Fisica II

Giovanni Tosini

Indice

0.1 Introduzione

Esistono due tipi di forze in assoluto:

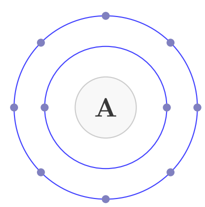
- attrattive
- repulsive

Queste forze si possono vedere anche nelle singole cariche elettriche, quelle con identica carica si respingeranno, mentre quelle con carica opposta si attrarranno.

Esistono tre modalità per caricare un oggetto:

- strofinio
- induzione
- contatto

Da notare che la carica non dipende dal meccanismo con cui viene creata, ma dai costituenti della materia.



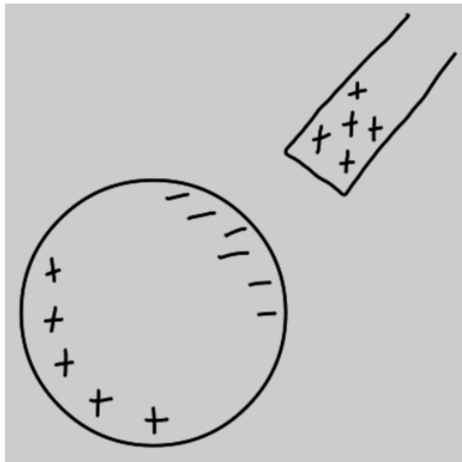
Un atomo è composto da: protoni, neutroni ed elettroni. La differenza di dimensioni tra un protone e un elettrone è di parecchi ordini di grandezza. La carica elettrica di un elettrone viene denominata "carica elementare", è tale perché si dice "quantizzata" essendo che si possono trovare solo cariche multiple di essa. Inoltre il modulo della carica di un elettrone è equivalente alla carica di un protone, sebbene siano due particelle differenti.

$$|qe^{-}| = qe^{+}$$

La materia ordinaria è neutra, di conseguenza pure l'atomo è neutro, ovvero il centro di simmetria del nucleo coincide con quello degli elettroni.

Con lo strofinio vengono strappati gli elettroni meccanicamente, nel sistema isolato d'esempio (in un sistema isolato la carica totale Q si conserva) preso in questione. La carica dipenderà dal potenziale di estrazione del materiale.

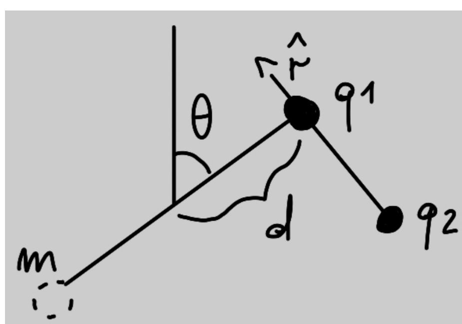
Per induzione invece, un oggetto q^{+} avvicinato a un oggetto neutro, porterà a una divisione di cariche nell'oggetto neutro causato dall'induzione elettrostatica



0.2 Elettrostatica nel vuoto (in assenza di materia dielettrica)

Quando non c'è dipendenza dal tempo il campo elettrico e il campo magnetico sono separati.

0.2.1 Interazione (forze) di Coulomb



- m oggetto di massa m, trascurabile
- θ angolo
- q_1 e q_2 sono le cariche
- d la distanza
- r il versore

La forza esercitata lungo d sarà equivalente a:

$|\vec{F}| = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$

Questo è un modello valido **esclusivamente** per cariche ferme nel vuoto. La costante k equivale a

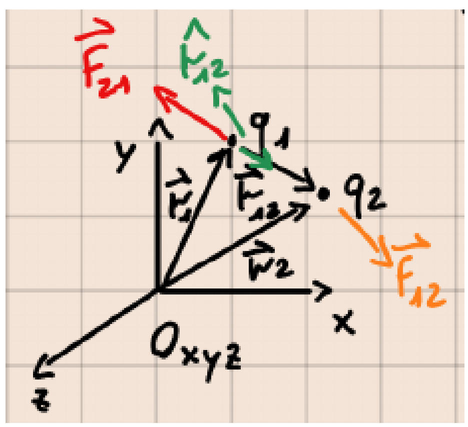
$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$

