

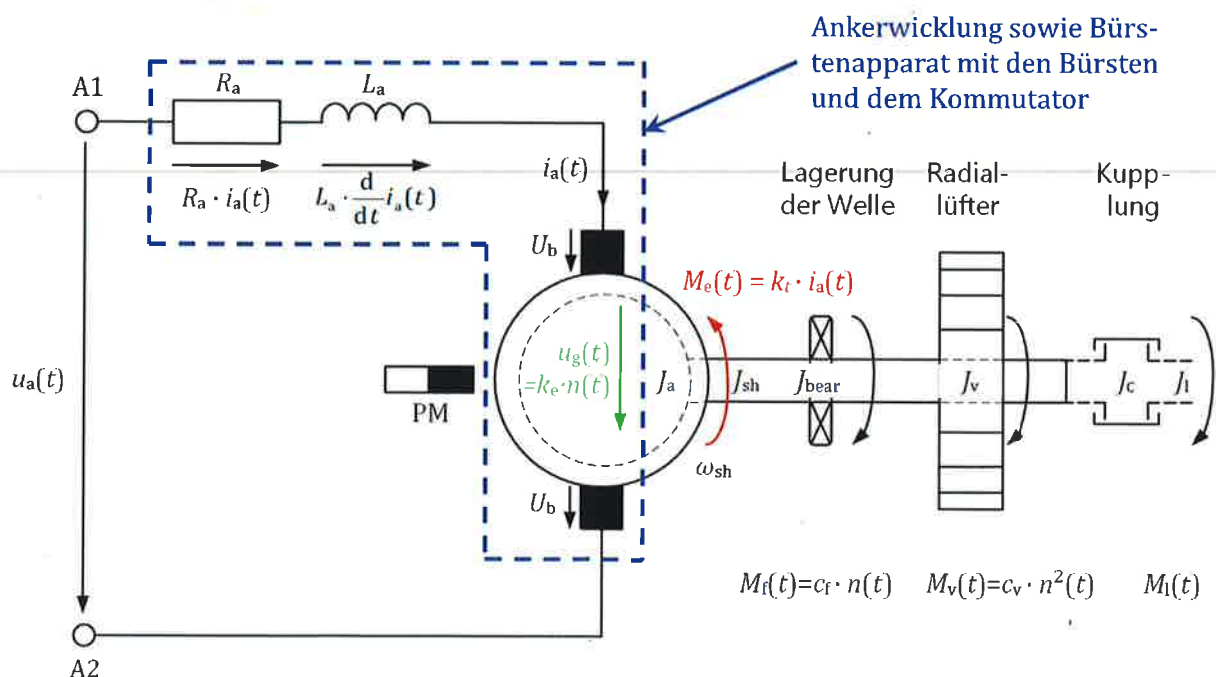
Zusammenstellung der Formelzeichen

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
$u(t)$	V	Spannung
$i(t)$	A	Strom
R	Ω	OHM'scher (Gleichstrom-)Widerstand
L	H	Induktivität
k	$V \cdot s = N \cdot m / A$	Spannungs- oder Drehmomentkonstante
$n(t)$	1/s	Drehzahl (in Hertz)!
$\omega_{sh}(t)$	rad/s	Winkelgeschwindigkeit der Welle
J	$kg \cdot m^2$	Massenträgheitsmoment
$M(t)$	$N \cdot m$	Drehmoment

Index	Bedeutung
0	Leerlauf, engl. <i>no-load</i>
a	Anker, engl. <i>armature</i>

Index	Bedeutung
b	Bürste, engl. <i>brush</i>
bear	Lager, engl. <i>bearing</i>
c	Kupplung, engl. <i>coupling</i>
e	elektrisch, hier aber: Luftspalt, engl. <i>electric</i>
f	Reibung, engl. <i>friction</i>
fw	Feldwicklung, engl. <i>field winding</i>
g	Luftspalt, engl. <i>gap</i>
l	Last, engl. <i>load</i>
rat	Bemessung- oder Nenn, engl. <i>rated</i>
sh	Welle, engl. <i>shaft</i>
su	Anlauf, engl. <i>start-up</i>
t	Anschluss, engl. <i>terminal</i>
t	Drehmoment, engl. <i>torque</i>
tot	gesamt, engl. <i>total</i>
v	Luft und Ventilation, engl. <i>ventilation</i>

Ersatzschaltbild einer bürstenbehafteten Gleichstrommaschine mit Permanentmagneten bei motorischem Betrieb



Die dynamischen Gleichungen für bürstenbehaftete Permanentmagnet-Gleichstrommaschinen

$$u_a(t) = 2U_b + R_a i_a(t) + L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + u_g(t)$$

$$u_g(t) = k_e n(t) \quad \text{Induzierte Spannung}$$

$u_g(t)$ = Ankerspannung in V, die an die Ankerklemme angelegt bzw. an diese abgegriffen werden.

