

# Secure Compression and Pattern Matching Based on Burrows-Wheeler Transform

---

Raffaele Ceruso Giovanni Leo

November 26, 2018

Università degli Studi di Salerno



1. Idea
2. Introduzione
3. Preliminari
  - BWT and compression
  - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching
4. Costruzione
  - Compressione
  - Pattern Matching
5. Protocollo
6. Analisi



1. Idea
2. Introduzione
3. Preliminari
  - BWT and compression
  - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching
4. Costruzione
  - Compressione
  - Pattern Matching
5. Protocollo
6. Analisi



- Le “compressed data structure” permettono di creare una indicizzazione di grandi dataset in maniera efficiente. Tali strutture dati dovranno essere sicuramente memorizzate in qualche server di terze parti come ad esempio il cloud, questo però porta sicuramente problemi di privacy.



- Le “compressed data structure” permettono di creare una indicizzazione di grandi dataset in maniera efficiente. Tali strutture dati dovranno essere sicuramente memorizzate in qualche server di terze parti come ad esempio il cloud, questo però porta sicuramente problemi di privacy.
- L' idea quindi é quella di costruire una variante di tali strutture più sicura, basata sulla trasformata di Burrows-Wheeler, e che sia in grado anche di eseguire il pattern matching.



1. Idea

2. Introduzione

3. Preliminari

- BWT and compression
- Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching

4. Costruzione

- Compressione
- Pattern Matching

5. Protocollo

6. Analisi



- La compressione dati non solo riduce lo spazio occupato dai file ma serve anche a migliorare la velocità di trasmissione in alcuni protocolli.



# Introduzione - 1

- La compressione dati non solo riduce lo spazio occupato dai file ma serve anche a migliorare la velocità di trasmissione in alcuni protocolli.
- Essendo in era in cui i dati sono diventati veramente importanti di conseguenza anche la compressione di tali dati è diventata sempre più necessaria.





- La compressione dati non solo riduce lo spazio occupato dai file ma serve anche a migliorare la velocità di trasmissione in alcuni protocolli.
- Essendo in era in cui i dati sono diventati veramente importanti di conseguenza anche la compressione di tali dati è diventata sempre più necessaria.
- Gli autori del paper si sono focalizzati sull'utilizzo di algoritmi di compressione, i quali non solo supportano una compressione di tipo lossless ma che garantiscono anche sicurezza.



- La compressione dati non solo riduce lo spazio occupato dai file ma serve anche a migliorare la velocità di trasmissione in alcuni protocolli.
- Essendo in era in cui i dati sono diventati veramente importanti di conseguenza anche la compressione di tali dati è diventata sempre più necessaria.
- Gli autori del paper si sono focalizzati sull'utilizzo di algoritmi di compressione, i quali non solo supportano una compressione di tipo lossless ma che garantiscono anche sicurezza.
- Il pattern matching è una operazione fondamentale nel processing delle stringhe che permette di trovare tutte le occorrenze di un dato pattern in un dato testo.



- Il pattern matching si vuole applicare anche ai file compressi



## Introduzione - 2

- Il pattern matching si vuole applicare anche ai file compressi
- Una possibile strategia potrebbe essere quella di decomprimere il file e cercare sul file decompresso ma tale strategia è poco efficiente.



## Introduzione - 2

- Il pattern matching si vuole applicare anche ai file compressi
- Una possibile strategia potrebbe essere quella di decomprimere il file e cercare sul file decompresso ma tale strategia è poco efficiente.
- Un approccio migliore sarebbe quello di ricercare direttamente sul file compresso



- Il pattern matching si vuole applicare anche ai file compressi
- Una possibile strategia potrebbe essere quella di decomprimere il file e cercare sul file decompresso ma tale strategia è poco efficiente.
- Un approccio migliore sarebbe quello di ricercare direttamente sul file compresso
- Per fare ciò abbiamo bisogno di indici di dati compressi i quali vengono salvati in server di terze parti causando problemi di privacy.



## Introduzione - 2

- Il pattern matching si vuole applicare anche ai file compressi
- Una possibile strategia potrebbe essere quella di decomprimere il file e cercare sul file decompresso ma tale strategia è poco efficiente.
- Un approccio migliore sarebbe quello di ricercare direttamente sul file compresso
- Per fare ciò abbiamo bisogno di indici di dati compressi i quali vengono salvati in server di terze parti causando problemi di privacy.
- Una semplice soluzione potrebbe essere quella di comprimere e poi cifrare i dati ma tale soluzione è stata dimostrata non tanto sicura.