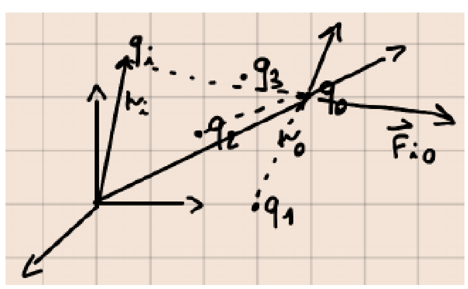
Di conseguenza la forza esercitata su q_1 sarà equivalente a

$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r_{1,2}^2}$

N.B.:

- l'unità di misura della carica equivale al Coulomb, q = [C].
- ϵ_0 è la permeabilità sul vuoto (costante dielettrica del vuoto)
- $r_{1,2} = \vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
- se $q_1 q_2$ è positivo allora avremo a che fare con una forza repulsiva, se negativo attrattiva





Una carica q_0 in uno spazio vuoto, con attorno N cariche, sarà sotto l'effetto della somma della forza di tutte:

$\sum_{i=1}^{N}\frac{q_i q_0}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}_{i0}}{r_{i0^2}}$

N.B.:

- l'unità di misura della forza è il Newton [N]
- $\hat{r_{12}} = r_2 \hat{-} r_1$

0.2.2 Campo elettrostatico

$$\vec{F_{q_0}} = q_0 \vec{E}_i(\vec{r}_0)$$

dove

- $\vec{E}$ è la sommatoria senza q_0
- $\vec{r}_0$ equivale a $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r_{i0}^2} \hat{r}_i 0$
- che a sua volta equivale a $\frac{\vec{F}_{q_i q_0}}{q_o}$
- $\vec{F}_{q_i q_0} = q_0 \vec{E}_i$
- $\vec{F}_{tot} = q_0 \sum \vec{E}_i$

  Ogni carica genera un campo.

  $$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$
  $$\vec{E}_{tot}(r) = \sum \vec{E}_i = \sum \frac{q_i \hat{r}_{i0}}{4\pi\epsilon_0 (r_i - r)^2}$$
  $$\vec{F} = q\vec{E}$$

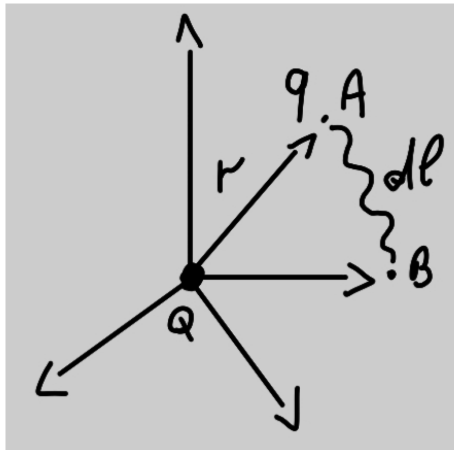
Definizione "operativa" di campo elettrico:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} [\frac{N}{C}] = [\frac{V}{m}]$$

0.2.3 Energia elettrostatica

La forza elettrostatica è conservativa? Lo è se:

- L non dipende dal percorso
- L in un percorso chiuso è nullo
- Esiste una funzione di energia potenziale U t.c. L da A-¿B è uguale a -ΔU



- Q è la particella che genera il campo elettrico
- q invece è la particella che si sposta da A a B
- $dL = \vec{F}\vec{dl}$
- $dL = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}\vec{dl}$

$\hat{r}\vec{dl}$ non è nient'altro che la proiezione di r su dl ovvero dr
Il lavoro da A a B invece equivale all'integrale

$L_{AB} = \int_A^B dL = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}\int_A^B \frac{\hat{r}\vec{dl}}{r^2} = \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} 4 = -\frac{1}{r}|_{r_A}^{r_B}$ che è uguale a $\frac{qQ}{4\pi\epsilon_0}(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B}) = -\Delta U$

