ES. Applicazioni Teorema di Gauss

↓

serve a calcolare il campo elettrostatico $\vec{E}(\vec{r})$

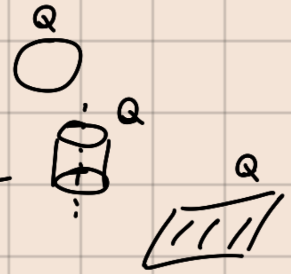
↓

si deve calcolare nello spazio, in tutto, <u>non è un numero</u>

$$\Phi(\vec{E}) = \oint_{\substack{\text{sup} \\ \text{qualunque}}} \vec{E} \cdot \overbrace{\hat{n}\, dS}^{d\vec{S}} = \frac{Q_{\text{int. TOT.}}}{\varepsilon_0}$$

3 casistiche in cui si calcola il campo elettrostatico si usa il teorema in situazione di simmetria

- simmetria sferica
- " cilindrica
- " piano carico



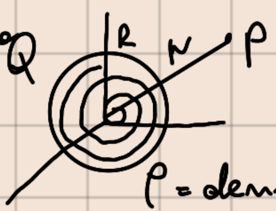
Una $\underset{\text{sorgente}}{\{Q\}} \xrightarrow{\text{genera}} \vec{E}(\vec{r})$ ovunque nello spazio

↓

ha $\begin{cases} \cdot \text{ modulo} \\ \cdot \text{ direzione} \\ \cdot \text{ verso} \end{cases}$

① SIMMETRIA SFERICA: dal centro non si può capire dove siamo e stiamo guardando (isotropia)

$\vec{E}$ anti-simmetrica sferica, RADIALE <=



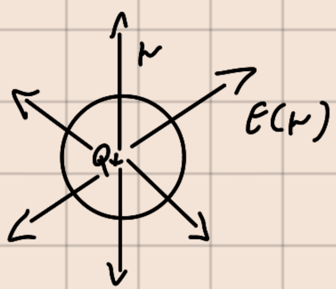
ρ = densità di carica (è costante)

(distribuzione sferica di volume)

volume sfera

$$Q = \frac{4}{3}\pi R^2 \cdot \rho$$ → si calcola sempre così

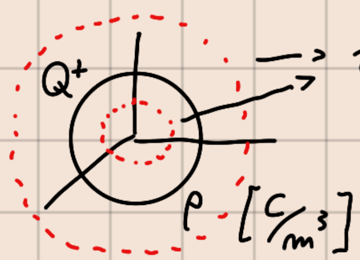
Calcoliamo il campo in un qualunque punto distante r dal centro



Se ρ^+ le linee di campo saranno uscenti

$$\oint_{\substack{\text{sup}\\ \text{SFERA}\\ (r)}} \vec{E}\, d\vec{S}$$

cerco una superficie che rende $\vec{E}$ costante per poterlo tirare fuori dall'integrale



→ sfera S(r) superficie gaussiana

R è la dimensione del sistema

$\boxed{r \neq R}$

r è la distanza da cui calcoliamo il campo ed è un punto generico

$$\oint \vec{E}\, d\vec{S} = E(r) \overbrace{\oint_{S(r)} d\vec{S}}^{4\pi r^2} = E(r)\, 4\pi r^2 =$$

non è altro che la superficie della sfera

GAUSS

$$\overset{!}{=} \frac{Q_{\text{interne a } S(r)}}{\varepsilon_0} \quad (Q(r))$$

Distinguo due regioni, esterna e interna alla sfera

non ha carica — ha carica

regione esterna alla sfera di Gauss

$r>R$ $\quad E(r)4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ → quanta esterna? Tutta perchè guardiamo da esterno

$$\boxed{E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0}} \left[\frac{V}{m}\right]$$

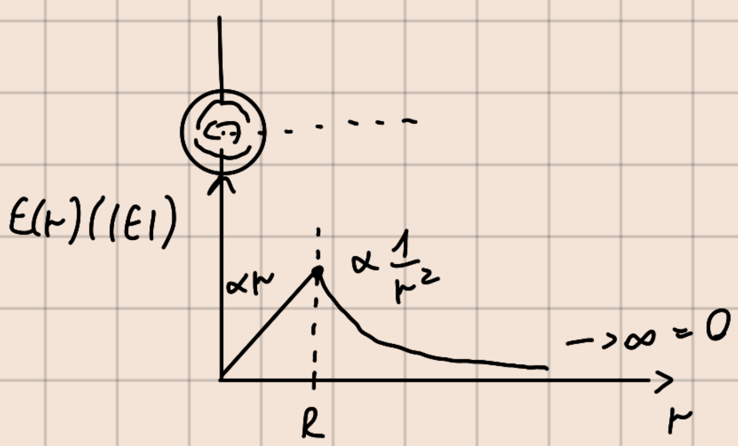
regione interna sfera interna

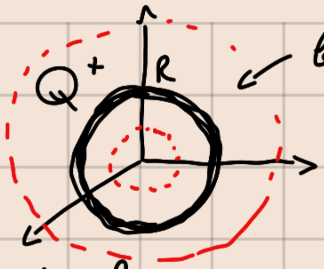
$r<R$ $\quad E(r)4\pi r^2 = \frac{Q(r)}{\varepsilon_0} = \frac{4/3\pi r^2 \rho}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r} \left[\frac{V}{m}\right]$