## Introduzione - 2

- Il pattern matching si vuole applicare anche ai file compressi
- Una possibile strategia potrebbe essere quella di decomprimere il file e cercare sul file decompresso ma tale strategia è poco efficiente.
- Un approccio migliore sarebbe quello di ricercare direttamente sul file compresso
- Per fare ciò abbiamo bisogno di indici di dati compressi i quali vengono salvati in server di terze parti causando problemi di privacy.
- Una semplice soluzione potrebbe essere quella di comprimere e poi cifrare i dati ma tale soluzione è stata dimostrata non tanto sicura.
- Una altra soluzione potrebbe essere quella di integrare compressione e cifratura in un unico passo ma anche questa soluzione presenta problemi di sicurezza.





- La soluzione proposta dagli autori si basa sulla trasformata di Burrows-Wheeler. Oltre la compressione tale trasformata può essere utilizzata anche per eseguire la ricerca. Se consideriamo due tabelle che forniscono un certo tipo di informazioni come per esempio la frequenza dei simboli e le posizioni, la trasformata permette di estrarre le sottostringhe che matchano i pattern in modo semplice.



- La soluzione proposta dagli autori si basa sulla trasformata di Burrows-Wheeler. Oltre la compressione tale trasformata può essere utilizzata anche per eseguire la ricerca. Se consideriamo due tabelle che forniscono un certo tipo di informazioni come per esempio la frequenza dei simboli e le posizioni, la trasformata permette di estrarre le sottostringhe che matchano i pattern in modo semplice.
- Gli autori in questo paper forniscono un “secure compression algorithm” e un “secure compressed pattern matching”, entrambi basata sulla BWT. Inoltre viene uno schema di cifratura omomorfo additivo per proteggere gli indici dei dati compressi e per sfruttare le potenzialità del cloud. Per ottenere i dati dal server viene utilizzato il “Private Information Retrieval Read” (PIR\_Read).



1. Idea
2. Introduzione
3. Preliminari
  - BWT and compression
  - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching
4. Costruzione
  - Compressione
  - Pattern Matching
5. Protocollo
6. Analisi



- BWT riorganizza una stringa di caratteri in una serie di caratteri simili quindi la si può vedere come un algoritmo che prepara i dati per usarli con delle tecniche di compressione dati.



## Preliminari - 1 - BWT and compression

- BWT riorganizza una stringa di caratteri in una serie di caratteri simili quindi la si può vedere come un algoritmo che prepara i dati per usarli con delle tecniche di compressione dati.
- Adesso consideriamo una tale trasformazione in maniera generale divisa in tre passi:



## Preliminari - 1 - BWT and compression

- BWT riorganizza una stringa di caratteri in una serie di caratteri simili quindi la si può vedere come un algoritmo che prepara i dati per usarli con delle tecniche di compressione dati.
- Adesso consideriamo una tale trasformazione in maniera generale divisa in tre passi:
  1. Aggiungiamo un carattere speciale \$, il quale non è nell'alfabeto  $\Sigma$ , alla fine della stringa  $T$  e assumiamo che \$ è il più piccolo carattere in  $\Sigma$  considerando un ordine lessicografico.



# Preliminari - 1 - BWT and compression

- BWT riorganizza una stringa di caratteri in una serie di caratteri simili quindi la si può vedere come un algoritmo che prepara i dati per usarli con delle tecniche di compressione dati.
- Adesso consideriamo una tale trasformazione in maniera generale divisa in tre passi:
  1. Aggiungiamo un carattere speciale \$, il quale non è nell'alfabeto  $\Sigma$ , alla fine della stringa  $T$  e assumiamo che \$ è il più piccolo carattere in  $\Sigma$  considerando un ordine lessicografico.
  2. Costruiamo una matrice  $M$  le quali righe sono degli shift ciclici di  $T$ .



## Preliminari - 1 - BWT and compression

- BWT riorganizza una stringa di caratteri in una serie di caratteri simili quindi la si può vedere come un algoritmo che prepara i dati per usarli con delle tecniche di compressione dati.
- Adesso consideriamo una tale trasformazione in maniera generale divisa in tre passi:
  1. Aggiungiamo un carattere speciale \$, il quale non è nell'alfabeto  $\Sigma$ , alla fine della stringa  $T$  e assumiamo che \$ è il più piccolo carattere in  $\Sigma$  considerando un ordine lessicografico.
  2. Costruiamo una matrice  $M$  le quali righe sono degli shift ciclici di  $T$ .
  3. Ordiniamo le righe della matrice  $M$  in ordine lessicografico e diamo come output l'ultima colonna della matrice  $M$ , il quale è il risultato della BWT.