$U_{caricaq} = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r} + c$

L'unità di misura dell'energia potenziale è il Joule [J]
$U_\infty = 0$ perché non ci sono cariche
$U = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 r} = -(U_\infty - U_r) = -\Delta U$

0.3 Campo potenziale elettrostatico

N.B.: le cariche sono statiche

Definizione: $\Delta_{AB}V = \frac{\Delta U_{AB}}{q}$

Il lavoro del campo, lavoro del potenziale:

$$L = -q\Delta V$$

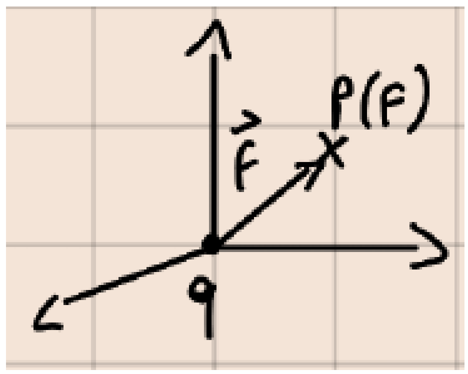
L'unità di misura del potenziale è il Volt [V]. Quindi

$$\Delta U_{energia} = -\int_A^B \vec{F}\vec{dl} \Rightarrow \Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}\vec{dl}$$

Formula per il calcolo del potenziale:

$$\begin{cases} V(r_0) = V_0 = 0 & \text{solo in alcuni casi} \\ V(r) = -\int_{r_0}^{r} \vec{E}\vec{dl} \end{cases}$$

Che cammino scelgo per calcolare E? Quello più comodo. Ogni carica genera potenziale e un proprio campo.



$$\vec{E}(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}$$

$$V(r) - V_0 = -\int_{r_0}^{r} \underbrace{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}}_{\vec{E}(r)} \overbrace{\hat{r}\vec{dl}}^{dr}$$

$$-\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\int_{r_0}^{r} \overbrace{\frac{1}{r^2}}^{=-\frac{1}{r}} dr$$

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0}[\frac{1}{r} - \frac{1}{r_0}]$$

Posso porre $V_0 = 0$ con

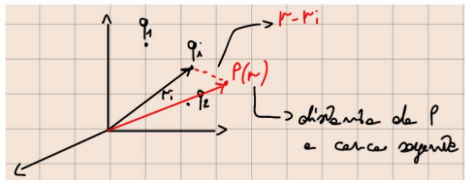
$$r_0 = \infty$$

$$V(r) - \underbrace{V_\infty}_{0} = -\int \infty r \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{q}{\pi\epsilon_0 r}$$

$$V(r)_q = \underbrace{\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}}_{formulaeffettiva} \quad [v] con V_\infty = 0$$

$V_\infty = 0$ è possibile solo se a ∞ non ci sono cariche, ciò è possibile solamente in un sistema finito.

Cosa succede con N cariche discrete?



$$\vec{E}_i(r) = \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0(r - r_i)^2} r \hat{-} r_i$$
$$E_{TOT} = \sum E_i$$

Per il principio di sovrapposizione si possono sommare i campi.

$$V_{TOT}(r) = \sum_i \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 |r - r_i|}$$

In una distribuzione continua

$$\sum \to \int$$

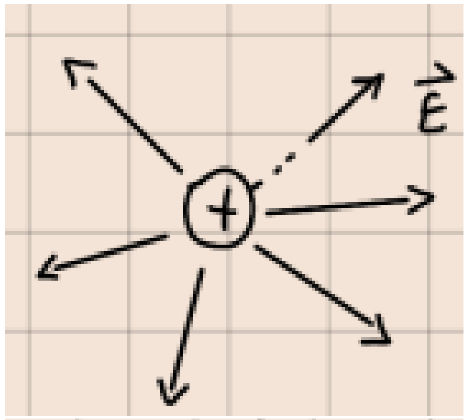
quindi:

