

## Algoritmi e Strutture Dati

### 09/07/12

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

#### Esercizio 1 – Punti $\geq 6$ (Parte A)

Si trovino, tramite il *metodo della sostituzione*, un limite superiore ed un limite inferiore per la seguente ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} T(m) + T(n - m) + 1 & n > m \\ 1 & n \leq m \end{cases}$$

dove  $m$  è una costante intera positiva. Fare particolare attenzione ai casi base.

#### Esercizio 2 – Punti $\geq 6$ (Parte B)

Scrivere un algoritmo che, dato un vettore  $A[1 \dots n]$  contenente  $n$  interi distinti non ordinati e dato un intero positivo  $k \leq n$ , stampa i  $k$  o  $k + 1$  numeri di  $A$  che sono più vicini alla mediana (nota:  $k$  o  $k + 1$  perchè ci sono alcuni casi in cui due numeri hanno la stessa distanza dalla mediana).

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

#### Esercizio 3 – Punti $\geq 6$ (Parte B)

Mostrare un grafo pesato con almeno 5 nodi e 8 archi, tale per cui (i) esiste un unico *albero di copertura minimo* e (ii) esiste un *albero dei cammini di peso minimo* diverso dall'albero di copertura, con sorgente in uno qualsiasi dei nodi.

Mostrare (i) il grafo pesato, (ii) l'albero di copertura minimo, (iii) l'albero dei cammini minimi, evidenziando il nodo sorgente. Spiegare perchè l'albero di copertura è unico.

#### Esercizio 4 – Punti $\geq 12$ (Parte B)

Dato un insieme  $S$  contenente  $m$  stringhe dette *primitive* ed una stringa  $X[1 \dots n]$ , si vuole determinare in quanti modi diversi  $X$  è ottenibile dalla concatenazione di stringhe primitive. Ad esempio: dato l'insieme di primitive  $\{01, 10, 011, 101\}$ , per la stringa  $X = 0111010101$  la risposta è 3 ( $011 - 10 - 10 - 101$ ,  $011 - 10 - 101 - 01$  e  $011 - 101 - 01 - 01$ ) mentre per la stringa  $X = 0110001$  la risposta è 0.

Descrivere in pseudo-codice un algoritmo che conta il numero di modi diversi in cui è possibile concatenare una stringa.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Suggerimento: programmazione dinamica.

Per comodità, supponete che la lunghezza di una stringa  $s$  sia  $|s|$  e di avere a disposizione una primitiva  $\text{check}(X, s, i)$  che ritorna vero se la stringa  $s$  è contenuta nella stringa  $X$  a partire dalla posizione  $i$ . Il costo della chiamata a  $\text{check}()$  è  $O(|s|)$ , dove  $|s|$  è la lunghezza di  $s$ . Ad esempio, se  $X = 1001$  e  $s = 00$ ,  $\text{check}(X, s, 2)$  ritorna vero, per tutti gli altri indici  $i$  ritorna falso.