

Algoritmi e Strutture Dati - Prima provetta
03/05/12

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

Esercizio 1 – Ricorrenza – Punti ≥ 6 (Parte A)

Trovare un limite superiore ed un limite inferiore, i più stretti possibili, per la seguente equazione di ricorrenza, utilizzando il metodo di sostituzione.

$$T(n) = \begin{cases} 2T(\lfloor n/4 \rfloor) + \sqrt{n} & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 – Tutte le strade portano a Roma – Punti $\geq 4 + 6$ (Parte A)

Un vertice v in un grafo orientato G si dice di tipo “Roma” se ogni altro vertice w in G può raggiungere v con un cammino orientato che parte da w e arriva a v .

1. Scrivere un algoritmo che dati un grafo G e un vertice v , determini se v è un vertice di tipo “Roma” in G .
2. Scrivere un algoritmo che, dato un grafo G , determini se G contiene un vertice di tipo “Roma”.

In entrambi i casi è possibile trovare un algoritmo con complessità $O(m + n)$, ma anche altre complessità verranno considerate.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Esercizio 3 – Il gioco delle coppie – Punti ≥ 8 (Parte A)

Scrivere un algoritmo che, dato un vettore A di n interi distinti (n pari), ritorna **true** se è possibile partizionare A in coppie di elementi che hanno tutte la stessa somma (intesa come la somma degli elementi della coppia), **false** altrimenti. Ad esempio:

7, 4, 5, 2, 3, 6

può essere partizionato in $7 + 2 = 4 + 5 = 3 + 6$.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale. Per questo esercizio, la dimostrazione di correttezza è importante e va scritta bene.

Esercizio 4 – Ottimizza la somma – Punti $\geq 6 + 4$ (Parte B)

Scrivere un algoritmo che dato in input un vettore V contenente n interi positivi distinti e un valore intero W ,

1. restituisca il massimo valore $X = \sum_{i=1}^n x[i]V[i]$ tale che $X \leq W$ e ogni valore $x[i]$ è un intero non negativo;
2. stampi il vettore x .

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Ad esempio, per $V[] = \{18, 3, 21, 9, 12, 24\}$ e $W = 17$, una possibile soluzione ottima è $X[] = \{0, 2, 0, 1, 0, 0\}$ da cui deriva $X = 15$.

Nota: tutti gli esercizi possono essere risolti con algoritmi lunghi fra 3 e 10 righe di pseudo-codice.