

Econometría Avanzada

# Primer examen parcial

## Componente Teórico

Profesor: Jorge Florez  
Profesor asistente: Mateo Cardona  
Facultad de Economía–Universidad del Rosario

**Fecha de entrega:** sábado 13 de marzo

### 1 Mínimos Cuadrados Ordinarios:

Sea  $y$  una variable generada por

$$y = x^2 + \epsilon \quad (1)$$

con  $\epsilon$  independiente de  $x$  con media 0 y varianza  $\sigma^2$ . Suponga que  $E(x) = 0$ , denote  $E(x^2) = \mu_2$ ,  $E(x^3) = \mu_3$  y suponga que  $E(x^6) < \infty$ .

El investigador, que no conoce el proceso generador de datos, estima la siguiente regresión por mínimos cuadrados ordinarios:

$$y = x\beta + \text{error} \quad (2)$$

usando una muestra aleatoria  $\{(y_i, x_i), i = 1, 2, \dots, n\}$  de  $(y, x)$ . En términos vectoriales,  $\mathbf{y}$  y  $\mathbf{x}$  contienen las  $n$  observaciones de cada variable.

1. Escriba la fórmula del estimador de MCO  $\hat{\beta}$ .
2. Calcule el valor esperado condicional  $E[\hat{\beta}|\mathbf{x}]$  como una función de las observaciones  $x_i$ .
3. Calcule la varianza condicional  $Var[\hat{\beta}|\mathbf{x}]$  como una función de las observaciones  $x_i$ .
4. Muestre que  $\hat{\beta}$  converge en probabilidad a alguna cantidad por determinar (detalle sus cálculos).  
(**Sugerencia:** Escriba la expresión de  $\hat{\beta}$  como el cociente de dos sumas y use el proceso generador de datos (1)).