UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO DEPARTAMENTO DE SISTEMAS E ENERGIA



# IA–856 Exercício Computacional

# Controle Linear Quadrático

# Giovanni Chemello Caprio

# RA: 211483

# 

# **A)**

# Para a geração da sequência de controle ótima u0 e u1 e posterior verificação na (b), foram utilizado as seguintes fórmulas do 6 capítulo do livro “Stochastic Modelling and Control”, de Davis & Vinter.

# Para uma sequencia dada u = ( u0 , u1 ) e uma condição inicial x0. As sequencias ficarão da seguinte maneira:

# 

# Os estados calculados ficarão:

# x1 = αx0+βu0

# x2 = αx1+βu1 = α(αx0+βu0) + βu1 = αTαx0+ αβu0 + βu1

# Precisamos minimizar o custo, com custo baseando-se na fórmula 6.1.2 do livro, iremos minimizar a seguinte fórmula:

# 

# Sabemos que o uj\* é o valor de v que alcança o mínimo da formula anterior. Assim, substituindo os valores do problema na formula obtemos:

# V2(x2) = x2Tqx2

# V1(x1) = minV [( dx+fu1)² + x2Tqx2]

# V1(x1) = minV [( d(αx0+βu0)+fu1)² + q(α2x0+ αβu0 + βu1)²]

# Sabendo que está função é concâva, podemos concluir que terá um minimizador global para u\*. Com isso, basta acharmos o gradiente do vetor V em relação a (u1u0) e igualar a 0. Para a verificação do gradiente, foi utilizado o wolfram alpha

* Gradiente em relação a u0 =2β (d (βdu0 + fu1 + αdx0) + αq [αβu0 + βu1 + α²x0] qT [αβu0 + βu1 + α²x0])
* Gradiente em relação a u1= 2 (f (βdu0+ fu1 + αd x0) + βq [αβu0 + βu1 + α²x0] qT [αβu0 + βu1 + α²x0])

# Portanto, o u\* ótimo será:

u\* = (2β (d (fu1 + αdx0) + αq [βu1 + α²x0] qT [βu1 + α²x0]) , 2 (f (βdu0 + αd x0) + βq [αβu0 + α²x0] qT [αβu0 + α²x0])

# **B)**

# Para a geração do código em MATLAB, foram utilizadas as seguintes fórmulas restantes:

# **uj(x):**

# 

# **M(j):**

# 

# **Vk(x):**

# 

# **VN(x):**

# 

# **S(j):**

# 

# **Jn(u):**

# 

# Com a geração dos controles ótimos (u\*), foi utilizado o Teorema de Verificação(6.1.1) para obter o Custo total e os seguintes valores para cada iteração. Os resultados podem ser vistos a seguir:

# V2(x):

# v2 = q\*x2^2

# V1(x):

# v1 = x1^2\*(a^2\*q + d^2 - (d\*f + a\*b\*q)^2/(q\*b^2 + f^2))

# V0(x):

# v0 = x0^2\*(d^2 - (d\*f + a\*b\*(a^2\*q + d^2 - (d\*f + a\*b\*q)^2/(q\*b^2 + f^2)))^2/(f^2 + b^2\*(a^2\*q + d^2 - (d\*f + a\*b\*q)^2/(q\*b^2 + f^2))) + a^2\*(a^2\*q + d^2 - (d\*f + a\*b\*q)^2/(q\*b^2 + f^2)))

# J2(u\*):

# J = (d\*x1 - (f\*x1\*(d^2 + a\*b\*q))/(q\*b^2 + f^2))^2 + (d\*x0 - (f\*x0\*(d^2 + a\*b\*(a^2\*q + d^2 - (d\*f + a\*b\*q)^2/(q\*b^2 + f^2))))/(f^2 + b^2\*(a^2\*q + d^2 - (d\*f + a\*b\*q)^2/(q\*b^2 + f^2))))^2 + q\*x2^2

# Para o teorema:

# 

# Optou-se por dar valores númericos as varíaveis simbólicas, para uma mais fácil verificação e substituindo-se no MATLAB, gerou os resultados de que V2(x)>V1(x)>V0(x). Assim como, V0(x) gerou um resultado próximo de 0, e menor que J2(u\*).

# Portanto, o Teorema de Verificação foi concluido e provado que a solução ótima tem o menor custo.

# **Código**

%% IA 856 Controle Linear Quadratico Gaussiano Ex.1😎

clear all,close all,clc

syms d, syms f, syms q, syms x0, syms x1, syms x2

syms a % alpha

syms b % beta

% gerando S(j):

s2 = q; % S(2)

A = (a\*s2\*b + d\*f); % A,B,C apenas para organizar S(1)

B = (b\*s2\*b + f\*f)^(-1);

C = (b\*s2\*a+f\*d);

s1 = a\*s2\*a + d\*d -A\*B\*C; %S(1)

D = (a\*s1\*b + d\*f); % A,B,C apenas para organizar S(1)

E = (b\*s1\*b + f\*f)^(-1);

F = (b\*s1\*a+f\*d);

s0 = a\*s1\*a + d\*d -D\*E\*F; %S(0)

% gerando M(j):

M1 = ((b\*s2\*b +f\*f)^(-1))\*(b\*s2\*a + d\*d);

M0 = ((b\*s1\*b +f\*f)^(-1))\*(b\*s1\*a + d\*d);

% gerando u(j):

u1 = -M1\*x1

u0 = -M0\*x0

% gerando Vj(x):

v2 = x2\*s2\*x2

v1 = x1\*s1\*x1

v0 = x0\*s0\*x0

%calculo do J:

J=((d\*x0+f\*u0)^2)+((d\*x1+f\*u1)^2) + v2