau_0 = -\frac{1}{2} \rightarrow \eta_{1s} = 0.967 \\ 1/\tau = 7 \rightarrow \tau_0 = -\frac{1}{6} \rightarrow \eta_{1s} = 0.957 \\ 1/\tau = 10 \rightarrow \tau_0 = -\frac{1}{9} \rightarrow \eta_{1s} = 0.955 \end{cases}$$

- *Ruota 2 Bloccata con Porta-treno Movente:*

$$\omega_1 = OUT$$

$$\omega_s = IN$$

$$\omega_2 = 0$$

Per i rapporti di riduzione dati, il rotismo è positivo: $\tau_0 > 0$.

La potenza in ingresso viene scritta come:

$$P_{IN} = C_s \cdot \omega_s > 0; C_s > 0 \rightarrow \omega_s > 0$$

Per “definizione” di rotismo positivo, ω_2 e ω_s hanno segno discorde: $\omega_1 < 0$.

La potenza in uscita viene scritta come:

$$P_{OUT} = C_1 \cdot \omega_1 < 0 \rightarrow C_1 > 0$$

Dall’equilibrio alla rotazione:

$$\frac{C_2}{C_1} = -\frac{\eta_0^{r_1}}{\tau_0} \rightarrow C_2 < 0$$

La potenza richiesta dal riduttore viene scritta come:

$$P_{R1} = C_1 \cdot (\omega_1 - \omega_s) < 0 \rightarrow r_1 = -1$$

Il *Rendimento Atteso* in questa configurazione assume relazione (e valori):

$$\eta_{s1} = \frac{1 - \tau_0}{\eta_0^{r_1} - \tau_0} \begin{cases} 1/\tau = 3 \rightarrow \tau_0 = \frac{3}{2} \rightarrow \eta_{s1} = 0.895 \\ 1/\tau = 7 \rightarrow \tau_0 = \frac{7}{6} \rightarrow \eta_{s1} = 0.684 \\ 1/\tau = 10 \rightarrow \tau_0 = \frac{10}{9} \rightarrow \eta_{s1} = 0.526 \end{cases}$$

Confrontando i valori dei rendimenti ottenuti, è chiaro che i *Rotismi Negativi* consentono di ottenere soluzioni più efficienti a parità di condizioni imposte. Si procederà quindi con l'analisi in dettaglio dei rotismi di: *Tipo A* e *Tipo C*.

Numero di denti e numero di satelliti

Si valutano il numero di *denti* e *satelliti* delle due tipologie di rotismi per determinare quale, a parità di condizioni (rapporto di riduzione ed efficienza), consente di ottenere una geometria più compatta.

Considerando per entrambi i rotismi una geometria del dente di tipo *elicoidale*, si valuta qual è il numero minimo di denti da rispettare in base al riduttore. Fissati:

$\theta = 20^\circ$: Angolo di Pressione

$\beta = 15^\circ$: Angolo di Inclinazione dell'elica

allora:

$$z_{ideale} = \frac{2}{\sqrt{i^2 + (1 + 2i) \sin^2(\theta)} - i}$$

$$z_{min} = z_{ideale} \cdot \cos^3(\theta) = \begin{cases} i = 3 \rightarrow 14 \\ i = 7 \rightarrow 16 \\ i = 10 \rightarrow 16 \end{cases}$$

Per determinare correttamente il numero di *denti* e *satelliti*, per ogni “accoppiamento” rotismo-configurazione, devono essere rispettati dei *vincoli* derivanti dal: rapporto di riduzione, dalla geometria del rotismo e dall'imposizione della stessa rotazione dei satelliti (in termini di valore angolare) durante il funzionamento.

Tipo A con Ruota 1 Bloccata e Porta-treno Mosso:

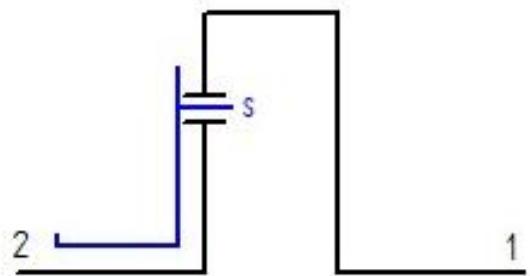
Vincoli:

$$\tau_0 = -\frac{z_1}{z_2} < 0 - \text{Rapporto di riduzione}$$

$$\frac{z_1}{2} - z_s - \frac{z_2}{2} = 0 - \text{Geometria}$$

$$z_1 + z_2 = N \cdot n_s - \text{Rotazione}$$

(N : numero intero, n_s : numero satelliti)



i	τ_0	Z1: corona	Zs: satellite	Z2: solare	N	n_s
3	-2	56	14	28	42	2
3	-2	54	14	27	27	3
7	-6	96	40	16	56	2
7	-6	126	53	21	49	3
10	-9	144	64	16	80	2

Nelle soluzioni compaiono più combinazioni: **soluzione che non necessita di correzione**, **soluzione che necessita di correzione**.