## Preliminari - 1 - BWT and compression

- BWT riorganizza una stringa di caratteri in una serie di caratteri simili quindi la si può vedere come un algoritmo che prepara i dati per usarli con delle tecniche di compressione dati.
- Adesso consideriamo una tale trasformazione in maniera generale divisa in tre passi:
  1. Aggiungiamo un carattere speciale \$, il quale non è nell'alfabeto  $\Sigma$ , alla fine della stringa  $T$  e assumiamo che \$ è il più piccolo carattere in  $\Sigma$  considerando un ordine lessicografico.
  2. Costruiamo una matrice  $M$  le quali righe sono degli shift ciclici di  $T$ .
  3. Ordiniamo le righe della matrice  $M$  in ordine lessicografico e diamo come output l'ultima colonna della matrice  $M$ , il quale è il risultato della BWT.



## Preliminari - 1 - BWT and compression (Esempio BWT)

order	first character	medial strings	last character
1	\$	mississipp	i
2	i	\$mississip	p
3	i	ppi\$missis	s
4	i	ssippi\$mis	s
5	i	ississippi\$	m
6	m	ississippi	\$
7	p	i\$mississi	p
8	p	pi\$mississ	i
9	s	ippi\$missi	s
10	s	issippi\$mi	s
11	s	sippi\$miss	i
12	s	sissippi\$m	i

**Figure 1:** Consideriamo l'esempio per la stringa "mississippi\$"



- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono: *BWT+MTF+RLE+PC*.



- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono: *BWT+MTF+RLE+PC*.
- In maniera generale possiamo dire che la BWT cerca di raccogliere gli stessi caratteri insieme; MTF vuole rimpiazzare questi caratteri successivi uguali con degli zero; RLE vuole codificare questi zero con meno bit e infine PC vuole codificare il risultato della fase precedente in forma binaria.



- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono: *BWT+MTF+RLE+PC*.



- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono:  $BWT+MTF+RLE+PC$ .
- **MTF**(Move to front): Sia  $T$  il risultato della BWT,  $T=BWT(T)$ . C'è una *MTF\_table* contenente tutti i caratteri dell'alfabeto. La tabella mappa i caratteri alla loro relativa posizione nella tabella(per esempio il primo carattere è mappato a "0"). Dopo aver codificato il primo carattere esso verrà spostato in prima posizione nella *MTF\_Table* quindi tale carattere verrà mappato a "0". Sia  $Z=MTF(T)$  ovvero la stringa codificata dopo aver applicato la MTF a  $T$ .



- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono: *BWT+MTF+RLE+PC*.



# Preliminari - 1 - BWT and compression

- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono: *BWT+MTF+RLE+PC*.
- **Esempio MTF:**

Iteration	Sequence	List
bananaaa	1	(abcdefghijklmnpqrstuvwxyz)
bananaaa	1,1	(bacdefghijklmnpqrstuvwxyz)
bananaaa	1,1,13	(abcdefghijklmnpqrstuvwxyz)
bananaaa	1,1,13,1	(nabcdefghijklmopqrstuvwxyz)
bananaaa	1,1,13,1,1	(anbcddefghijklmopqrstuvwxyz)
bananaaa	1,1,13,1,1,1	(nabcddefghijklmopqrstuvwxyz)
bananaaa	1,1,13,1,1,1,0	(anbcddefghijklmopqrstuvwxyz)
bananaaa	1,1,13,1,1,1,0,0	(anbcddefghijklmopqrstuvwxyz)
Final	1,1,13,1,1,1,0,0	(anbcddefghijklmopqrstuvwxyz)





- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono: *BWT+MTF+**RLE**+PC*.



## Preliminari - 1 - BWT and compression

- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono: *BWT+MTF+RLE+PC*.
- **RLE**(Run Length Encoding): Possiamo applicare RLE per ogni run(sequenza di caratteri tutti uguali) di zero in  $Z$ . Per essere più precisi possiamo rimpiazzare  $m$  successivi zeri con il valore binario del numero  $(m+1)$ , scartando il bit più significativo, in ordine inverso. Inoltre introduciamo altri due caratteri **a** e **b** per fare la codifica degli zero. Per esempio 5 zeri vengono codificati come **ab**. Inoltre il risultato è su di un alfabeto  $\{\mathbf{a}, \mathbf{b}, 1, \dots, |\Sigma| - 1\}$  dove  $|\Sigma|$  indica il numero di caratteri presenti nell'alfabeto.



- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono: *BWT+MTF+RLE+PC*.



