

11)

```
#include <iostream>

bool NOT (bool x)
{
    if(x)
        return false;
    return true;
}

bool XOR (bool x, bool y)
{
    if(x)
    {
        if(y)
            return false;
        return true;
    }
    if(y)
        return true;
    return false;
}

bool AND(bool x, bool y)
{
    if(x)
        if(y)
            return true;
    return false;
}

bool IMPLICATION(bool x, bool y)
{
    if(x)
    {
        if(y)
            return true;
        return false;
    }
    return true;
}

bool AND2(bool x, bool y)
{
    if(x && y)
        return true;
    return false;
}

bool IMPLICATION2(bool x, bool y)
{
    if(x)
        if(!y)
            return false;
    return true;
}
```

12)

1: syntaktisch korrekt, da Klammersetzung bei zweistelligen Junktoren

2: nicht korrekt, da fehlende Klammersetzung

3: korrekt, da Klammersetzung nicht nötig und Aussage ist aussagenlogisch

4: nicht korrekt, da fehlende Klammern um boolesche Konstante

5: Korrekt, da vorhandene Klammern bei mehrstelligen Junktoren

13)

Da das System \neg und \wedge wie bereits in Übung 1 bewiesen funktional vollständig ist.

$$(A \supset B) = \neg(\neg A \vee \neg B)$$

14)

Da das System \neg und \vee wie bereits bewiesen funktional vollständig ist.

$$\neg A = A \text{ NAND } A$$

Beweis:

A	$\neg A$	AND(A,A)	NAND(A,A)
0	1	0	1
1	0	1	0

$$A \vee B = \text{NAND}(A, B)$$

Beweis:

A	B	$A \vee B$	NAND(A, A)	NAND(B, B)	NAND(NAND(A, A), NAND(B, B))
0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	1

15)

a)

Die Aussage ist richtig, da im Bereich des Unendlichen es für jede rationale Zahl auch immer eine nächst höhere natürliche Zahl gibt.

b)

orig.: $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 4 \vee x \leq 1$

neg.: $\exists x \in \mathbb{R} : x^2 < 4 \wedge x > 1$

Die Negation stimmt, beispielsweise ist 1.5^2 kleiner als 4 während 1.5 größer als 1 ist.

c)

Sei A die Menge der Aufgaben und S die Menge der Schüler. „richtig(a, s)“

bedeutet, dass die Aufgabe a von dem Schüler s vollständig richtig gemacht wurde.

1: $\neg \exists a \in A \forall s \in S : \text{richtig}(a, s)$

Negation: $\exists a \in A \forall s \in S : \text{richtig}(a, s)$

Es gab mindestens eine Aufgabe, die von allen vollständig richtig gemacht wurde.

2: $\exists a \in A \exists s \in S : \text{richtig}(a, s)$

Negation: $\forall a \in A \forall s \in S : \text{richtig}(a, s)$

Alle Aufgaben wurden von mindestens einem Schüler richtig gelöst.

16)

F1, F4, F5

17)

Sei S die Menge der Studenten, die an einer Klausur teilnehmen, und A die Menge der Aufgaben der Klausur. Zu $s \in S$ und $a \in A$ bedeute $r(s, a)$, dass der Student s bei Aufgabe a alles richtig gemacht hat.

Welche der in der Tabelle angegebenen formalen Ausdrücke entspricht den folgenden Aussagen? („!“ kennzeichnet die Negation.) Kreuzen Sie den richtigen Ausdruck an und begründen Sie Ihre Aussage.

a) Keine Aufgabe wurde von allen Studenten richtig gelöst.

b) $\exists a \in A \neg \forall s \in S : r(s, a)$

	a)	b)
$\forall a \in A \exists s \in S : r(s, a)$		
$\exists a \in A \forall s \in S : r(s, a)$		
$\forall s \in S \exists a \in A : r(s, a)$		
$\exists s \in S \forall a \in A : r(s, a)$		
$\neg \forall a \in A \forall s \in S : r(s, a)$		X
$\forall a \in A \neg \forall s \in S : r(s, a)$	X	
$\forall s \in S \neg \forall a \in A : r(s, a)$		
$\forall a \in A \forall s \in S : \neg r(s, a)$		

18)

a)

Mir fällt beim besten Willen keine Darstellung ein, wo $|A \cup B| \neq |A| + |B|$ ist..

Im Skript werden zudem beides als gleichwertig beschrieben.

b)

Pot(M) hat 4 Elemente. $\{ \emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\} \}$

c)

$\{ \emptyset, a, b \}$