Tipo A con Ruota 2 Bloccata e Porta-treno Mosso:

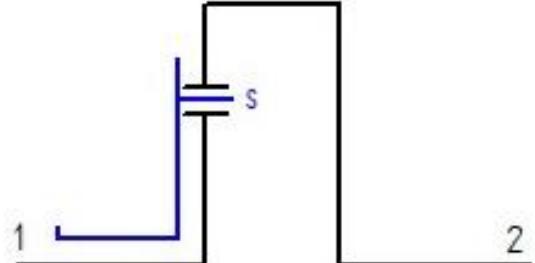
Vincoli:

$$\tau_0 = -\frac{z_1}{z_2} < 0 - \text{Rapporto di riduzione}$$

$$\frac{z_1}{2} + z_s - \frac{z_2}{2} = 0 - \text{Geometria}$$

$$z_1 + z_2 = N \cdot n_s - \text{Rotazione}$$

(N: numero intero, n_s : numero satelliti)



i	τ_0	Z1: solare	Zs: satellite	Z2: corona	N	n_s
3	- 1/2	28	14	56	42	2
3	- 1/2	27	14	54	27	3
7	- 1/6	16	40	96	56	2
7	- 1/6	21	53	126	49	3
10	- 1/9	16	64	144	80	2

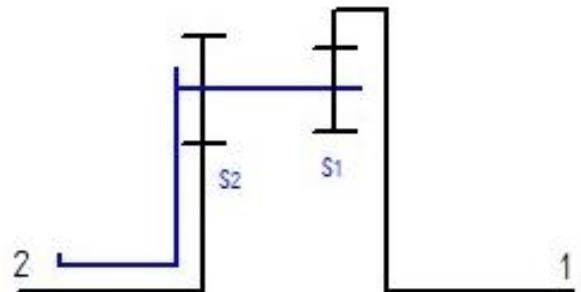
Tipo C con Ruota 1 Bloccata e Porta-treno Mosso:

Vincoli:

$$\tau_0 = -\frac{z_2}{z_{s2}} \cdot \frac{z_{s1}}{z_1} < 0 - \text{Rapporto di riduzione}$$

$$\frac{z_2}{2} + \frac{z_{s2}}{2} + \frac{z_{s1}}{2} - \frac{z_1}{2} = 0 - \text{Geometria}$$

$$n_s = \frac{z_1 \cdot z_2 \cdot (z_{s2} \cdot z_1 + z_2 \cdot z_{s1})}{N_2 \cdot z_{s2} \cdot z_1^2 + z_2^2 \cdot z_{s1} \cdot N_1} - \text{Rotazione}$$



In questo caso, data la geometria a doppio satellite del *Rotismo C*, l'equazione che identifica il numero di satelliti dipende da due valori numerici, interi, positivi ed indipendenti: N_1 ed N_2 .

A fronte di una semplificazione dei calcoli, si è aggiunto un ulteriore “vincolo” di definizione dell’intervallo di valori che possono assumere N_1 ed N_2 . In particolare si sono cercati dei valori che minimizzassero il numero di denti, a numero di satelliti fissato.

Gli intervalli fissati sono: $N_1, N_2 \in [1,100]$ mentre $n_s \in [2,5]$.

i	τ_0	Z1: corona	Zs1: sat.corona	Zs2: sat.solare	Z2: solare	N1	N2	n _s
3	-2	140	56	14	70	5	100	2
3	-2	140	56	14	70	1	69	3
3	-2	147	49	14	74	7	55	4
3	-2	168	48	15	84	4	58	5

Come si nota, questo accoppiamento consente di ottenere soluzioni con un maggior numero di satelliti; di contro aumentano notevolmente le dimensioni dei riduttori, per tanto non si è approfondita l’analisi in questa configurazione, dei riduttori con: $i = 7, 10$.

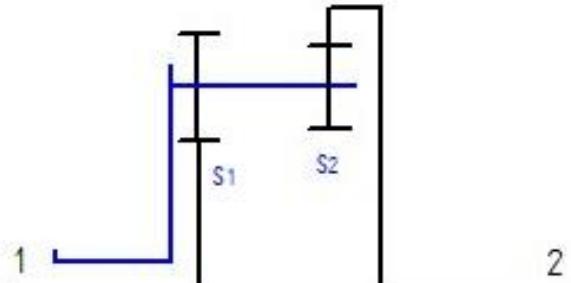
Tipo C con Ruota 2 Bloccata e Porta-treno Mosso:

