

**461E-04 – Lógica para Computação – Turma 127**

**Trabalho 2 – Lógica Proposicional**

Prof. Dr. Rafael H. Bordini

1. Formalize os seguintes argumentos usando lógica proposicional. Utilize  $P$  para “as pessoas se vacinarem contra a COVID-19”;  $V$  para “a vacina funcionar”;  $I$  para “as pessoas terem imunidade”;  $E$  para “o vírus se espalhar”;  $M$  para “muitas pessoas ficarem doentes”; e  $N$  para “tudo voltar ao normal”.
  - (a) Se as pessoas se vacinarem contra a COVID-19 e a vacina funcionar, as pessoas terão imunidade ao vírus. Se o vírus se espalhar e as pessoas não tiverem imunidade ao vírus, muitas pessoas ficarão doentes. Portanto, se o vírus se espalhar e não muitas pessoas ficarem doentes, então ou a vacina não funcionou ou as pessoas não se vacinaram contra a COVID-19. **[10 pontos]**
  - (b) Uma condição suficiente para tudo voltar ao normal é a vacina funcionar e as pessoas se vacinarem contra a COVID-19. A vacina funciona. Portanto, as pessoas se vacinaram contra a COVID-19 somente se tudo voltou ao normal. **[10 pontos]**
2. Para as seguintes fórmulas, se estiverem bem formadas mostre a árvore sintática e se não estiverem justifique porque.
  - (a)  $P \wedge \neg Q \vee R \rightarrow (\neg R \vee Q \rightarrow R)$  **[5 pontos]**
  - (b)  $S \vee \neg P \neg \rightarrow P \wedge \neg(Q \rightarrow R)$  **[5 pontos]**
3. Mostre se esses argumentos são válidos utilizando tabelas verdade. **[10 pontos]**
  - (a)  $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \rightarrow S \models \neg(\neg(P \wedge R) \wedge \neg(Q \wedge S))$
4. Prove os seguintes seqüentes utilizando o Cálculo de Dedução Natural.
  - (a)  $(P \rightarrow Q) \vdash (P \rightarrow R) \rightarrow (P \rightarrow Q \wedge R)$  **[10 pontos]**
  - (b)  $(P \rightarrow Q) \vee (Q \vee R) \vdash ((P \rightarrow Q) \vee Q) \vee R$  **[10 pontos]**
  - (c)  $\vdash \neg(P \vee Q) \rightarrow \neg P \wedge \neg Q$  **[15 pontos]**
5. Use árvores de refutação para mostrar se os seguintes seqüentes são válidos. Se não forem, mostre um contra-exemplo.
  - (a)  $P \vee Q, P \rightarrow R, Q \wedge R \rightarrow S \vdash R \vee S$  **[15 pontos]**

6. Assinale a alternativa correta.

(i) Uma **fórmula** é válida se:

[5 pontos]

- (a) suas premissas são verdadeiras.
- (b) sua tabela verdade tem valor V em todas as linhas.
- (c) é uma conjunção sem contradições diretas.
- (d) seu consequente for não contraditório.
- (e) houver algum valor V em sua tabela verdade.

(ii) Um **cálculo** é completo se:

[5 pontos]

- (a) tiver regras de inferência para todos os conectivos da linguagem lógica.
- (b) tem todos os conectivos lógicos mais conhecidos.
- (c) for possível provar todos os argumentos válidos com ele.
- (d) não faltar símbolos no vocabulário da sua linguagem.
- (e) nao houver cálculos corretos para outras lógicas mais expressivas.