Relazione laboratorio Algoritmi e Strutture Dati

11 agosto 2020

Brugnera Matteo 137370@spes.uniud.it 137370
Rasera Giovanni 143395@spes.uniud.it 143395

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI UDINE

Indice

1 Alberi binari di ricerca semplici

1.1 Introduzione

La prima struttura dati che viene presa in considerazione è quella dei *BST*.
Per la loro rappresentazione è stata creata una classe che crea i singoli nodi, ognuno dei quali è composto da quattro attributi:

- **key:** elemento che rappresenta la chiave numerica del nodo;
- **val:** elemento che rappresenta il valore del nodo sotto forma di stringa;
- **left e right:** entrambi rappresentano i figli del nodo, rispettivamente quello sinistro e destro, e vengono inizializzati a *NILL*.

```
//Attributi
int key;
string val;
node *left;
node* right;
```

```
//Costruttore del nodo
node(int key, string val) {
        this->key = key;
        this->val = val;
        this->left = nullptr;
        this->right = nullptr;
}
```

Ogni nodo viene poi inizializzato grazie alla funzione **create** dove, una volta passati come parametri la chiave e il valore, mi crea il nodo.
Successivamente possiamo trovare delle funzione di supporto che servono a rendere la struttura più versatile e facile da utilizzare:

1. **la funzione insert:** inserisce un nuovo nodo nell'albero di ricerca passatogli come argomento, assumendo che esso non sia già contenuto al suo interno;
2. **la funzione find:** cerca all'interno dell'albero il nodo con chiave numerica k (passata come argomento) e restituisce (qualora esso esista) il valore di tipo stringa ad esso legato;
3. **la funzione clear:** rimuove ricorsivamente tutti i nodi dall'albero, che diventerà quindi vuoto, liberando così la memoria;
4. **la funzione min:** cerca il nodo con il valore minimo all'interno dell'albero;
5. **la funzione remove:** elimina il nodo cercato sistemando poi i suoi figli, qualora essi esistano;

2 Alberi binari di ricerca di tipo AVL

2.1 Introduzione

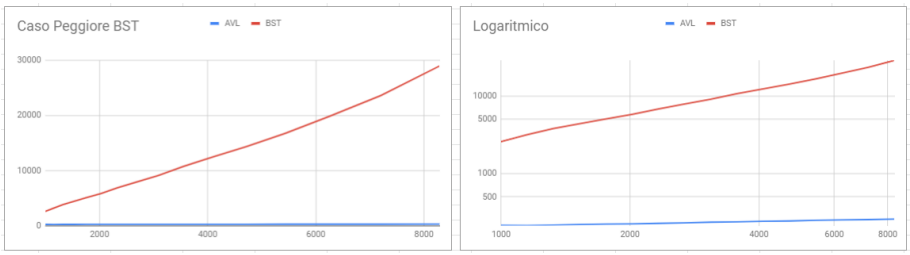
La seconda struttura dati che analizziamo è quella degli alberi creati da *Adelson-Velsky and Landis (AVL tree)*.
Oltre a soddisfare le proprietà di un albero di ricerca semplice, l'AVL ha una caratteristica in più: *per ogni nodo x all'interno dell'albero, le altezze dei sotto-alberi di sinistra e di destra differiscono al massimo di 1.*
Tale proprietà viene garantita *eseguendo opportune rotazioni sui nodi sbilanciati*, partendo dal nodo sbilanciato più profondo e procedendo risalendo l'albero lungo il cammino di accesso a quel nodo.
Per la loro rappresentazione è stata creata una classe che crea i singoli nodi, ognuno dei quali è composto da sei attributi:

- **key:** elemento che rappresenta la chiave numerica del nodo;
- **val:** elemento che rappresenta il valore del nodo sotto forma di stringa;
- **left, right e father:** rappresentano i figli del nodo, rispettivamente quello sinistro e destro, e il padre del nodo. Vengono inizializzati a *NILL*.
- **height:** rappresenta l'altezza del nodo ed è inizializzato a 1;

Possiamo trovare una serie di funzioni che servono a rendere la struttura funzionante:

1. **la funzione get height:** ritorna l'altezza dell'albero;
2. **la funzione destra e sinistra:** eseguono la rotazione dell'albero verso destra o sinistra;
3. **la funzione valore di bilanciamento:** ritorna 0 se la root è null oppure sono perfettamente bilanciati, 1 se c'è più peso a sinistra oppure -1 se c'è più peso a destra;
4. **tutte le funzioni viste precedentemente sui BST**;