Vincoli:

$$\tau_0 = -\frac{z_1}{z_{s1}} \cdot \frac{z_{s2}}{z_2} < 0 - Rapporto\ di\ riduzione$$

$$\frac{z_1}{2} + \frac{z_{s1}}{2} + \frac{z_{s2}}{2} - \frac{z_2}{2} = 0 - Geometria$$

$$n_s = \frac{z_2 \cdot z_{s1} + z_{s2} \cdot z_1}{N_2 \cdot z_{s1} + z_{s2} \cdot N_1} - Rotazione$$



i	τ_0	Z1: solare	Zs1: sat.solare	Zs2: sat.corona	Z2: corona	N1	N2	n _s
3	- 1/2	20	15	21	56	5	35	2
3	- 1/2	20	15	21	56	5	21	3
3	- 1/2	20	15	21	56	5	14	4
3	- 1/2	30	15	15	60	1	17	5
7	- 1/6	15	27	18	60	3	33	2
7	- 1/6	15	27	18	60	2	22	3
7	- 1/6	16	32	24	72	4	18	4
7	- 1/6	30	40	20	90	2	20	5
10	- 1/9	15	45	30	90	3	48	2
10	- 1/9	15	45	30	90	2	32	3
10	- 1/9	18	42	21	81	1	22	4
10	- 1/9	42	54	16	112	3	24	5

Dalla lettura dei dati, confrontando i rotismi di *Tipo A* e di *Tipo C*, a parità di configurazione, di modulo e numero di satelliti si ha:

<i>Tipo A</i>	<i>Tipo C</i>
Minor ingombro in termini di volume; Possibilità di avere rotismi <i>corretti</i> e <i>non corretti</i> ; Configurazione a planetario maggiormente utilizzata; (minor costo).	Maggior numero di satelliti imponibili.

Si proseguirà quindi nell'analisi completa di un *Rotismo-Tipo A* con *Ruota 2 Bloccata e Porta-treno Mosso*.

Dimensionamento

Si vuole dimensionare secondo i carichi richiesti un riduttore *Tipo A*, in configurazione a *Ruota 2 Bloccata e Porta-treno Mosso*, a 3 satelliti e con rapporto di riduzione $i = 3$.

Quindi i dati noti sono:

$\tau = 1/3$: rapporto di riduzione complessivo;

$\tau_0 = -1/2$: rapporto di riduzione caratteristico;

$\eta_0 = 0.95$: rendimento caratteristico;

$\theta = 20^\circ$: angolo di Pressione;

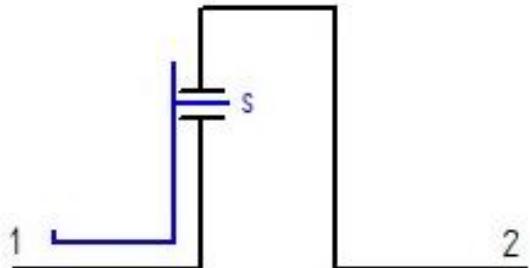
$\beta = 15^\circ$: angolo di Inclinazione dell'elica;

$z_1 = 27$: denti solare;

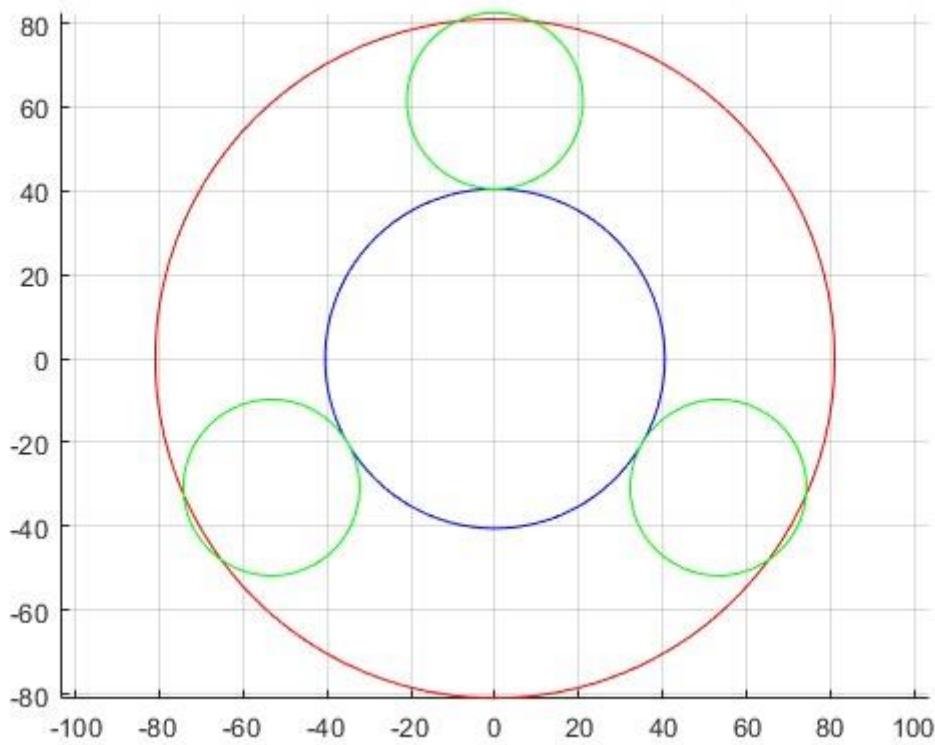
$z_s = 14$: denti satellite;

$z_2 = 54$: denti corona;

$m_n = 3 \text{ mm}$: modulo normale (ipotizzato).



