

**Exercício para Casa**  
**Estimação Yule-Walker**  
**Giovanni Chemello Caprio**

**Escolher um sistema de 2ª ordem estável:**

$$y_k + a_1 y_{k-1} + a_2 y_{k-2} = b_0 w_k$$

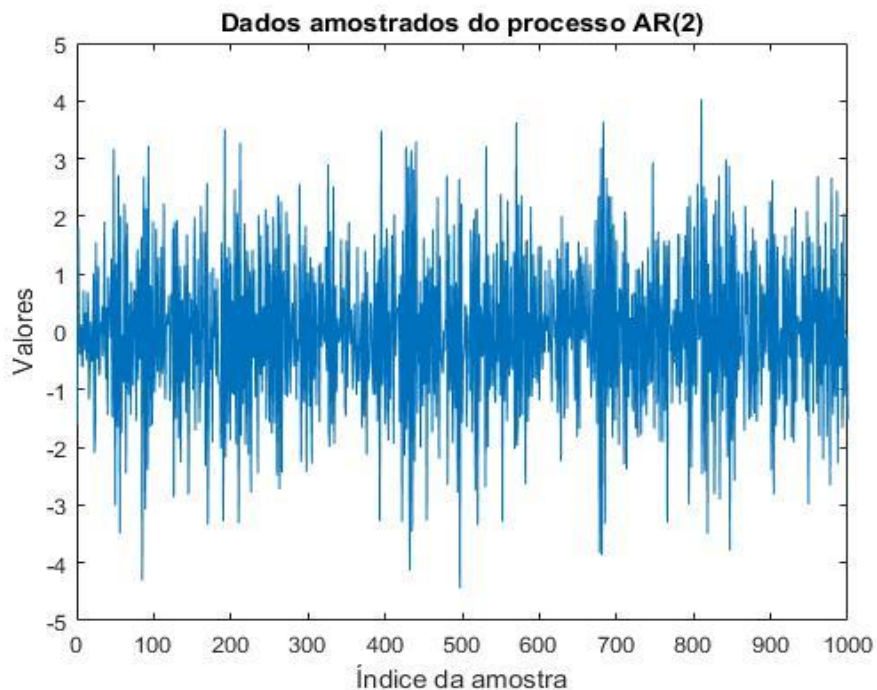
- Gerar medidas  $g_k$ , com  $k = 1 \dots 1000$ ;
- Encontre estimativas para  $\Theta = (a_1, a_2)$ ;
- Gerar um erro;
- Calcular erro médio e verificar se o erro é um ruído branco;

○

Sistema Escolhido:

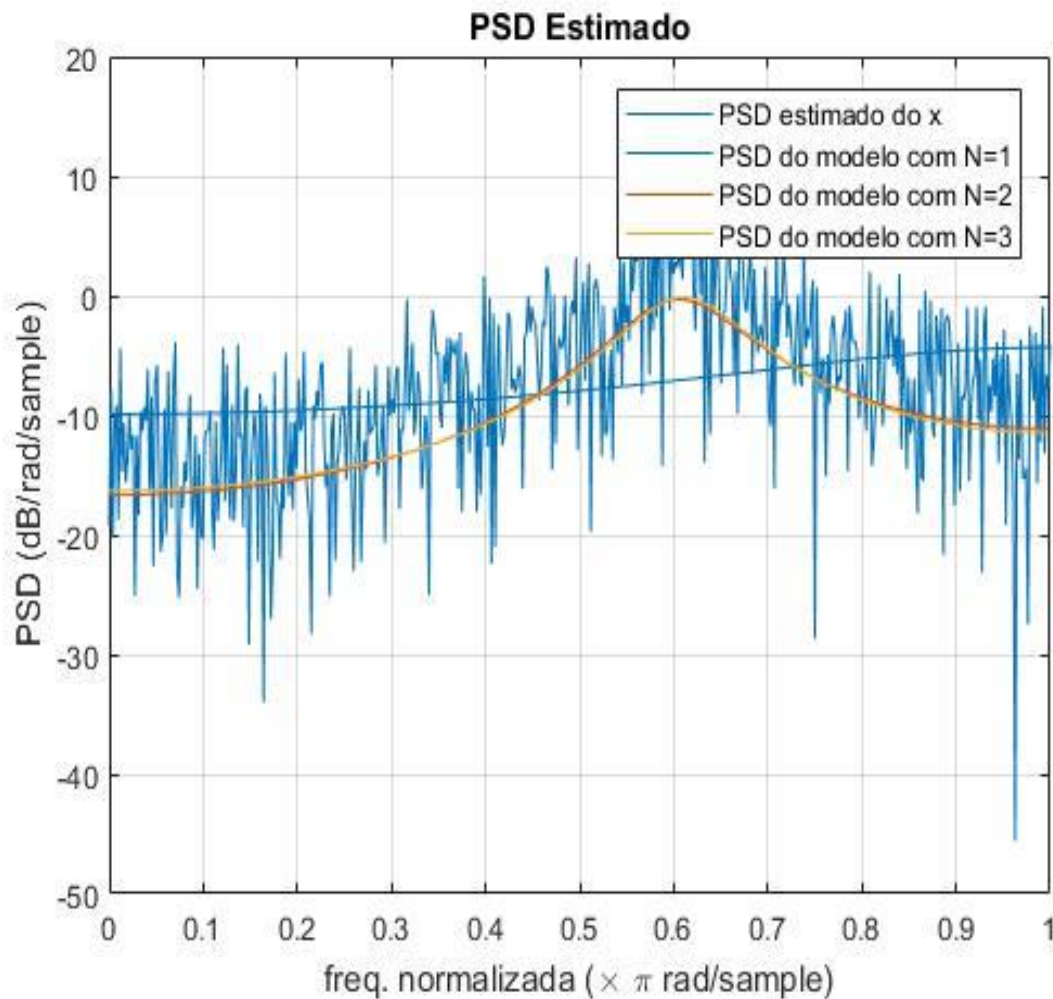
$$y_k + 0.5 y_{k-1} + 0.64 y_{k-2} = b_0 w_k$$