## Preliminari - 1 - BWT and compression

- BWT è solo il primo passo di un algoritmo di compressione, di solito i passi sono: *BWT+MTF+RLE+PC*.
- **PC**(Variable Length prefix code): Possiamo applicare Variable Length prefix code a questi simboli dell'alfabeto  $\{a, b, 1, \dots, |\Sigma| - 1\}$ . Codifichiamo **a** con 10 e **b** con 11. Per gli altri simboli i usiamo  $1 + 2 * \lfloor \log(i + 1) \rfloor$  dove  $\lfloor \log(i + 1) \rfloor$  bit sono 0 seguiti dal numero  $(i+1)$  nella forma binaria costituita da  $1 + \lfloor \log(i + 1) \rfloor$  bit, per esempio 00110 per il simbolo "5". Quindi il risultato finale è sull'alfabeto  $\{0,1\}$  e denotiamo il risultato finale  $BZ = PC(RLE(Z))$ .



## Preliminari - 2 - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching

- Per supportare il backward pattern matching abbiamo bisogno di due strutture dati ausiliarie:



## Preliminari - 2 - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching

- Per supportare il backward pattern matching abbiamo bisogno di due strutture dati ausiliarie:
  1. **c(e)**: la quale è una tabella che memorizza l'indice minimo di una stringa che inizia con il carattere  $e$  nella matrice ordinata  $M$  e denotiamo il prossimo simbolo il quale è un po più grande del simbolo  $e$  in ordine lessicografico, con  $e+1$ . Quindi  $c[e+1]-1$  restituisce la posizione finale di  $e$ .



## Preliminari - 2 - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching

- Per supportare il backward pattern matching abbiamo bisogno di due strutture dati ausiliarie:
  1.  **$c(e)$** : la quale è una tabella che memorizza l'indice minimo di una stringa che inizia con il carattere  $e$  nella matrice ordinata  $M$  e denotiamo il prossimo simbolo il quale è un po più grande del simbolo  $e$  in ordine lessicografico, con  $e+1$ . Quindi  $c[e+1]-1$  restituisce la posizione finale di  $e$ .
  2.  **$occ(e, h)$** : la quale memorizza le occorrenze di un carattere  $e$  dalla prima fino ad una certa posizione  $h$  nel risultato della BWT.



## Preliminari - 2 - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching

- **Lemma 1:** Data una stringa  $T_1 = t_1 \dots t_{n-1} t_n$  la quale è la  $h$ -esima stringa nella matrice ordinata  $M$ , sia  $T_2 = t_n t_1 \dots t_{n-1}$  la  $k$ -esima stringa nella matrice ordinata  $M$ , dove  $k = c[t_n] + \text{occ}(t_n, h - 1)$ .





## Preliminari - 2 - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching

- **Lemma 1:** Data una stringa  $T_1 = t_1 \dots t_{n-1} t_n$  la quale è la  $h$ -esima stringa nella matrice ordinata  $M$ , sia  $T_2 = t_n t_1 \dots t_{n-1}$  la  $k$ -esima stringa nella matrice ordinata  $M$ , dove  $k = c[t_n] + \text{occ}(t_n, h - 1)$ .
- La correttezza di tale lemma é data dal fatto che la matrice  $M$  é ordinata



## Preliminari - 2 - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching

- Supponiamo di conoscere la stringa “sissippi\$mis” che si trova nella posizione 10 e vogliamo sapere la posizione della stringa “ssissippi\$mi” quindi si ha che  $c(s) + occ(s,9) = 9+3 = 12$  e quindi sapremo che “ssissippi\$mi” si trova in posizione 12.

order	first character	medial strings	last character
1	\$	mississipp	i
2	i	\$mississip	p
3	i	ppi\$missis	s
4	i	ssippi\$mis	s
5	i	ississippi\$	m
6	m	ississippi	\$
7	p	i\$mississi	p
8	p	pi\$mississ	i
9	s	ippi\$missi	s
10	s	issippi\$mi	s
11	s	sippi\$miss	i
12	s	sissippi\$m	i



## Preliminari - 2 - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching - 1

- **Lemma 2:** Dato un pattern  $P = p_1 \dots p_n$  e un range  $(begin, end)$  nella matrice  $M$  dove queste stringhe iniziano con un subpattern  $p_{i+1} \dots p_n$  ( $i \geq 1$ ), allora il range di  $p_i \dots p_n$  è  $(begin', end')$ , dove  $begin' = c[p_i] + occ[p_i, begin - 1]$  e  $end' = c[p_i] + occ[p_i, end] - 1$



## Preliminari - 2 - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching - 1

- **Lemma 2:** Dato un pattern  $P = p_1 \dots p_n$  e un range  $(begin, end)$  nella matrice  $M$  dove queste stringhe iniziano con un subpattern  $p_{i+1} \dots p_n$  ( $i \geq 1$ ), allora il range di  $p_i \dots p_n$  è  $(begin', end')$ , dove  $begin' = c[p_i] + occ[p_i, begin - 1]$  e  $end' = c[p_i] + occ[p_i, end] - 1$
- Il risultato  $T$  della BWT può essere suddiviso in blocchi(block) di  $L$  caratteri, inoltre  $L$  blocchi vengono chiamati superblocchi(superblock).  $superblock(e, h)$  restituisce l'occorrenza del simbolo  $e$  e nei primi  $\lfloor h/L^2 \rfloor$  superblocchi.  $block(e, h)$  restituisce le occorrenza di  $e$  a partire dall'ultimo blocco fino al  $\lfloor h/L \rfloor$  - esimo blocco.