Dato che si è scelta una soluzione a 3 satelliti, deve essere prevista una correzione, poiché per il valore di ipotesi del modulo normale, secondo la geometria del rotismo, i diametri primitivi del *satellite* e della *corona* si intersecano.



In particolare valutando i diametri primitivi, posizionati secondo la geometria del rotismo:

$dp_1 = z_1 \cdot m_n = 81 \text{ mm}$: diametro primitivo del solare;

$dp_s = z_s \cdot m_n = 42 \text{ mm}$: diametro primitivo del satellite;

$dp_2 = z_2 \cdot m_n = 162 \text{ mm}$: diametro primitivo della corona.

$$\frac{dp_1}{2} + dp_s > \frac{dp_2}{2} \rightarrow 82.5 \text{ mm} > 81 \text{ mm}$$

Si evidenzia uno "sbalzo" di 1.5 mm.

Sarà quindi necessaria una correzione che elimini questo "sbalzo".

L'idea è quella di eseguire una *correzione a gioco nullo senza variazione di interasse*; applicare quindi una correzione che sposti verso l'esterno la dentatura della corona e verso l'interno quella dei satelliti, di pari entità. Ovviamente poi, per ristabilire il contatto tra satelliti e solare, anche la dentatura di quest'ultimo sarà spostata verso l'esterno, sempre con la stessa quantità.

Secondo questa logica il criterio da applicare è che:

$$\begin{cases} c_2 + c_s = 0 \\ c_s + c_1 = 0 \end{cases}$$

Noto il valore dello “sbalzo” allora:

$c_2 = + 0.75 \text{ mm}$: correzione alla corona;

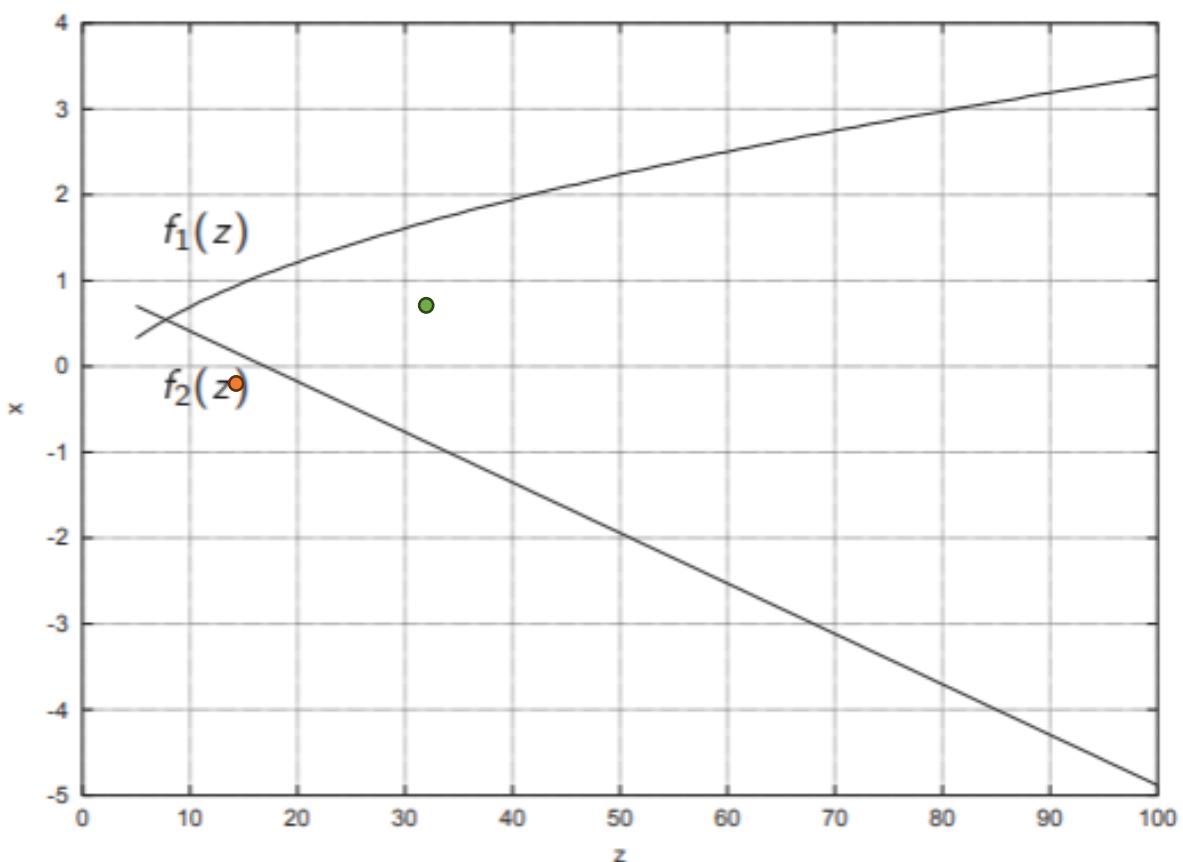
$c_s = - 0.75 \text{ mm}$: correzione ai satelliti;

$c_1 = + 0.75 \text{ mm}$: correzione al solare.

