

# GDV 2 – Theorie Übung 2



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Sommer Semester 2019  
Übungsgruppe F

---

## Aufgabe 1 Interpolation in verschiedenen Darstellungsformen (5 Punkte)

---

---

a) 1 Punkt

---

$$Va = P$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 9 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Mit Gauß:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 8 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Daraus folgt

$$a_0 = -10$$

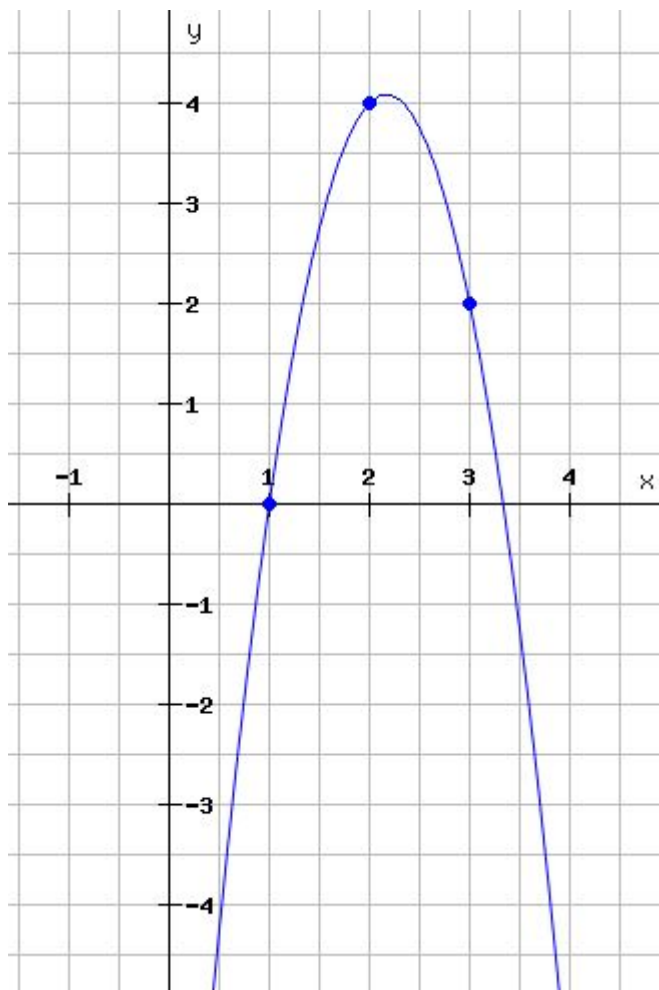
$$a_1 = 13$$

$$a_2 = -3$$

Und das Polynom  $P_M(t) = -3t^2 + 13t - 10$

Auswertung weiterer Punkte:

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
P(t)	-10	-4,25	0	2,75	4	3,75	2	-1,25	-6



b) 1 Punkt

$$l_i(t) = \prod_{j=0, j \neq i}^q \frac{t - t_j}{t_i - t_j}$$

$$l_0(t) = \frac{t-3}{1-3} * \frac{t-2}{1-2} = \frac{1}{2}t^2 - \frac{5}{2}t + 3$$

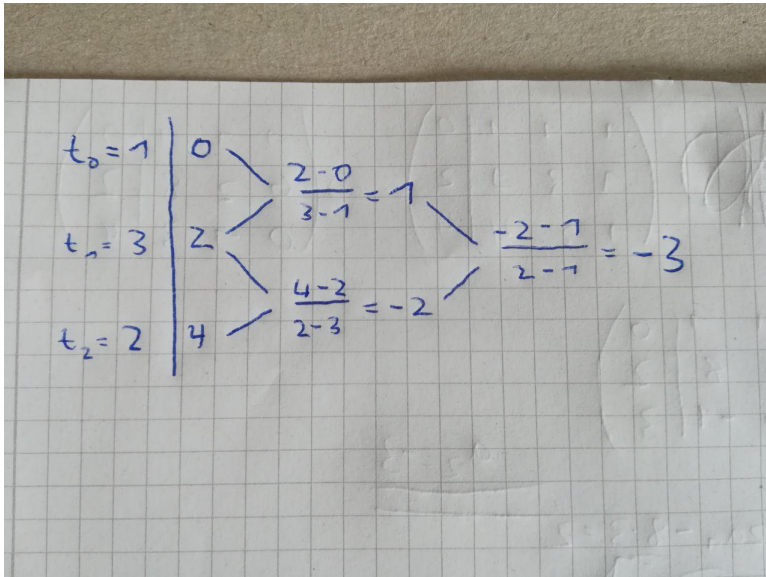
$$l_1(t) = \frac{t-1}{3-1} * \frac{t-2}{3-2} = \frac{1}{2}t^2 - \frac{3}{2}t + 1$$