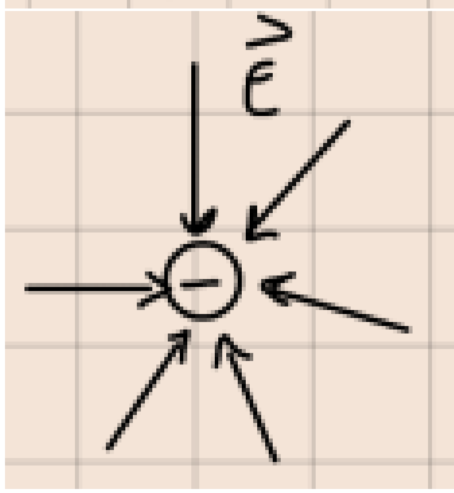
$$V(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{dq}{r - r'}$$

Che può essere calcolato sullo spazio, il volume o linearmente.

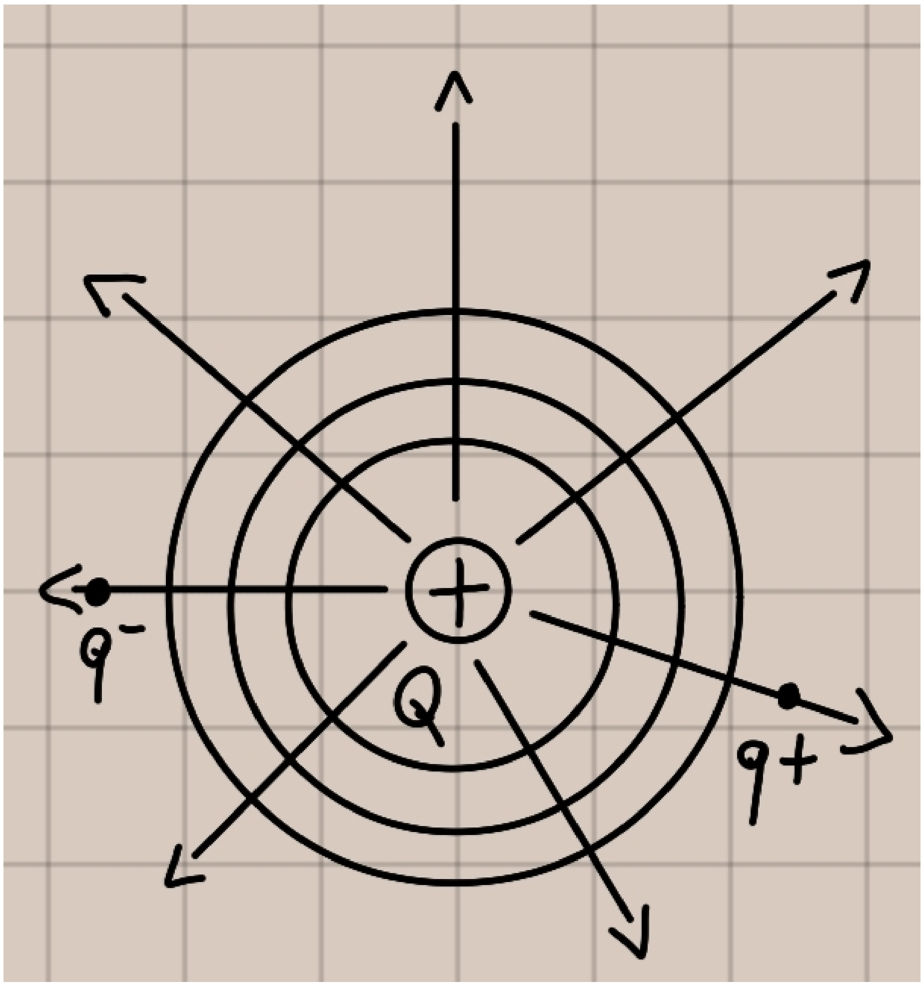
0.3.1 Linee di campo

Sono linee tangenti al campo in ogni punto, continue ed escono dalle cariche positive mentre entrano da quelle negative.