Applicare la correzione solamente a livello “matematico” non è sufficiente, in quanto devono essere rispettati dei vincoli atti ad evitare:

$f_1(z)$: condizione di eccessivo assottigliamento del dente;

$f_2(z)$: condizione di interferenza-sotto-taglio.



- È evidente che dato il basso valore del numero di denti del satellite, non si rispettano le condizioni imposte.

Si ripete quindi la procedura di determinazione del numero di denti degli ingranaggi appartenenti al caso che si sta analizzando, tenendo questa volta in considerazione anche i valori delle correzioni da apportare.

i	τ_0	Z1: solare	Zs: satellite	Z2: corona	N	n_s
3	- 1/2	63	32	126	63	3

- Il nuovo valore delle dentature soddisfa i vincoli, si può quindi procedere al dimensionamento, considerando i valori di carico:

1.1 Condizioni di carico

I riduttori devono soddisfare le condizioni di carico indicate nella seguente tabella

	$i = 3$	$i = 7$	$i = 10$
coppia nominale albero lento [Nm]	32	40	48
velocità nominale ingresso [rpm]	4000	4000	4000
Forza assiale massima albero lento [N]	1500	1500	1500
Forza radiale massima albero lento [N]	1800	1800	1800
coppia ribaltante massima albero lento [Nm]	72	72	72

I riduttori devono ammettere un sovraccarico di coppia pari al 30%.

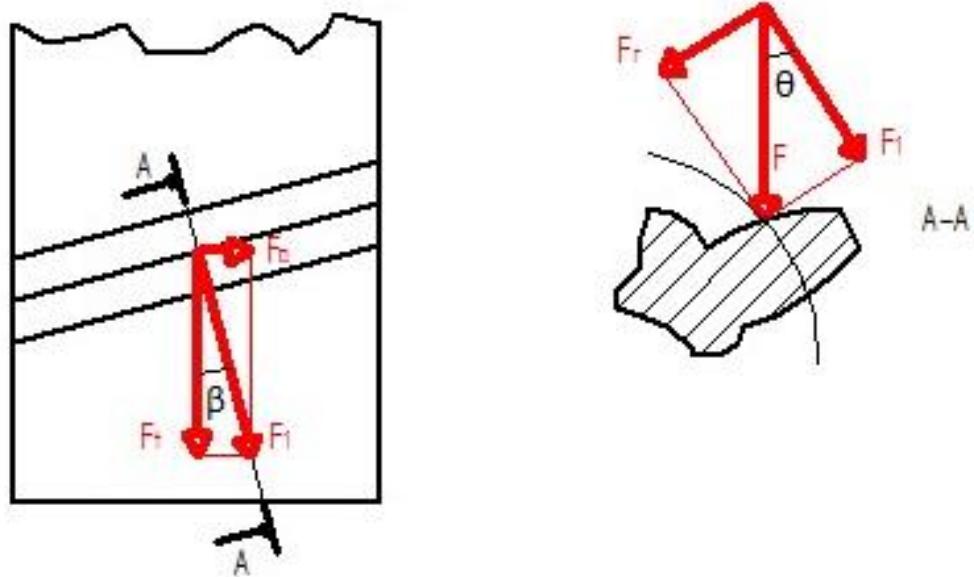
Seguendo il dimensionamento a forza dato dal procedimento di *Lewis* si hanno:

Parametro	Solare	Satellite	Corona
Denti	$z_1 = 63$	$z_s = 32$	$z_2 = 126$
Coppia	$C_1 = \frac{C_2 \cdot \tau_0}{-\eta_0^{+1}} = 21.9 \text{ Nm}$	$ C_s = -C_1 - C_2 = 63.5 \text{ Nm}$	$C_2 = C_{nom.} \cdot 1.3 = 41.6 \text{ Nm}$
Spessore/Modulo	$\lambda = \frac{b}{m_n} = 10$	$\lambda = \frac{b}{m_n} = 10$	$\lambda = \frac{b}{m_n} = 10$
Coeff. di <i>Lewis</i> : $f(z)$:	$y = 0.4229$	$y = 0.3642$	$y = 0.4528$
Carico di rottura	$R_m = 750 \text{ N/mm}^2$	$R_m = 750 \text{ N/mm}^2$	$R_m = 750 \text{ N/mm}^2$
Grado di sicurezza	$g_r = 3.5$	$g_r = 3.5$	$g_r = 3.5$
V. periferica di riferimento	$A = 6 \text{ m/s}$	$A = 6 \text{ m/s}$	$A = 6 \text{ m/s}$
V. angolare	$\omega_1 = 4000 \text{ rpm}$	$\omega_s = \frac{\tau_0 \cdot \omega_1 - \omega_2}{\tau_0 - 1} = 2222 \text{ rpm}$	$\omega_2 = \omega_1 \cdot \tau = 1333 \text{ rpm}$
Criterio di verifica	$\frac{2 \cdot C_x \cdot \cos(\beta)}{m_n^3 \cdot \lambda \cdot z_x \cdot y_x} \leq \frac{R_m \cdot A}{g_r \cdot \left(A + \omega_x \cdot z_x \cdot m_n \cdot \frac{2\pi}{60} \right)}$		
Valori	$5.88 \text{ N/mm}^2 \leq 15.09 \text{ N/mm}^2$	$39 \text{ N/mm}^2 \leq 49.37 \text{ N/mm}^2$	$5.22 \text{ N/mm}^2 \leq 21.87 \text{ N/mm}^2$