$r=R$ $\quad E(r=R) = \boxed{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (r=R)^2}}$

qua si ha un massimo

Impostiamo un grafico di $E(r)$





la carica è distribuita solo sulla superficie

distribuzione sferica di superficie, con densità costante di superficie σ $\left[\frac{C}{m^2}\right]$

$$Q = 4\pi r^2 \sigma \quad [C]$$

Calcolare $E(r)$ in tutto lo spazio, simmetria sferica $\Rightarrow \vec{E}(r)$ radiale

$$\oint_{sup} \vec{E}\, d\vec{S} = E(r)\, 4\pi r^2 = \frac{Q_{int.\ a\ S(r)}}{\varepsilon_0}$$

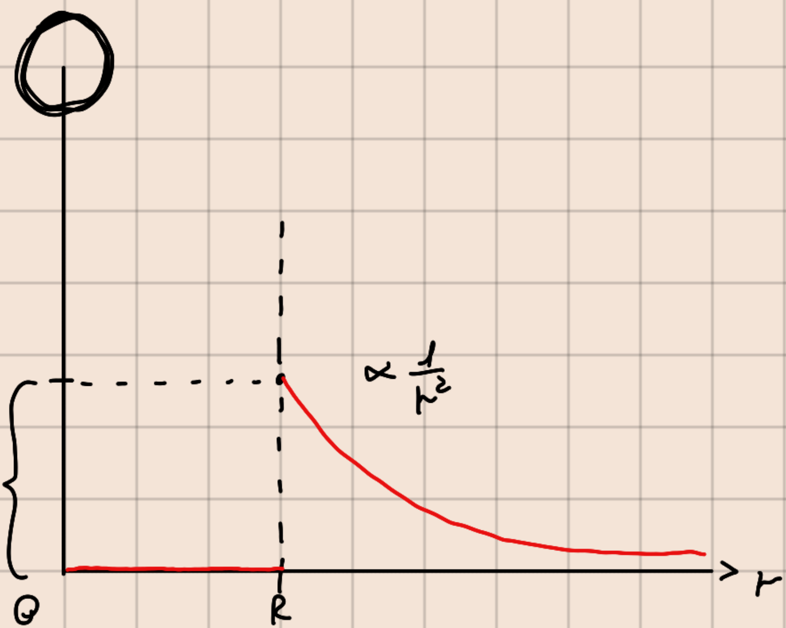
$$E(r)\,4\pi r^2 \begin{cases} r > R = \dfrac{Q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E(r) = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \left[\frac{V}{m}\right] \\ r < R = 0 \text{ perché la carica è in superficie} \Rightarrow E(r) = 0 \left[\frac{V}{m}\right] \end{cases}$$

* $r = R$

nella sup. carica il campo è discontinuo

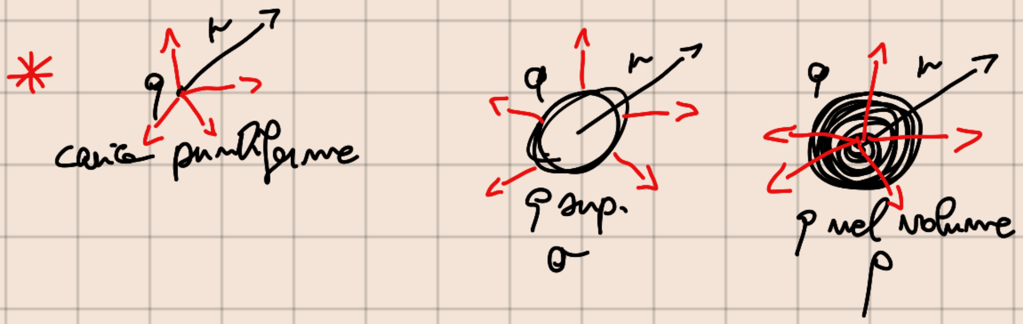
Teorema di Coulomb

$$\Delta E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$



calcolo delle discontinuità

$$* \quad E(R) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad Q = 4\pi R^2 \sigma$$



• linee di campo

dall'esterno hanno lo stesso campo

$$\vec{E}_{esterno} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$$ è quello di una carica puntiforme