UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO
DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E ENERGIA

Disciplina: Identificação e Filtragem
Professor: Dr. João Bosco Ribeiro do Val
Aluno: Daniel Silva Campos

Exercício do preditor de um e dois passos com uma entrada de controle:

$$y_k + 0.7y_{k-1} + 0.1y_{k-2} = u_{k-d} + e_k + 0.4e_{k-1} + 0.03e_{k-2}$$

Para realização deste exercício foi levado em consideração o modelo ARMA e o modelo ARMAX. O modelo ARMA(auto regressive moving average model) consiste de duas partes, um processo auto regressivo e outro de média móvel.

O processo auto regressivo (AR) é aquele em que a saída y_k depende tão somente de seus valores passados $y_{k-1}, y_{k-2}, y_{k-3}$, etc. Ou seja,

$$y_k = f(y_{k-1}, y_{k-2}, y_{k-3}, ..., \varepsilon_k),$$

em que ε_k é o erro associado a medida y_k.

Já no processo de média móvel (MA) o termo y_k depende apenas dos termos de erro aleatório que seguem um processo de ruído branco, ou seja

$$y_k = f(\varepsilon_k, \varepsilon_{k-1}, \varepsilon_{k-2}, ...).$$

Em resumo, a parte AR envolve regressar a variável em seus próprios valores defasados, isto é, passados. A parte MA envolve modelar o termo de erro como uma combinação linear de termos de erro que ocorrem contemporaneamente e em vários momentos no passado.

Para situações em que a série temporal seja representada pela combinação de processos AR e MA tem-se o modelo ARMA. A forma geral deste modelo de série temporal, que depende de p e q ordem da parte auto-regressiva e de média móvel respectivamente, pode ser expressa da seguinte forma:

$$y_k = \beta_0 + \beta_1 y_{k-1} + \beta_2 y_{k-2} + \ldots + \beta_p y_{k-p} + \varepsilon_t + \phi_1 \varepsilon_{t-1} + \phi_2 \varepsilon_{t-2} + \ldots + \phi_q \varepsilon_{t-q},$$

onde a série temporal é considerada estacionária.

A notação ARMAX (modelo auto regressivo de médias móveis com entradas exógenas) se refere ao modelo com p termos auto-regressivos, q termos de média móvel e b termos de entrada exógena. Este modelo contém os modelos AR e MA e uma combinação linear dos últimos b termos de uma série temporal conhecida e externa d_t. É dado por:

$$y_k = \sum_{i=1}^{p} \beta_i + \sum_{i=1}^{q} \varepsilon_i + \sum_{i=1}^{b} \eta_i d_{t-i},$$

onde $\eta_1, \ldots, \eta_b$ são os parâmetros da entrada exógena d_t.

RESULTADOS

Considerou-se o sistema controlado em dois passos a frente ($d = 2$) e três passos a frente ($d = 3$), em que os parâmetros ótimos para as entradas exógenas do sistema foram obtidos com base na variância mínima da saída e utilizando-se uma aproximação de 0.001 para os mesmos. Os resultados foram os seguintes:

p/ $d = 2$
Variância do sistema controlado y(k+2): 0.637
Parâmetro = 0.277

p/ $d = 3$
Variância do sistema controlado y(k+3): 0.715
Parâmetro = 0.285

Também foram realizadas algumas simulações referentes aos dois controladores obtidos acima e também para o caso em que não há controle no sistema. Os resultados obtidos seguem abaixo:

Simulação 1: Variância sistema sem controle: 1.397 Variância sistema controlado y(k+2): 1.107 Variância sistema controlado y(k+3): 1.240

Simulação 2: Variância sistema sem controle: 0.948 Variância sistema controlado y(k+2): 0.872 Variância sistema controlado y(k+3): 0.967

simulação 3: Variância sistema sem controle: 1.381 Variância sistema controlado y(k+2): 1.344 Variância sistema controlado y(k+3): 1.311

Simulação 4: Variância sistema sem controle: 1.320 Variância sistema controlado y(k+2): 0.970 Variância sistema controlado y(k+3): 0.964

Em geral a estimativa da variância foi menor para o modelo com controle de 2 passos a frente ($d = 2$), a maior variância se deu quando não se considerou o controlador.

Outras 4 simulações também foram realizadas variando o parâmetros numéricos do modelo. Os resultados foram:

Simulação 1:Perturbando o parâmetro 0.7 –> 0.75

Variância sistema sem controle: 1.341

p/ $d = 2$
Variância do sistema controlado y(k+2): 0.752
Parâmetro = 0.201

p/ $d = 3$
Variância do sistema controlado y(k+3): 0.726
Parâmetro = 0.312

Simulação 2:Perturbando o parâmetro 0.1 –> 0.17

Variância sistema sem controle: 1.024

p/ $d = 2$
Variância do sistema controlado y(k+2): 0.647
Parâmetro = 0.491

p/ $d = 3$
Variância do sistema controlado y(k+3): 0.686
Parâmetro = 0.572

Simulação 3:Perturbando o parâmetro 0.4 –> 0.45

Variância sistema sem controle: 0.827

p/ $d = 2$
Variância do sistema controlado y(k+2): 0.721
Parâmetro = 0.110

p/ $d = 3$
Variância do sistema controlado y(k+3): 0.725
Parâmetro = 0.680

Simulação 4:Perturbando o parâmetro 0.03 –> 0.07

Variância sistema sem controle: 1.256

p/ $d = 2$
Variância do sistema controlado y(k+2): 0.552
Parâmetro = 0.195

p/ $d = 3$
Variância do sistema controlado y(k+3): 0.716
Parâmetro = 0.330