La verifica è soddisfatta per tutte le ruote comprese nel rotismo; si può procedere alla scelta dei cuscinetti adatti a sopportare i carichi.

Scelta dei cuscinetti

Data la scelta di utilizzare ruote a denti elicoidali, lo schema delle forze trasmesse è il seguente:

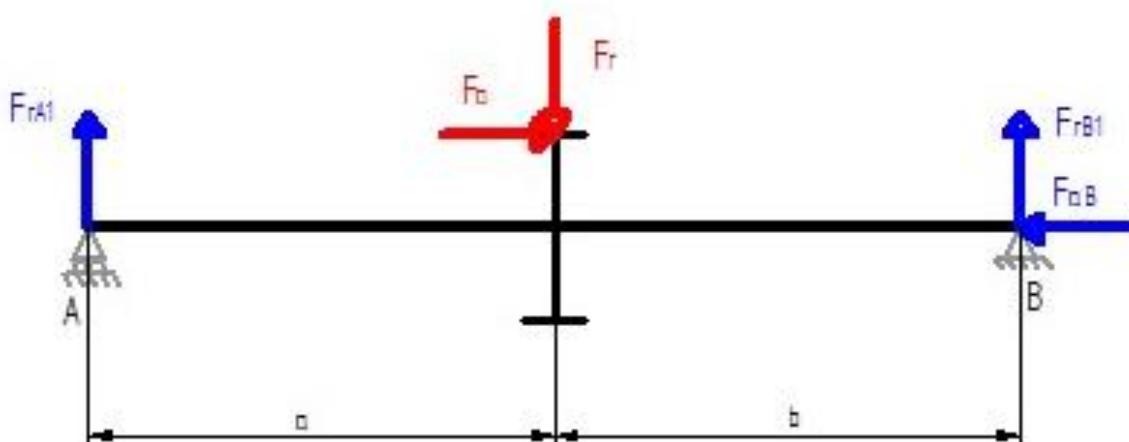


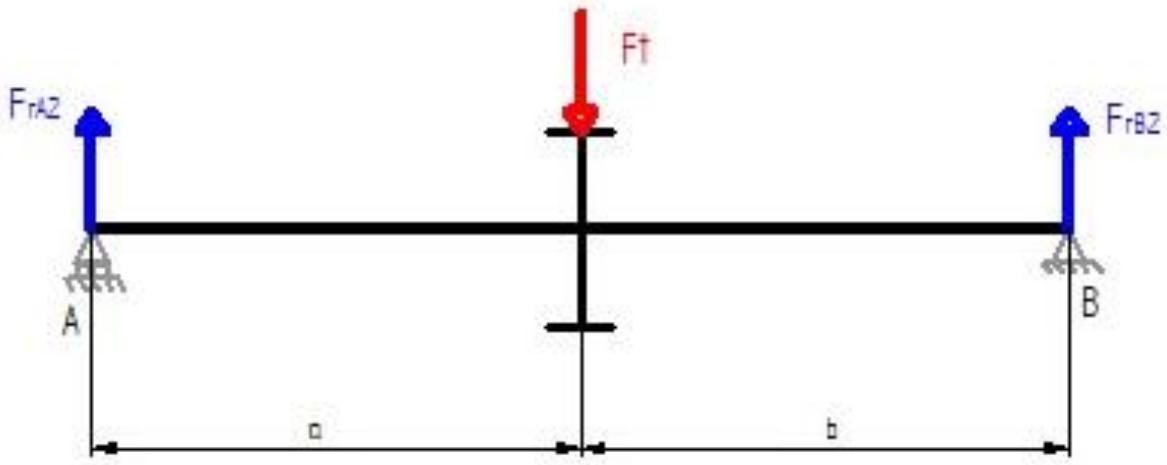
dove l'intensità delle forze è strettamente correlata alla coppia trasmessa dalla ruota in esame:

$$F_t = \frac{2C_x}{dp_x}; \quad F_a = F_t \cdot \tan(\beta); \quad F_r = \frac{F_t \cdot \tan(\theta)}{\cos(\beta)}$$

Rispetto ai risultati ottenuti, la situazione più critica si ha sull'albero di calettamento dei satelliti, dove la combinazione coppia-diametro primitivo, produce una forza tangenziale maggiore.

