GDV 2 – Theorie Übung 1

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Winter Semester 2018/19
Übungsgruppe F

Moritz Fuchs Alexander Jäger Amon Ditzinger John Kalkhoff

Aufgabe 1 Quantisierung von Positionsdaten (4 Punkte)

a) 2 Punkte

Quantiesierung für b=2. Erster Pfeil Quantisierung und zweiter Pfeil Dekomprimierung.

$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1/3\\1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-0.7\\-0.7\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}-1\\-1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}0.7\\0.7\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}-1\\1/3\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1\\1/3\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-0.7\\0.7\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}0.7\\-0.7\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1/3\\1/3\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1/3\\-1\end{pmatrix}$

Quantiesierung für b=3.

$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}4\\7\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1/7\\1\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-0.7\\-0.7\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}-5/7\\-5/7\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}0.7\\0.7\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}6\\6\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}5/7\\5/7\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}-1\\1/7\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}7\\4\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1\\1/7\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}-0.7\\0.7\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1\\6\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}-5/7\\5/7\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}0.7\\-0.7\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}6\\1\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}5/7\\-5/7\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1/7\\1/7\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix} \to \begin{pmatrix}1/7\\-1\end{pmatrix}$

b) 2 Punkte

Ein Punkt p mit einer $AABB(m, M)$ und Bildtiefe b auf den Punkt $p*$. Daraus folgt das es ein $q \in [0.2^b - 1]$ gibt, sodass $dekomprimierung(q) = p_q = p^*$. Der maximale Fehler entsteht nun wenn ein Nachbarpunkt p_{q+1} dekomprimiert wird. Der Abstand von p_q un p_{q+1} ist:

$$|p_{q+1} - p_q|_2 = |\frac{1}{2^b - 2^0}(M - m)|_2$$

p wird auf q abgebildet wird, folgt das p auf p^* abgebildet damit gilt für den maximalen Fehler:

$$Fehler_{kompression} = |p - p^*|_2 \leq |\frac{1}{2}\frac{1}{2^b - 2^0}(M - m)|_2$$

Der mittlere Fehler ist dann die Hälfte davon.

c) 1 Punkt

$$0.5 \leq \frac{1}{2}\frac{1}{2^b - 2^0} \cdot 5450$$

$$1 \leq \frac{1}{2^b - 2^0} \cdot 5450$$

$$\frac{1}{5450} \leq \frac{1}{2^b - 2^0}$$

$$5450 \geq 2^b - 1$$

$$5451 \geq 2^b$$

$$\log(5451) \geq \log(2) \cdot b$$

$$\approx 12,45 \geq b$$

Damit werden mindestens 13 Bit benötigt.

GDV 1 - Theorie Übung 1 | Gruppe F

Moritz Fuchs Alexander Jäger Amon Ditzinger John Kalkhoff

Aufgabe 2 Octahedron Normalen Kompression (5 Punkte)

a) 1

$f : S^2 \rightarrow S^1$
$f(x) = \lambda * x$
Berechnung von λ

$\lambda(|x_1| + |x_2| + |x_3|) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$
$\lambda(|x_1| + |x_2| + |x_3|) = 1$
$\lambda = \frac{1}{|x_1|+|x_2|+|x_3|}$

$f(x) = \lambda * x = \frac{x}{|x_1|+|x_2|+|x_3|}$

b) 2

$n_3 = 1 - |x_1| - |x_2|$

c) 1

$S_+ : S_+^2 \rightarrow [-1, +1]^2$
$s_+(x) = \begin{pmatrix} \frac{x_1}{|x_1|+|x_2|+|x_3|} \\ \frac{x_2}{|x_1|+|x_2|+|x_3|} \end{pmatrix}$

$S_+^{-1} : [-1, +1]^2 \rightarrow S_+^2$
$S_+^{-1}(n) = \begin{pmatrix} \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2+n_2^2+(1-|n_1|-|n_2|)}} \\ \frac{n_2}{\sqrt{n_1^2+n_2^2+(1-|n_1|-|n_2|)}} \\ \frac{1-|n_1|-|n_2|}{\sqrt{n_1^2+n_2^2+(1-|n_1|-|n_2|)}} \end{pmatrix}$

Aufgabe 3 2

$$h(x) = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} & \text{für} \quad x_1 > 0 \land x_2 > 0 \\ \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -x_1 \\ -x_2 \end{pmatrix} & \text{für} \quad x_1 < 0 \land x_2 > 0 \\ \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -x_1 \\ -x_2 \end{pmatrix} & \text{für} \quad x_1 > 0 \land x_2 < 0 \\ \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} & \text{für} \quad x_1 < 0 \land x_2 < 0 \end{cases}$$