## Preliminari - 2 - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching - 2

- Per l'occorrenza in un blocco viene memorizzata in  $block\_inner(mtf(i), BZ_i, e, h - i * L)$ , dove  $BZ_i$  è l' $i$ -esimo blocco compresso e  $mtf(i)$  memorizza lo stato della tabella MTF all'inizio della codifica dell' $i$ -esimo blocco.



1. Idea
2. Introduzione
3. Preliminari
  - BWT and compression
  - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching
4. Costruzione
  - Compressione
  - Pattern Matching
5. Protocollo
6. Analisi



- Hanno provato a proporre un algoritmo di compressione che andava a combinare la sBWT con una variante del MTF dove la MTF table veniva inizializzata con lo stesso ordine lessicografico della sBWT, ma questo ha portato a problemi di sicurezza e quindi tale approccio è stato abbandonato.



- Hanno provato a proporre un algoritmo di compressione che andava a combinare la sBWT con una variante del MTF dove la MTF table veniva inizializzata con lo stesso ordine lessicografico della sBWT, ma questo ha portato a problemi di sicurezza e quindi tale approccio è stato abbandonato.
- Per risolvere tale problema gli autori hanno cambiato, in maniera random, la MTF table per ogni L caratteri (ovvero ogni blocco). Per ridurre la archiviazione delle chiavi per la funzione pseudo casuale, viene utilizzato come input per tale funzione il valore hash dell'ultimo blocco compresso.





- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  
 $Algo = sBWT + bMTF + RLE + PC.$



- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  $Algo = sBWT + bMTF + RLE + PC$ .
- Un utente sceglie una funzione hash  $f$  e una pseudo casuale funzione di permutazione  $Perm$  basata su chiave. Poi sceglie un numero random per la funzione di permutazione come chiave( $key$ ) privata. Quindi quando viene inserita un stringa l'utente la processa prima attraverso la sBWT e poi attraverso la bMTF.



- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  
 $Algo = s\mathbf{BWT} + b\mathbf{MTF} + \mathbf{RLE} + \mathbf{PC}$ .



## Costruzione- 3 - Compressione

- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  
 $Algo = s\mathbf{BWT} + b\mathbf{MTF} + \mathbf{RLE} + \mathbf{PC}$ .
- **sBWT**(Scrambling BWT): Sia  $T$  la stringa originale e  $T = s\mathbf{BWT}(T)$  il risultato della Scrambling BWT su  $T$



## Costruzione- 3 - Compressione

- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  $Algo = \text{sBWT} + \text{bMTF} + \text{RLE} + \text{PC}$ .
- **sBWT**(Scrambling BWT): Sia  $T$  la stringa originale e  $T = \text{sBWT}(T)$  il risultato della Scrambling BWT su  $T$ 
  - Scegliamo un numero random  $r$  e dopo calcoliamo  $\text{Perm}(key, r) \rightarrow \xi$ , dove  $\xi$  denota l'ordine lessicografico segreto.



## Costruzione- 3 - Compressione

- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  $Algo = sBWT + bMTF + RLE + PC$ .
- **sBWT**(Scrambling BWT): Sia  $T$  la stringa originale e  $T = sBWT(T)$  il risultato della Scrambling BWT su  $T$ 
  - Scegliamo un numero random  $r$  e dopo calcoliamo  $Perm(key, r) \rightarrow \xi$ , dove  $\xi$  denota l'ordine lessicografico segreto.
  - Aggiungiamo un carattere parziale  $\$ \notin \Sigma$  alla fine di  $T$  e assumiamo che  $\$$  è il più piccolo dei caratteri dell'alfabeto  $\Sigma$  nell'ordine lessicografico segreto  $\xi$ . Per semplicità chiamiamo la nuova stringa ottenuta  $T$ .