Questa situazione è schematizzabile come:





Imponendo l'equilibrio delle forze, sapendo che il satellite sarà calettato direttamente su B, si ottengono le componenti *radiali* e *assiali*, necessarie a determinare il carico posto sul cuscinetto di calettamento del satellite.

$$F_{rB} = 1420 \text{ N};$$

$$F_{aB} = 355 \text{ N}.$$

Seguendo i "consigli" espressi nel manuale di scelta dei cuscinetti SKF, si sceglie di accoppiare il satellite con un cuscinetto a rulli cilindrici.

Fissando una durata di funzionamento di $L_{10}h = 10000 \text{ h}$, si segue una procedura per la determinazione dei *Coefficienti di carico dinamico e statico*.

$$P = 0.92 \cdot F_{rB} + 0.6 \cdot F_{aB} \cong 1520 \text{ N};$$

$p = 10/3$: valore standardizzato per cuscinetti a rulli;

$$L_{10} = \frac{60 \cdot \omega_s \cdot L_{10}h}{10^6} = 1333.2 \text{ mln/giri};$$

$$C_x = P \cdot (L_{10})^p \cong 13.162 \text{ kN}$$

$$P_0 = F_{rB} = 1420 \text{ N};$$

$s_0 = 1.5$: valore standardizzato di silenziosità per cuscinetti a rulli;

$$C_{x0} = P_0 \cdot s_0 \cong 2.13 \text{ kN}$$

Codice di scelta cuscinetto *Satellite: SKF_HK 2030*.

$$C = 20.9 \text{ kN} > C_x$$

$$\varnothing_{interno} = 20 \text{ mm}$$

$$C_0 = 40.5 \text{ kN} > C_{x0}$$

$$\varnothing_{esterno} = 26 \text{ mm}$$

$$\omega_{max} = 14000 \text{ giri/min} > \omega_s$$

$$spessore = 30 \text{ mm}$$



Sapendo che i carichi sui restanti cuscinetti dovrebbero essere minori rispetto a quelli di calettamento dei satelliti, si prevede una scelta “sommaria” di quelli di calettamento del *porta-treno* e dell’albero lento, considerando una maggiorazione del foro, legato ai diametri (maggiori) degli alberi di ingresso e uscita del riduttore.

Codice di scelta cuscinetto *Porta-treno*: *SKF_NK 40/30*.

$$C = 44 \text{ kN}$$

$$\varnothing_{interno} = 40 \text{ mm}$$

$$C_0 = 83 \text{ kN}$$

$$\varnothing_{esterno} = 50 \text{ mm}$$

$$\omega_{max} = 11000 \text{ giri/min}$$

$$spessore = 30 \text{ mm}$$



Codice di scelta cuscinetto *Albero-lento*: *SKF_NJ 206 ECJ*.

$$C = 44 \text{ kN}$$

$$\phi_{interno} = 30 \text{ mm}$$

$$C_0 = 36.5 \text{ kN}$$

$$\phi_{esterno} = 62 \text{ mm}$$

$$\omega_{max} = 14000 \text{ giri/min}$$

$$spessore = 16 \text{ mm}$$



Disegno e Simulazione

Si vuole infine dare una potenziale rappresentazione dell'aspetto del riduttore e come questo potrebbe funzionare.