Di seguito vediamo un confronto tra BST e l'AVL. Il caso peggiore nei BST lo si ha quando vengono inseriti i numeri tra 1 ed n uno dopo l'altro, andando a creare un albero sbilanciato verso di un lato, formando quindi un unico "path". L'AVL non è soggetto invece a questo problema, come dimostrato nel seguente grafico:



3 Alberi binari di ricerca di tipo Red-Black

3.1 Introduzione

L'ultima struttura dati che analizzeremo è quella dei Red-Black Tree.
Come prima cosa viene creata sia la tipologia di colore che un nodo può avere (ovvero *nero* o *rosso*), che la tipologia del nodo stesso (ovvero *root*, *left* o *right*).
Proprio come per le altre due strutture, anche qui viene creata la stessa classe

```
enum color {
    RED, BLACK, DOUBLE_BLACK
};
typedef enum color RBcolor;
string strColor(RBcolor c) {
    switch (c){
    case RBcolor::BLACK:
        return "black";
    case RBcolor::RED:
        return "red";
    case RBcolor::DOUBLE_BLACK:
        return "DOUBLE_BLACK";
    default:

        break;
    }
    return "";
}
```

per la rappresentazione del nodo, con però l'aggiunta di attributi in più come *il nodo padre* e *il colore del nodo*.
Troviamo inoltre la presenza degli stessi metodi dei BST con l'aggiunta di:

- **rotateR e rotateL:** rispettivamente ruotano a destra e sinistra l'albero grazie ad un perno passato come argomento e serve per ri-bilanciare l'albero;
- **getColor:** mi dice il colore del nodo passato come argomento;
- **uncle:** mi ritorna lo zio del nodo preso in considerazione;
- **grandfather:** mi ritorna lo zio del nodo preso in considerazione;
- **checkBST:** ritorna true qualora l'albero abbia tutti i puntatori giusti;
- **check:** ritorna true qualora l'RBT abbia tutti i puntatori giusti, colori giusti e black-height corretta;

4 Algortimo per il calcolo dei tempi

Viene eseguita una stima dei tempi medi e **ammortizzati** per l'esecuzione di **n** operazioni, sia di inserimento che di ricerca, nelle tre strutture dati viste precedentemente.
Viene scelto inizialmente un parametro **n** che corrisponde al numero di operazioni che vogliamo che vengano fatte su un albero inizialmente vuoto. Le operazioni che vengono eseguite sono:

1. **generazione in modo pseudo-casuale del valore k**;
2. **ricerca di un nodo con chiave k**;
3. **qualora esso non esista, si crea un nuovo nodo con chiave k e lo si inserisce all'interno della struttura**;
4. **gestione della memoria:** ad ogni iterazione la memoria viene cancellata grazie ai metodi *clear* presenti dentro al codice degli alberi.

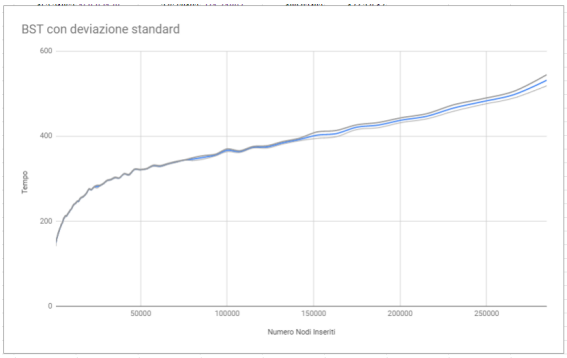
Infine abbiamo che il tempo ammortizzato di tutte le operazione eseguite è il risultato dato da il *tempo totale impiegato per l'esecuzione delle operazioni diviso il parametro n.*
Abbiamo ottenuto quindi un tempo ammortizzato che ha un errore relativo che non supera mai **l'1%**