## Costruzione- 3 - Compressione

- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  $Algo = sBWT + bMTF + RLE + PC$ .
- **sBWT**(Scrambling BWT): Sia  $T$  la stringa originale e  $T = sBWT(T)$  il risultato della Scrambling BWT su  $T$ 
  - Scegliamo un numero random  $r$  e dopo calcoliamo  $Perm(key, r) \rightarrow \xi$ , dove  $\xi$  denota l'ordine lessicografico segreto.
  - Aggiungiamo un carattere parziale  $\$ \notin \Sigma$  alla fine di  $T$  e assumiamo che  $\$$  è il più piccolo dei caratteri dell'alfabeto  $\Sigma$  nell'ordine lessicografico segreto  $\xi$ . Per semplicità chiamiamo la nuova stringa ottenuta  $T$ .
  - Costruiamo una matrice  $M$  le cui righe sono degli shift ciclici di  $T$ .



## Costruzione- 3 - Compressione

- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  $Algo = sBWT + bMTF + RLE + PC$ .
- **sBWT**(Scrambling BWT): Sia  $T$  la stringa originale e  $T = sBWT(T)$  il risultato della Scrambling BWT su  $T$ 
  - Scegliamo un numero random  $r$  e dopo calcoliamo  $Perm(key, r) \rightarrow \xi$ , dove  $\xi$  denota l'ordine lessicografico segreto.
  - Aggiungiamo un carattere parziale  $\$ \notin \Sigma$  alla fine di  $T$  e assumiamo che  $\$$  è il più piccolo dei caratteri dell'alfabeto  $\Sigma$  nell'ordine lessicografico segreto  $\xi$ . Per semplicità chiamiamo la nuova stringa ottenuta  $T$ .
  - Costruiamo una matrice  $M$  le cui righe sono degli shift ciclici di  $T$ .
  - Ordiniamo le righe della matrice  $M$  utilizzando l'ordine lessicografico segreto  $\xi$  e l'ultima colonna di  $M$  è  $T$





- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  
 $\text{Algo} = \text{sBWT} + \mathbf{bMTF} + \text{RLE} + \text{PC}$



- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  $\text{Algo} = \text{sBWT} + \mathbf{bMTF} + \text{RLE} + \text{PC}$
- **bMTF**(blocky MTF): Raggruppiamo  $T$  in blocchi di  $L$  caratteri. Per ogni blocco scegliamo una permutazione dell'alfabeto prima a caso e dopo seguendo i passi della MTF per fare la codifica di qualsiasi carattere presente in ogni blocco. Qui verrà chiamata la funzione di permutazione pseudocasuale *Perm* con due parametri la chiave e un nonce. Il nonce è un vettore  $IV$  per il primo blocco ed è il valore hash dell'ultimo blocco codificato in altri casi.



- Procedimento schematizzato



- Procedimento schematizzato
  - Costruisci blocchi di  $L$  caratteri a partire dalla stringa  $T$



- Procedimento schematizzato
  - Costruisci blocchi di  $L$  caratteri a partire dalla stringa  $T$
  - Per il blocco  $i$  viene prima generata una  $MTF\_table: Perm(key, IV \text{ or } f(block_{(i-1)})) \rightarrow bMTF\_table_i$ , dove  $bMTF\_table_i$  è una permutazione di tutti i caratteri dell'alfabeto.



- Procedimento schematizzato
  - Costruisci blocchi di  $L$  caratteri a partire dalla stringa  $T$
  - Per il blocco  $i$  viene prima generata una  $MTF\_table: Perm(key, IV \text{ or } f(block_{(i-1)})) \rightarrow bMTF\_table_i$ , dove  $bMTF\_table_i$  è una permutazione di tutti i caratteri dell'alfabeto.
  - Segui gli step generali della MTF



- Procedimento schematizzato
  - Costruisci blocchi di  $L$  caratteri a partire dalla stringa  $T$
  - Per il blocco  $i$  viene prima generata una  $MTF\_table: Perm(key, IV \text{ or } f(block_{(i-1)})) \rightarrow bMTF\_table_i$ , dove  $bMTF\_table_i$  è una permutazione di tutti i caratteri dell'alfabeto.
  - Segui gli step generali della MTF



- Procedimento schematizzato





- Procedimento schematizzato
  - Costruisci blocchi di  $L$  caratteri a partire dalla stringa  $T$



- Procedimento schematizzato
  - Costruisci blocchi di  $L$  caratteri a partire dalla stringa  $T$
  - Per il blocco  $i$  viene prima generata una  $MTF\_table: Perm(key, IV \text{ or } f(block_{(i-1)})) \rightarrow bMTF\_table_i$ , dove  $bMTF\_table_i$  è una permutazione di tutti i caratteri dell'alfabeto.



