

# GDV 2 – Theorie Übung 1



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Winter Semester 2018/19  
Übungsgruppe F

---

Aufgabe 1 Quantisierung von Positionsdaten (4 Punkte)

---

---

a) 2 Punkte

---

Quantisierung für  $b=2$ . Erster Pfeil Quantisierung und zweiter Pfeil Dekomprimierung.

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -0.7 \\ -0.7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 1/3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1/3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -0.7 \\ 0.7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.7 \\ -0.7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1/3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Quantisierung für  $b=3$ .

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1/7 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -0.7 \\ -0.7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -5/7 \\ -5/7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 5/7 \\ 5/7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 1/7 \end{pmatrix}$$

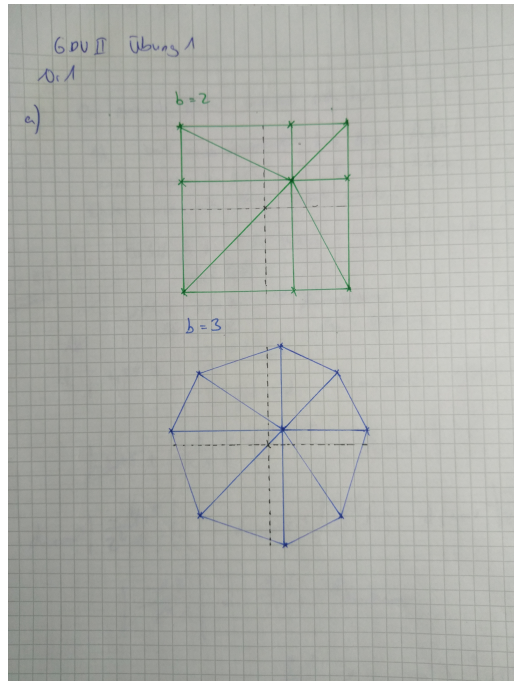
$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 1/7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -0.7 \\ 0.7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -5/7 \\ 5/7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0.7 \\ -0.7 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 5/7 \\ -5/7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1/7 \\ 1/7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1/7 \\ -1 \end{pmatrix}$$



b) 2 Punkte

Ein Punkt  $p$  mit einer  $AABB(m, M)$  und Bildtiefe  $b$  auf den Punkt  $p^*$ . Daraus folgt das es ein  $q \in [0.2^b - 1]$  gibt, sodass  $dekomprimierung(q) = p_q = p^*$ . Der maximale Fehler entsteht nun wenn ein Nachbarpunkt  $p_{q+1}$  dekomprimiert wird. Der Abstand von  $p_q$  und  $p_{q+1}$  ist:

$$|p_{q+1} - p_q|_2 = \left| \frac{1}{2^b - 2^0} (M - m) \right|_2$$

$p$  wird auf  $q$  abgebildet wird, folgt das  $p$  auf  $p^*$  abgebildet damit gilt für den maximalen Fehler:

$$Fehler_{kompression} = |p - p^*|_2 \leq \left| \frac{1}{2} \frac{1}{2^b - 2^0} (M - m) \right|_2$$

Der mittlere Fehler ist dann die Hälfte davon.

c) 1 Punkt

$$0.5 \leq \frac{1}{2} \frac{1}{2^b - 2^0} \cdot 5450$$

$$1 \leq \frac{1}{2^b - 2^0} \cdot 5450$$

$$\frac{1}{5450} \leq \frac{1}{2^b - 2^0}$$

$$5450 \geq 2^b - 1$$

$$5451 \geq 2^b$$

$$\log(5451) \geq \log(2) \cdot b$$

$$\approx 12,45 \geq b$$

Damit werden mindestens 13 Bit benötigt.

Aufgabe 2 Octahedron Normalen Kompression (5 Punkte)

a) 1

b) 2

c) 1