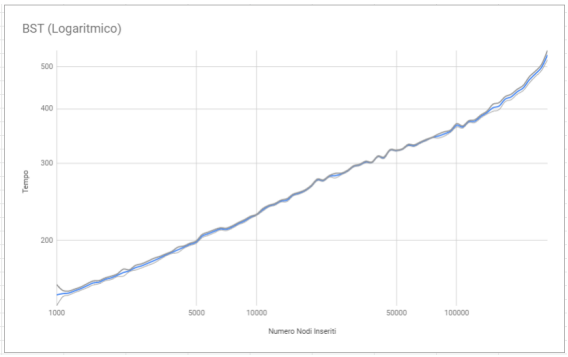
4.1 Analisi algoritmo e grafici

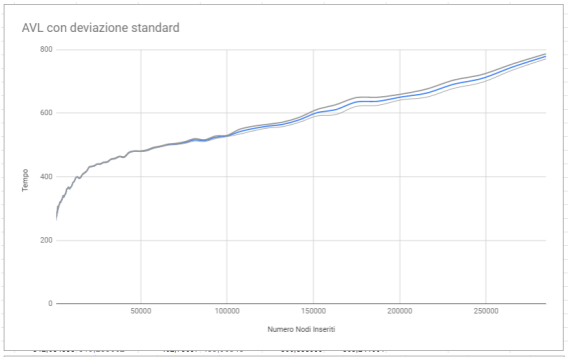
Una sezione importante del calcolo del tempo è quella di pulizia dell'albero dalla RAM, fatta per non saturare la memoria con troppi elementi.
Di seguito viene riportata un sezione di codice cruciale:

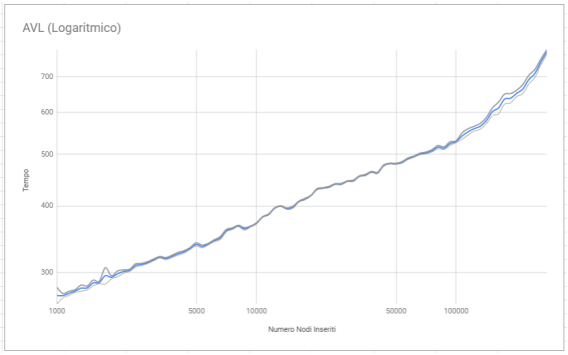
```
/*
EFFETTO: Ritorna il valore del tempo ammortizzato e la deviazione
*/
double* calcolatore(Lambda*& tree, double tMin, int numeroElementi, Prepara* vettore){
    int numeroIterazioni = 50;
    long totalTime = 0;
    vector<double> tempMem;

    for (int iter = 0; iter < numeroIterazioni; iter++) {
        //Pulizia dell'albero
        tree->clear();
        //Conto il tempo che ci metto a fare gli inserimenti
        double start = inserimento(tree, tMin, numeroElementi, vettore);
        //Somma dei tempo
        totalTime += start;
        //Salvataggio del tempo per calcolo della deviazione
        tempMem.push_back(start);
    }

    //Calcolo del tempo ammortizzato
    double tempoAmmortizzato = (double)totalTime / numeroIterazioni;
    double deviazione = calcolaDeviazione(tempMem, tempoAmmortizzato, numeroIterazioni);
    return new double[2]{tempoAmmortizzato, deviazione};
}
```

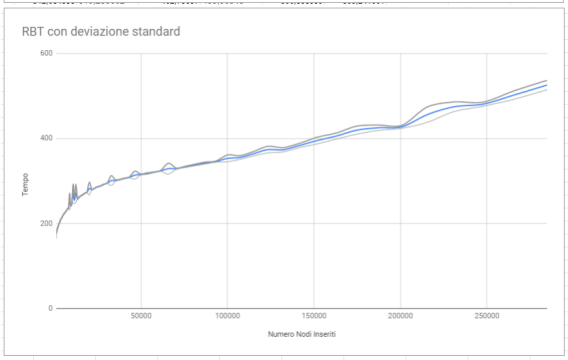
Di seguito vengono illustrati singolarmente i tempi di esecuzione delle tre strutture dati, con annessa rappresentazione della *standard deviation*, sia in scala *lineare* che in scala *logaritmica*.

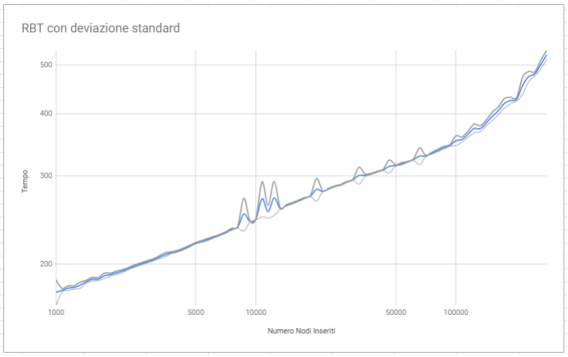












4.2 Confronto finale tra le strutture

Una volta ottenuti i grafici, possiamo fare un *confronto tra i tempi di esecuzione* ottenuti con le tre strutture dati implementate.
Si nota fin da subito come la crescita dei tempi degli alberi **AVL** sia di gran lunga **superiore** rispetto a quella degli altri 2 già a partire dai primi inserimenti.
BST e RBT invece **sono pressoché identici fino ai 400000 nodi inseriti**, punto in cui gli **RBT diventano leggermente più veloci** rispetto ai BST.
Il tutto viene reso più esplicito dai grafici analizzati in scala doppiamente logaritmica.