- Procedimento schematizzato
  - Costruisci blocchi di  $L$  caratteri a partire dalla stringa  $T$
  - Per il blocco  $i$  viene prima generata una  
 $MTF\_table: Perm(key, IV \text{ or } f(block_{(i-1)})) \rightarrow bMTF\_table_i$ ,  
dove  $bMTF\_table_i$  è una permutazione di tutti i caratteri  
dell'alfabeto.
  - Segui gli step generali della MTF



- Procedimento schematizzato
  - Costruisci blocchi di  $L$  caratteri a partire dalla stringa  $T$
  - Per il blocco  $i$  viene prima generata una  
 $MTF\_table: Perm(key, IV \text{ or } f(block_{(i-1)})) \rightarrow bMTF\_table_i$ ,  
dove  $bMTF\_table_i$  è una permutazione di tutti i caratteri  
dell'alfabeto.
  - Segui gli step generali della MTF



- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  
 $\text{Algo} = \text{sBWT} + \text{bMTF} + \mathbf{RLE} + \mathbf{PC}$



- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  
 $\text{Algo} = \text{sBWT} + \text{bMTF} + \mathbf{RLE} + \mathbf{PC}$
- I passi **RLE** e **PC** devono semplicemente andare a codificare utilizzando meno bit possibili.



- L'algoritmo può essere visto in maniera generale come  
 $\text{Algo} = \text{sBWT} + \text{bMTF} + \mathbf{RLE} + \mathbf{PC}$
- I passi **RLE** e **PC** devono semplicemente andare a codificare utilizzando meno bit possibili.



- Utilizzando strutture dati ausiliarie si ha la perdita di informazioni riguardanti frequenza e ordine lessicografico il che è un problema per la sicurezza.





## Costruzione- 3 - Pattern Matching - 1

- Utilizzando strutture dati ausiliarie si ha la perdita di informazioni riguardanti frequenza e ordine lessicografico il che è un problema per la sicurezza.
- Per risolvere tale problema gli autori hanno pensato di cifrare tali strutture e di proporre un protocollo per eseguire il pattern matching. In maniera sintetica servono tre passi:



## Costruzione- 3 - Pattern Matching - 1

- Utilizzando strutture dati ausiliarie si ha la perdita di informazioni riguardanti frequenza e ordine lessicografico il che è un problema per la sicurezza.
- Per risolvere tale problema gli autori hanno pensato di cifrare tali strutture e di proporre un protocollo per eseguire il pattern matching. In maniera sintetica servono tre passi:
  1. Permutare la occ table al fine di nascondere le informazioni
  2. Adottare un metodi di ottenimento delle informazioni privato al fine di ottenere le entità dalla occ table al fine di ottenere un risultato conforme.



## Costruzione- 3 - Pattern Matching - 1

- Utilizzando strutture dati ausiliarie si ha la perdita di informazioni riguardanti frequenza e ordine lessicografico il che è un problema per la sicurezza.
- Per risolvere tale problema gli autori hanno pensato di cifrare tali strutture e di proporre un protocollo per eseguire il pattern matching. In maniera sintetica servono tre passi:
  1. Permutare la occ table al fine di nascondere le informazioni
  2. Adottare un metodo di ottenimento delle informazioni privato al fine di ottenere le entità dalla occ table al fine di ottenere un risultato conforme.
  3. Falsificare alcune richieste al fine di nascondere dati come *begin* e *end*



## Costruzione- 3 - Pattern Matching - 1

- Utilizzando strutture dati ausiliarie si ha la perdita di informazioni riguardanti frequenza e ordine lessicografico il che è un problema per la sicurezza.
- Per risolvere tale problema gli autori hanno pensato di cifrare tali strutture e di proporre un protocollo per eseguire il pattern matching. In maniera sintetica servono tre passi:
  1. Permutare la occ table al fine di nascondere le informazioni
  2. Adottare un metodi di ottenimento delle informazioni privato al fine di ottenere le entità dalla occ table al fine di ottenere un risultato conforme.
  3. Falsificare alcune richieste al fine di nascondere dati come *begin* e *end*



1. Idea
2. Introduzione
3. Preliminari
  - BWT and compression
  - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching
4. Costruzione
  - Compressione
  - Pattern Matching
5. Protocollo
6. Analisi



Il protocollo prevede le seguenti fasi:

(1) **Inizializzazione.** Il client genera le strutture dati  $c$  e  $occ$ .  $occ$  è generata nel seguente modo.

- *superblock*:

scegli un primo  $p_1$  leggermente più grande di  $n/L^2$ , un numero diverso da zero  $\beta_1$  e scegli un generatore  $g_1$  di  $Z_{p_1}^*$ . Il client mantiene  $g_1\beta_1$  segreti. Per *superblock*  $i$ , memorizziamo quei dati nel  $(g_1^i\beta_1)^{th} mod p_1$  (omettiamo  $mod p_1$  nella parte restante) della tabella. Per le entries vuote inseriamo alcuni numeri casuali.



Il protocollo prevede le seguenti fasi:

(1) **Inizializzazione.** Il client genera le strutture dati  $c$  e  $occ$ .  $occ$  è generata nel seguente modo.

