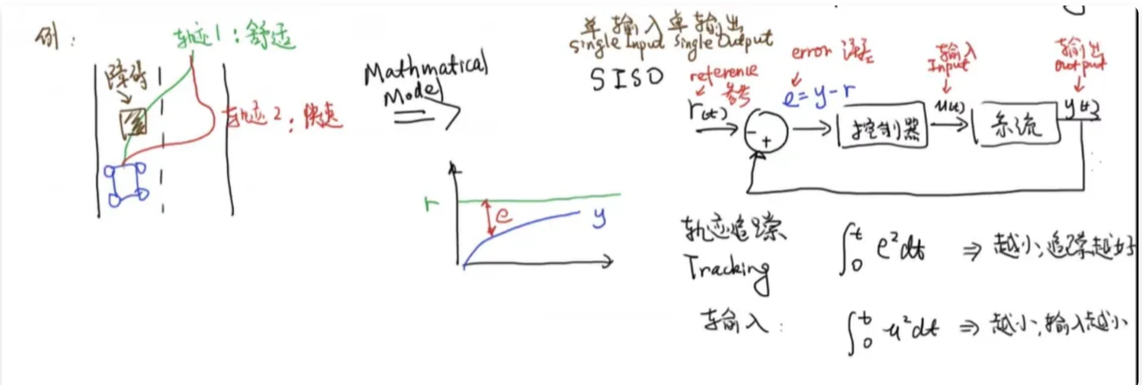
1. 最优化控制和基本概念

Single Input Single Output System



代价 / 目标函数（Cost / Object Function）：

$$J=\int_0^t qe^2\,dt+ru^2\,dt$$

前一项越小，说明误差越小，**效果越好**；后一项越小，说明控制输入量越小，系统的**能耗也越小**；

最终要确定**调节参数** q,r 的值，使得：

$$\min J$$

这里的 q,r 更像是一种权重。

Multiple Input Multiple Output (MIMO)

Multiple Input Multiple Output
MIMO
多输入多输出.

状态变量

$$\frac{dX}{dt} = AX + BU$$

$$Y = CX$$

$$\boxed{J = \int_0^\infty E^T Q E + U^T R U \, dt}$$

例：

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + B\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \qquad R = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow E = \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 - r_1 \\ y_2 - r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

参考

$$E^T Q E = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2$$

$$E^T Q E = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \underline{q_1 x_1^2 + q_2 x_2^2}$$

$$U^T R U = \underline{r_1 u_1^2 + r_2 u_2^2}$$

Q, R：调节矩阵．　q_1, q_2, r_1, r_2 权重系数．

MPC

概念：通过模型来预测系统在某一未来时间段的表现来进行优化控制。

常用离散型状态空间表达：

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}_k$$

三个步骤：

Step 1: 在 k 时刻，测量/估计当前系统状态；

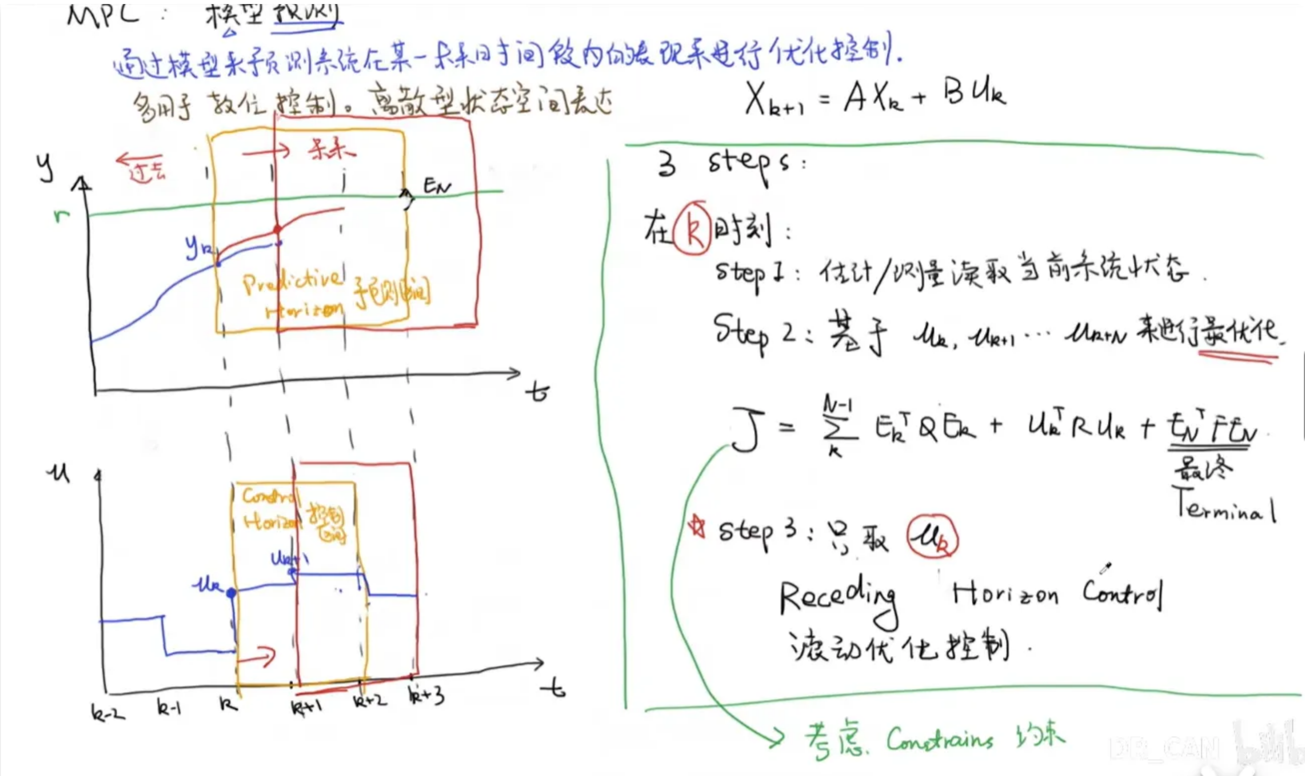
Step 2: 基于 $\boldsymbol{u}_k, \boldsymbol{u}_{k+1}, \ldots, \boldsymbol{u}_{k+N-1}$ 来进行最优化控制；

$$J = \sum_{k}^{N-1} E_k^T Q E_k + U_k^T R U_k + E_N^T F E_N$$

$E_N^T F E_N$ 表示预测区间最后时刻的代价。

Step 3: 在k时刻，只实施 $\boldsymbol{u}_k$ 。滚动优化控制（Receding Horizon Control）

从上可以看出，MPC每一步都需要求解最优化的控制，因此需要消耗大量计算资源。



为什么要引入MPC控制？最优控制中的代价函数需要计算从0时刻到正无穷时刻的积分，这是一种很贪婪的行为，需要**消耗大量算力**；同时，系统如果是一个时变系统，或者面临扰动的话，**前一时刻得到的最优并不一定是下一时刻的最优值。**