Cognome: **Nome**: **# Matricola**: **Riga**: **Col**:

Algoritmi e Strutture Dati - 26/1/16

Esercizio 0 Scrivere correttamente nome, cognome, numero di matricola, riga e colonna.

Esercizio 1 – Punti ≥ 6 (Parte A)

Trovare limiti superiori e inferiori per le seguenti equazioni di ricorrenza:

$$T(n) = \begin{cases} \frac{1}{2}(T(n-1) + T(3n/4)) + n & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

$$T(n) = \begin{cases} T(\frac{1}{2}n) + T(\frac{1}{4}n) + T(\frac{1}{6}n) + T(\frac{1}{12}n) + 1 & n > 1 \\ 1 & n \leq 1 \end{cases}$$

Esercizio 2 – Punti ≥ 6 (Parte B)

La signora Eris ha due figli che si odiano. Una mattina, i due figli scendono per fare colazione e dichiarano: d'ora in poi, per andare a scuola non passeranno per alcun segmento di strada per cui l'altro fratello è già passato o sta passando, durante la stessa mattina. Si definisce un segmento di strada come una sezione di strada limitata da due incroci, senza ulteriori incroci in mezzo. È possibile quindi modellare la mappa della città come un grafo orientato composto da incroci (nodi) e segmenti di strade che li uniscono (archi).
La signora Eris è preoccupata; teme che non sia possibile andare a scuola rispettando queste regole. Fortunatamente, sia la casa di famiglia che la scuola si trovano ad un incrocio. Data la mappa della città e la posizione di casa e scuola, descrivere un algoritmo che restituisca **true** se è possibile identificare due percorsi (di qualunque lunghezza) che permettano ad entrambi i ragazzi di arrivare a scuola, **false** altrimenti.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Esercizio 3 – Punti ≥ 8 (Parte B)

Siano dati in input tre stringhe, X, Y e Z, dove $|X| = n$, $|Y| = m$ e $|Z| = n + m$. Si dice che Z è "mescolata" a partire da X e Y se Z può essere formata intervallando caratteri di X e di Y, mantenendo tuttavia l'ordinamento dei caratteri delle stringhe originali. Scrivere un algoritmo che ritorni **true** se Z è mescolata a partire da X e Y, **false** altrimenti.

Discutere informalmente la correttezza della soluzione proposta e calcolare la complessità computazionale.

Ad esempio, "**AB**" e "CD" possono essere mescolate formando "**AB**CD", "**A**C**B**D", "**A**CD**B**", "C**AB**D", "C**A**D**B**", "CD**AB**" ma non possono formare "**BA**CD" perchè le lettere "A", "B" non compaiono nello stesso ordine della stringa originale. Attenzione ai caratteri che compaiono più di una volta: "**123**" e "345" possono essere mescolati per formare "**12**34**3**5", ma non per formare "**1**43**23**5" oppure "**123**455".

Esercizio 4 – Punti ≥ 12 (Parte B)

Ogni intero positivo n può essere scritto come somma di quadrati di interi; ad esempio, $7 = 2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$, mentre $13 = 3^2 + 2^2$. Ovviamente, esistono più modi per esprimere un numero come somma di quadrati; 13 può essere espresso anche come $2^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2$. Siamo interessati al modo che richiede il minor numero di quadrati (nel caso di 13, $3^2 + 2^2$ richiede 2 quadrati, mentre $2^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2$ richiede 4 quadrati).

- Scrivere un algoritmo che, preso in input n, restituisce il **numero** minimo di quadrati la cui somma è pari ad n.
- Scrivere un algoritmo che, dato n, stampa **tutti** i modi possibili per esprimere n come somma di quadrati; ad esempio, con $n = 13$, stamperà

$$1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$$
$$2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$$
$$2^2 + 2^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$$
$$2^2 + 2^2 + 2^2 + 1^2$$
$$3^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2$$
$$3^2 + 2^2$$

Discutere informalmente la correttezza delle soluzioni proposte e calcolare la complessità computazionale.