- *block*:

scegli un primo  $p_2$  che è poco più grande di  $n/L$ , un numero diverso da zero  $\beta_2$  e scegli un generatore  $g_2$  di  $Z_{p_2}^*$ . Il client mantiene  $g_2\beta_2$  segreti. Per *block*  $i$ , memorizziamo quei dati nel  $(g_2^i\beta_2)^{th} \bmod p_2$  (omettiamo  $\bmod p_2$  nella parte restante) della tabella. Per le entries vuote inseriamo alcuni numeri casuali.



Il protocollo prevede le seguenti fasi:

(1) **Inizializzazione.** Il client genera le strutture dati  $c$  e  $occ$ .  $occ$  è generata nel seguente modo.

- *Hash\_value:*

Memorizziamo il valore hash di  $(i - 1)^{th}$  block per il blocco  $i^{th}$ . Il valore hash di  $(i - 1)^{th}$  block è memorizzato nella  $(g_2^i \beta_2)^{th}$  entry della tabella *Hash\_value*. Per le entries vuote inseriamo alcuni numeri casuali.





Il protocollo prevede le seguenti fasi:

(1) **Inizializzazione.** Il client genera le strutture dati  $c$  e  $occ$ .  $occ$  è generata nel seguente modo.

- *Block\_inner*:

La riga  $Block\_inner(mtf[i], BZ_i, e, h - L * i)$  viene spostato su  $Block\_inner(Hash\_value[g_2^i \beta_2], BZ_{g^i \beta_2}, e, \tau(key, h - L * i))$  dove  $i = \lfloor h/L \rfloor$  e  $\tau : Z_L \rightarrow Z_L$  è una funzione di permutazione casuale.



Il protocollo prevede le seguenti fasi:

(1) **Inizializzazione.** Per calcolare  $occ(e, h)$ , il client deve inviare un vettore di posizione

$p_v(h) = (g_1^{h/L^2} \beta_1, g_2^{h/L} \beta_2, \tau(key, h - [h/L] * L))$  al server.

Pertanto l'algoritmo è  $Algo = sBWT + bMTF + RLE + PC + P$  dove P è la permutazione. Dopo aver criptato i dati in  $occ$  con AHE il client li invia al server il quale mantiene  $c$ . Successivamente sceglie un numero adeguato R come round di comunicazione.



Il protocollo prevede le seguenti fasi:

(2) **Client:** invia un vettore posizione  $pos$  e legge il vettore  $V$  in accordo di  $P[i - 1]$



Il protocollo prevede le seguenti fasi:

(3) **Server:** per ogni carattere dell'alfabeto e del  $y^{th}$  vettore in  $pos$ , computa  $B_y[\zeta]$  e ritorna  $a_{y_{y \in [1,4]}}$



Il protocollo prevede le seguenti fasi:

(4) **Client:** trova l'aspettato  $a_{i1}, a_{i2} \in a_{y_{y \in [1,4]}}$  e computa

- $occ(P[i - 1], begin - 1)$
- $occ(P[i - 1], end)$
- $begin$
- $end$

Se  $begin \leq end$  e  $i \geq 2$  vai allo step 2, altrimenti invia  $pos$  al server. Se il round di comunicazione è  $R$  vai al prossimo step.



(5) **Client:** se  $end < begin$  il pattern non è stato trovato, altrimenti l'occorrenza del pattern è  $end - begin + 1$



1. Idea
2. Introduzione
3. Preliminari
  - BWT and compression
  - Strutture dati ausiliarie e backward pattern matching
4. Costruzione
  - Compressione
  - Pattern Matching
5. Protocollo
6. Analisi



- A causa della lunghezza delle stringhe, anche con differente entropia, si era notato che dopo la compressione tali stringhe erano distinguibili, nei modelli adottati in passato.





- A causa della lunghezza delle stringhe, anche con differente entropia, si era notato che dopo la compressione tali stringhe erano distinguibili, nei modelli adottati in passato.
- Gli autori hanno dimorato che due stringhe isomorfe in ogni blocco dopo il passo della sBWT il risultato finale della compressione risulta indistinguibile.



- A causa della lunghezza delle stringhe, anche con differente entropia, si era notato che dopo la compressione tali stringhe erano distinguibili, nei modelli adottati in passato.
- Gli autori hanno dimostrato che due stringhe isomorfe in ogni blocco dopo il passo della sBWT il risultato finale della compressione risulta indistinguibile.
- Inoltre hanno dimostrato anche che il *pattern matching* viene eseguito in un tempo accettabile ed è anche sicuro andando a fare particolari accorgimenti.



Grazie per l'attenzione!