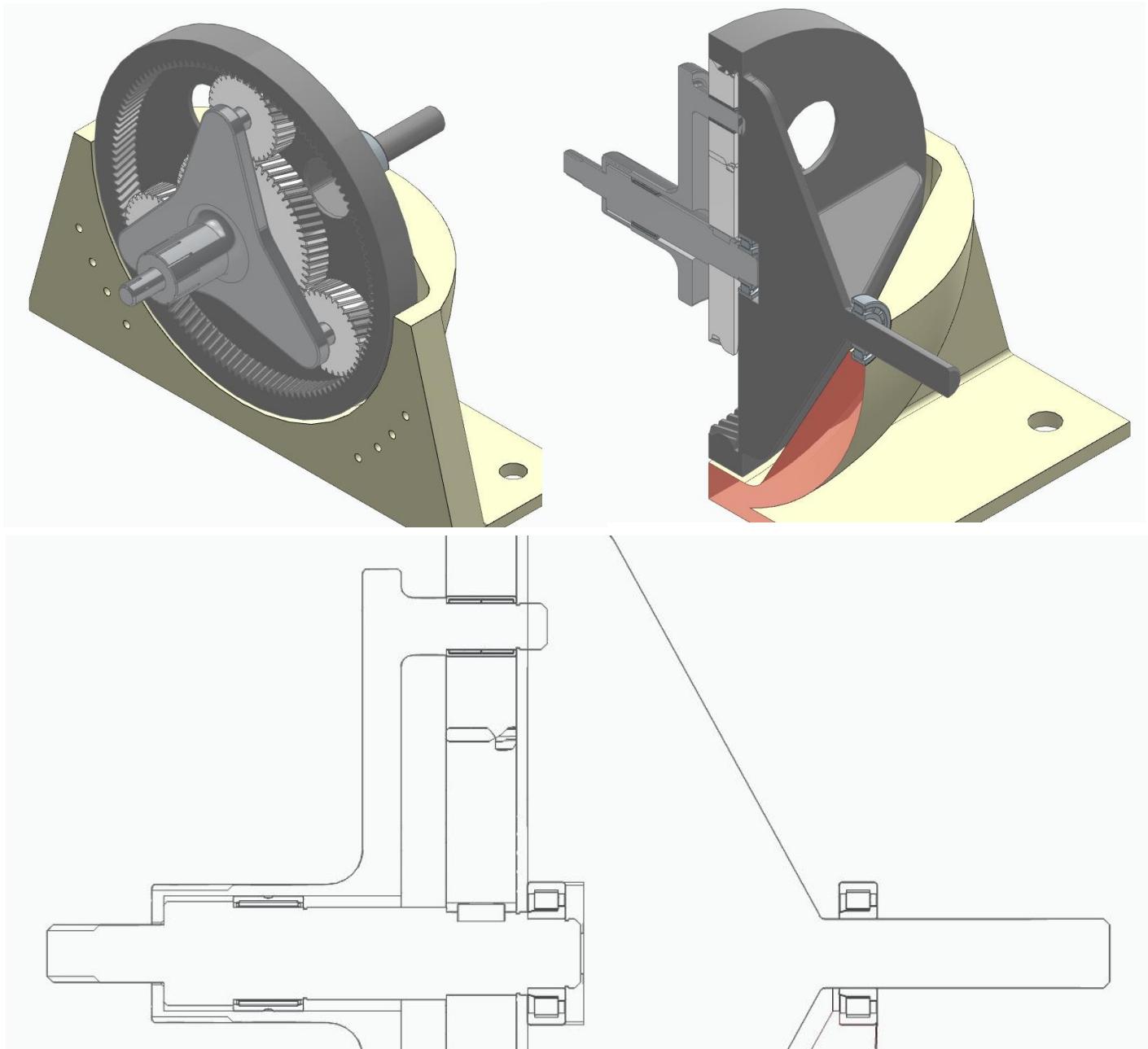
Nella realizzazione del modello 3D si sono costruite le ruote attraverso un proporzionamento modulare basato sulle misure geometriche note:

Parametro	Solare	Satellite	Corona
Modulo normale	$m_n = 3 \text{ mm}$	$m_n = 3 \text{ mm}$	$m_n = 3 \text{ mm}$
Denti	$z_1 = 63$	$z_s = 32$	$z_2 = 126$
Correzione	$c_1 = + 0.75 \text{ mm}$	$c_s = - 0.75 \text{ mm}$	$c_2 = + 0.75 \text{ mm}$
Angolo di pressione	$\theta = 20^\circ$	$\theta = 20^\circ$	$\theta = 20^\circ$
Angolo di elica	$\beta = 15^\circ$	$\beta = 15^\circ$	$\beta = 15^\circ$
Larghezza dente primitivo	$g_{01} = 5.288 \text{ mm}$	$g_{0s} = 4.166 \text{ mm}$	$g_{02} = 5.288 \text{ mm}$
ϕ primitivo	$d_{p1} = 189 \text{ mm}$	$d_{ps} = 96 \text{ mm}$	$d_{p2} = 378 \text{ mm}$
ϕ troncatura esterna	$d_{e1} = 196.5 \text{ mm}$	$d_{es} = 100.2 \text{ mm}$	$d_{e2} = 369.75 \text{ mm}$
ϕ base	$d_{b1} = 176.66 \text{ mm}$	$d_{bs} = 89.83 \text{ mm}$	$d_{b2} = 402.3 \text{ mm}$
Altezza dente	$h = 6.75 \text{ mm}$	$h = 6.75 \text{ mm}$	$h = 6.75 \text{ mm}$

Addendum	$ha_1 = 3.75 \text{ mm}$	$ha_s = 2.25 \text{ mm}$	$ha_2 = 3 \text{ mm}$
Dedendum	$hd_1 = 3 \text{ mm}$	$hd_s = 4.5 \text{ mm}$	$hd_2 = 3.75 \text{ mm}$
Spessore dente	$b = 30 \text{ mm}$	$b = 30 \text{ mm}$	$b = 30 \text{ mm}$

Nel proporzionamento della corona, essendo una dentatura interna, *Addendum* e *Dedendum* hanno formule invertite, così come il \varnothing *base* e il \varnothing *troncatura esterna*.

La struttura del riduttore appare come:



Simulazione funzionamento:



Simulazione-Ingranaggio.mp4