$\vec{E}$


$\vec{E}$

0.4 Superfici equipotenziali(superfici in cui V è costante)



La carica che genere il campo è circondata da sfere equipotenziali, la carica positiva si sposterebbe fino a

$$\infty$$

mentre la carica negativa verrebbe attratta fino a scontrarsi con quella che genera il campo.

$$\vec{E}(r) = \frac{\vec{F}}{q} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}$$

Si calcoli il lavoro

$$dL = -qdV$$

se

$$dV = 0$$

allora

$$dL$$

è nullo, implica che la forza generata è perpendicolare alla superficie equipotenziale.

N.B.: il lavoro è negativo quando ci si sposta nella direzione opposta alla forza

Una particella lasciata libera e non fissa nello spazio avrebbe sempre lavoro positivo perché seguirebbe la forza a cui è sottoposta senza farne resistenza.

Campo elettrostatico è conservativo, ovvero esiste una

$$V$$

t.c. il

$$L_q = -\Delta V$$

Il lavoro svolto in un percorso chiuso sarà sempre equivalente a zero, la **Prima equazione di Maxwell** afferma che:

- $$\oint_\gamma \vec{E}\vec{dl} = 0$$

Teorema di Gauss Viene usato per calcolare

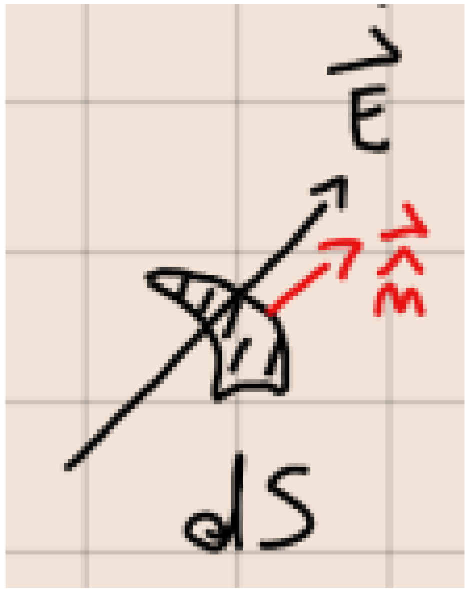
$$\vec{E}(r)$$

. Prendiamo una carica puntiforme q. Il campo è costante mantenendo fissa una certa distanza, di conseguenza moltiplicando $\vec{E}$ per la superficie della sfera si otterrà una costante.

N.B.: un angolo solido è

$$d\Omega = \frac{dS_{sferica}}{r^2} = \frac{\hat{r}\hat{n}dS}{r^2}$$

Flusso del campo $\vec{E}$



Flusso elementare $d\Phi = \vec{E}\vec{dS}$

Dove $\vec{dS} = dS\hat{n}$, il flusso attraverso una superficie equivale a

$$\Phi(E) = \int_{sup} \vec{E}\overbrace{\hat{n}dS}^{\vec{dS}}$$

che ha come unità di misura

$$[\Phi] = [E][superficie] = \frac{V}{m}m^2 = Vm$$

Avremo inoltre che il flusso sarà:

- > 0 quando il flusso sarà orientato con la normale di $\hat{n}$
- $= 0$ quando il flusso sarà perpendicolare alla normale
- < 0 quando il flusso sarà opposto alla direzione della normale

La **Seconda equazione di Maxwell** afferma che:

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_{\gamma} \vec{E}\vec{dS} = \frac{Q_{TOT}}{\epsilon_0}$$

Prendendo in considerazione una carica q all'interno di una superficie e concentrandoci solo su una parte della superficie, il flusso generato dalla carica sarà

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S} =$$
$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}\hat{r}\hat{n}dS$$
$$\text{notare che}\frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\overbrace{\hat{r}\hat{n}dS}^{d\Omega}}{r^2}$$
$$\text{di conseguenza}\frac{q}{4\pi\epsilon_0}d\Omega$$