$$l_2(t) = \frac{t-1}{2-1} * \frac{t-3}{2-3} = -t^2 + 4t - 3$$

$$P_L(t) = \sum_{i=0}^q l_i(t)P_i = -3t^2 + 13t - 10$$

Offensichtlich sind  $P_M(t)$  und  $P_L(t)$  identisch.

c) 1 Punkt

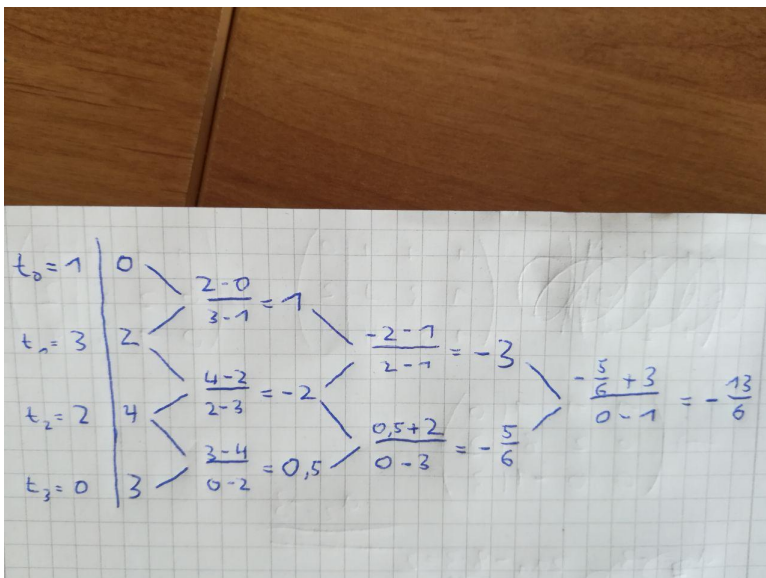


$$P_N(t) = 0 + 1(t - t_0) - 3(t - t_0)(t - t_1) = t - 1 - 3(t - 1)(t - 3) = -3t^2 + 13t - 10$$

Das Polynom  $P_N(t)$  ist identisch  $P_M(t)$  und  $P_L(t)$ .

d) 2 Punkte

Die Newton-Darstellung lässt sich am einfachsten erweitern, da man dem Dreiecksschema ohne viel Aufwand eine neue Stützstelle hinzufügen kann.



$$P_N(t) = -3t^2 + 13t - 10 - \frac{13}{6}(t - 1)(t - 3)(t - 2) = -\frac{13}{6}t^3 + 10t^2 - \frac{65}{6}t + 3$$

Aufgabe 2 Bernstein-Bézier-Darstellung (5 Punkte)

a) 2 Punkte

---

GDV 1 - Theorie Übung 2 | Gruppe F

Moritz Fuchs   Alexander Jäger   Amon Ditzinger   John Kalkhoff

---

b) 1 Punkt

---

c) 2 Punkte

---

Aufgabe 3 Approximation in Bernstein-Bézier-Darstellung (4 Punkte)

---

a) 1 Punkt

---

b) 1 Punkt

---

c) 1 Punkt

---

d) 1 Punkt

---

Aufgabe 4 B-Splines vom Grad 2 (6 Punkte)

---

a) 1 Punkt

---

b) 1 Punkt

---

c) 1 Punkt

---

d) 1 Punkt

---

e) 2 Punkte

---