As 1000 amostras geradas obtiveram esta configuração espectral:



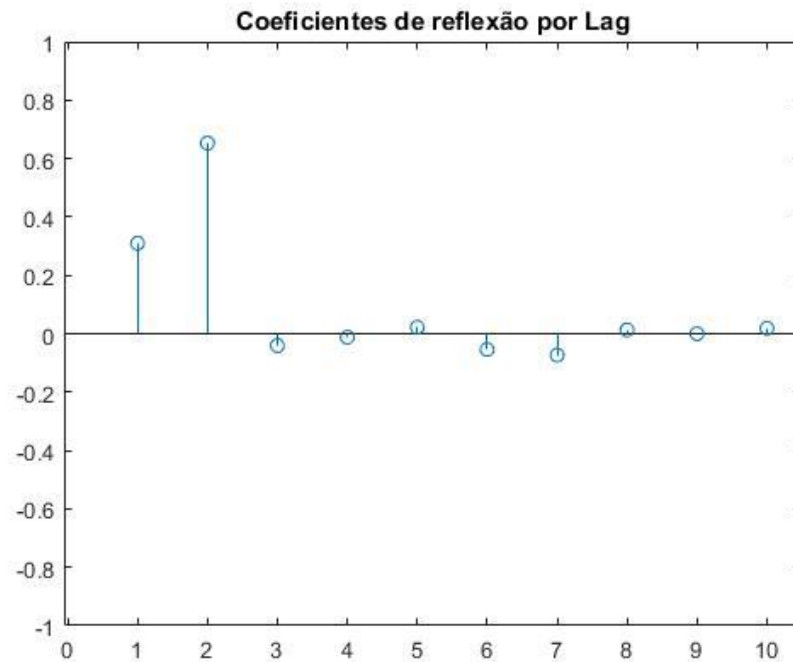
Inicialmente, não sabemos a ordem do sistema e precisamos adequar o N afim de ser o menor possível para uma boa precisão na estimação. Para determinar o N, foi feito as seguintes análises:

### I. Análise (Periodogram Power Spectral Density Estimate)



Para esta análise, foi estimado o PSD do x e dos respectivos N(ordens) do sistema, verificou-se que a partir do 2 a curva já tende a seguir o PSD estimado e não ter diferença notável com os N seguintes;

## II. Análise por coeficientes de reflexão



Para a análise por coeficientes de reflexão, estimamos um AR(10) e coletamos com base nos códigos do MATLAB os respectivos coeficientes de reflexão. Nota-se que o AR(10) é superestimado devido ao decaimento dos coeficientes para 0, logo na terceira iteração;

○

Após percebemos que a melhor estimativa para as amostras propostas será um sistema de ordem 2, obtivemos um  $\Theta = (0.5123, 0.6527)$ .

