

## Algoritmi e Strutture Dati - 04/06/2018

**Esercizio -1** Iscrivarsi allo scritto entro la scadenza. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

**Esercizio 0** Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna su tutti i fogli consegnati. Consegnare foglio A4 e foglio protocollo di bella. In caso di inadempienza, -1 al voto finale.

### Esercizio 1 – Punti $\geq 6$ (Parte B)

Si consideri un vettore  $X$  contenente  $n$  valori interi distinti.

Dato un insieme  $S$  di indici del vettore ( $S \subseteq \{1, \dots, n\}$ ), il vettore  $\overline{X}_S$  negazione di  $X$  sugli indici  $S$  è tale per cui:

$$\overline{X}_S[i] = \begin{cases} -X[i] & i \in S \\ X[i] & i \notin S \end{cases}$$

Ad es., dato un vettore  $X = [7, 4, -2, 10, 12, 5, 3, 8]$  e un insieme  $S = \{2, 4\}$ ,  $\overline{X}_S = [7, -4, -2, -10, 12, 5, 3, 8]$ .

Un insieme di indici  $M$  di dimensione  $k$  è detto  $k$ -massimale se la somma degli elementi di  $\overline{X}_M$  è più grande o uguale della somma degli elementi di qualsiasi vettore  $\overline{X}_S$ , con  $|S| = k$ ,

$$\sum_{i=1}^n \overline{X}_M[i] \geq \sum_{i=1}^n \overline{X}_S[i], \quad \forall S \subseteq \{1, \dots, n\} : |S| = k$$

Scrivere un algoritmo che prenda in input un vettore  $X$  e un intero  $k$ , e restituisca la somma associata ad un insieme di indici  $k$ -massimale per  $X$ .

Ad esempio, dati un vettore  $X = [7, 4, -2, 10, 12, 5, 3, 8]$  e  $k = 2$ , la somma massimale è data dall'insieme  $S = \{3, 7\}$ ,  $\overline{X}_S = [7, 4, 2, 10, 12, 5, -3, 8]$ , e il valore da restituire è pari a  $7 + 4 + 2 + 10 + 12 + 5 - 3 + 8 = 45$ .

Discutere esaurientemente correttezza e complessità dell'algoritmo proposto.

### Esercizio 2 – Punti $\geq 7$ (Parte B)

Due interi si dicono *inquadrabili* se la loro somma è pari al quadrato di un intero; ad esempio, 4 e 5 sono inquadrabili, in quanto  $4 + 5 = 3^2$ .

Descrivere un algoritmo che dati due vettori  $X$  e  $Y$  contenenti un totale di  $n$  valori interi distinti, restituisca il maggior numero di coppie inquadrabili  $(x, y)$ , con  $x \in X$  e  $y \in Y$ , assumendo che ogni valore possa essere utilizzato al più una volta.

Ad esempio, se  $X = [6, 1, 15]$  e  $Y = [10, 3, 7]$ , il maggior numero di coppie inquadrabili è 2, dato da  $1 + 3 = 2^2$ ,  $15 + 10 = 5^2$ ; il fatto che siano anche presenti  $6 + 3 = 3^2$  e  $6 + 10 = 4^2$  non conta, perchè se viene usato il valore 6, è possibile ottenere una sola coppia di valori inquadrabili.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

### Esercizio 3 – Punti $\geq 8$ (Parte B)

Scrivere un algoritmo che, dati in input un vettore  $X$  contenente  $n$  interi distinti e un intero  $w$ , stampi tutti i modi in cui è possibile ottenere esattamente il valore  $w$  sommando un sottoinsieme dei valori contenuti in  $X$ .

Ad esempio, se  $X = [-1, 3, 6, 4, 5, 7, 8]$  e  $w = 13$ , l'algoritmo deve stampare, non necessariamente in questo ordine:

$5 + 8$   
 $6 + 7$   
 $3 + 6 + 4$   
 $-1 + 6 + 8$   
 $-1 + 3 + 4 + 7$   
 $-1 + 3 + 6 + 5$

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale. Non perdetevi tempo a realizzare funzioni di stampa "sofisticate", è sufficiente stampare – per ogni somma – l'elenco dei numeri che la compongono.

### Esercizio 4 – Punti $\geq 10$ (Parte B)

Siano dati un vettore  $X$  contenente  $n$  valori interi positivi distinti e due valori interi positivi  $k, w$ , con  $k \leq n$ . La *somma massimale*  $(k, w)$ -vincolata di  $X$  è il più grande valore  $v$  ottenibile come somma di non più di  $k$  valori contenuti in  $X$ , tale che  $v \leq w$ . Formalmente,

$$v = \max_{S \subseteq \{1, \dots, n\} \wedge |S| \leq k} \sum_{i \in S} X[i]$$

$$v \leq w$$

Ad esempio, se  $X = [12, 13, 11, 6, 23, 19]$ ,  $w = 27$ ,  $k = 3$ , il valore da restituire è pari a  $25 = 12 + 13$  oppure  $19 + 6$ . Non è possibile ottenere 26 o 27, nemmeno utilizzando tre valori.

Scrivere un algoritmo che dati in input  $X$ ,  $n$ ,  $k$ ,  $w$ , restituisca il valore della somma massimale  $(k, w)$ -vincolata.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.