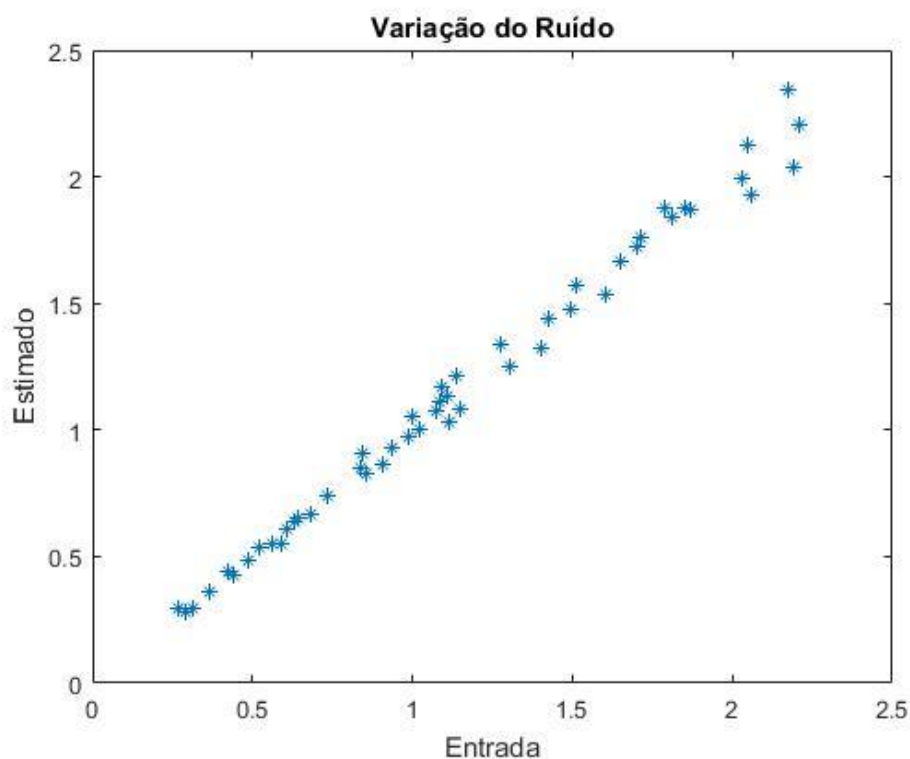
Observação: Para análise foram obtidos os coeficientes para  $N=1:3$  e suas, respectivas, variâncias do ruído:

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	Prediction Error
N=1	0.3100	0	0	1.7370
N=2	0.5123	0.6527	0	0.9969
N=3	0.4856	0.6318	-0.0409	0.9953

Em uma validação da análise, percebe-se que o coeficiente superestimado  $A_3$  é muito próximo de 0, e o erro tende a não diminuir suficientemente para a adição de um novo coeficiente.

○

Para gerar a variação do ruído com a variação do  $b_0$ (intensidade), realizamos 50 vezes o processo, modificando a variância dos valores atuais. Definindo o ruído branco.



## ○ Código Gerado

```
clear all
close all
clc

% sistema a ser identificado
A=[1 0.5 0.64]; %parâmetros a serem estimados
b0=1; %intensidade do erro
x=filter(1,A,b0*randn(1000,1)); %1000 amostras(primeira medição)
plot(x);
title('Dados amostrados do processo AR(2)');
xlabel('Índice da amostra');
ylabel('Valores');

figure(2);
periodogram(x); hold on
%ordens dos sistemas estimados
N=[1,2,3];

for i=1:3,
    [d,p] = aryule(x,N(i)) %rotina que gera os coeficientes
    [H,w]=freqz(sqrt(p),d); %frequencia
    hp = plot(w/pi,20*log10(2*abs(H)/(2*pi))); %plotar para cada N
end
xlabel('freq. normalizada (\times \pi rad/sample)');
title('PSD Estimado');
ylabel('PSD (dB/rad/sample)');
legend('PSD estimado do x', 'PSD do modelo com N=1', 'PSD do modelo com N=2', 'PSD do modelo com N=3');
figure(3);
nrealiz = 50; %medições
b0 = rand(1,nrealiz)+0.5; %mudando a intensidade

randnoise = randn(1024,nrealiz);

for k = 1:nrealiz
    y = filter(1,A,b0(k) * randnoise(:,k));
    [arcoeffs,noisevar(k)] = aryule(y,3);
end

plot(b0.^2,noisevar,'*')
title('Variação do Ruído')
xlabel('Entrada')
ylabel('Estimado')
figure(4)
[ar_coeffs,NoiseVariance,reflect_coeffs] = aryule(x,10);

stem(reflect_coeffs)
axis([-0.05 10.5 -1 1])
title('Coeficientes de reflexão por Lag')
```