$2U_b$ = Spannungsabfall an den Bürsten in V

R_a = Ohmscher Ankerwiderstand

$n(t)$ = Rotordrehzahl in $\frac{1}{s}$

L_a = Ankerinduktivität

$$J_{\text{tot}} \cdot \frac{d}{dt} \omega_{\text{sh}}(t) = \underbrace{M_e(t) - M_f(t) - M_v(t) - M_l(t)}_{=M_{\text{sh}}(t)}$$

$$M_e(t) = k_t i_a(t)$$

Luftspaltdrehmoment oder elektrisches Drehmoment in Nm

$$M_f(t) = c_f \cdot n(t) \quad \text{Summe aller Reibungsdrehmomente}$$

$$M_v(t) = \text{sgn}(n(t)) \cdot c_v \cdot n^2(t) \quad \text{Summe aller Ventilations- und Luftreibungsdrehmomente}$$

Drehmomentkonstante k_t beschreibt den Zusammenhang zwischen dem Ankerstrom $i_a(t)$ und dem von der Maschine als sogenanntes Luftspaltdrehmoment erzeugten Drehmoment $M_e(t)$.

$$k_t = \frac{k_e}{2\pi}$$

Spannungskonstante k_e beschreibt Zusammenhang zwischen induzierter Spannung $u_g(t)$ und Drehzahl $n(t)$. Bei Gleichstrommaschinen mit Permanentmagneten ist die Spannungskonstante weitgehend konstant (geringe Abweichung wegen Temperatur).
 $\hookrightarrow k_e(t) = \frac{u_g(t)}{n(t)} \quad k_e = V \cdot s$

\hookrightarrow Geringe Abweichung wegen Temperatur, sonst aber konstant



Aus den dynamischen Gleichungen können die stationären Gleichungen abgeleitet werden.

$$U_a = 2U_b + R_a I_a + U_g = 2U_b + R_a I_a + k_e n$$

Stationär: Alle Größen sind von der Zeit unabhängig \rightarrow keine Ableitung

$$M_l = \underbrace{M_e - M_f - M_v}_{=M_{\text{sh}}} = \underbrace{k_t I_a - M_f - M_v}_{=M_{\text{sh}}} = k_t \cdot I_a - c_f \cdot n - c_v \cdot n^2$$

$$= k_t \cdot \frac{U_a - 2U_b - k_e n}{R_a} - c_f \cdot n - c_v \cdot n^2$$

$$M_f = c_f \cdot n$$

$$M_v = \text{sgn}(n) \cdot c_v \cdot n^2$$

$$k_t = \frac{k_e}{2\pi}$$

Für Gleichstrommaschinen, bei denen $2U_b = 0$ ist, vereinfacht sich die Ankerspannungsgleichung noch weiter:

$$U_a = R_a I_a + U_g = R_a I_a + k_e n$$

$\hookrightarrow U_b$ entfällt, ansonsten gleich wie stationäre



1 Gleichstrommaschine

Eine Gleichstrommaschine mit Grafitbürsten und Selten-Erden-Permanentmagneten ist kundenspezifisch angepasst worden. Insbesondere ist das Gehäuse der Maschine offen an den Wellenende, denn die Maschine wird durch einen auf der Maschinenwelle befestigten Radiallüfter durchzugsbelüftet. Mit dieser Gleichstrommaschine soll eine Wasserpumpe in einem Nebenaggregat eines PKWs angetrieben werden.

Tabelle 1 enthält die (noch unvollständige) Liste der Parameter der Gleichstrommaschine. (In Anlehnung an http://www.maxonmotor.ch/medias/sys_master-/8806489096222/13_106_DE.pdf, gesehen am 9. 8. 2013).

Tabelle 1: (noch unvollständige) Parameterliste der Gleichstrommaschine → Bemessungsspannung

Formelzeichen	Name der Größe (Bezeichnung)	SI-Einheit	Wert
$U_{a \text{ rat}}$	Bemessungsspannung	V	48
$2 \cdot U_b$	Bürstenspannungsabfall	V	0,8
R_a	Ankerwiderstand	Ω	0,608
L_a	Ankerinduktivität	μH	423
k_t	Drehmomentkonstante	N·m/A	0,091534
k_e	Spannungskonstante	V/s	0,575125
I_{a0}	Ankerleerlaufstrom	A	0,381
$I_{a \text{ su}}$	Anlaufstrom	A	
C_f	Reibungskonstante		0,0
C_v	Ventilationskonstante		

$$k_e = k_t \cdot 2 \cdot \pi$$

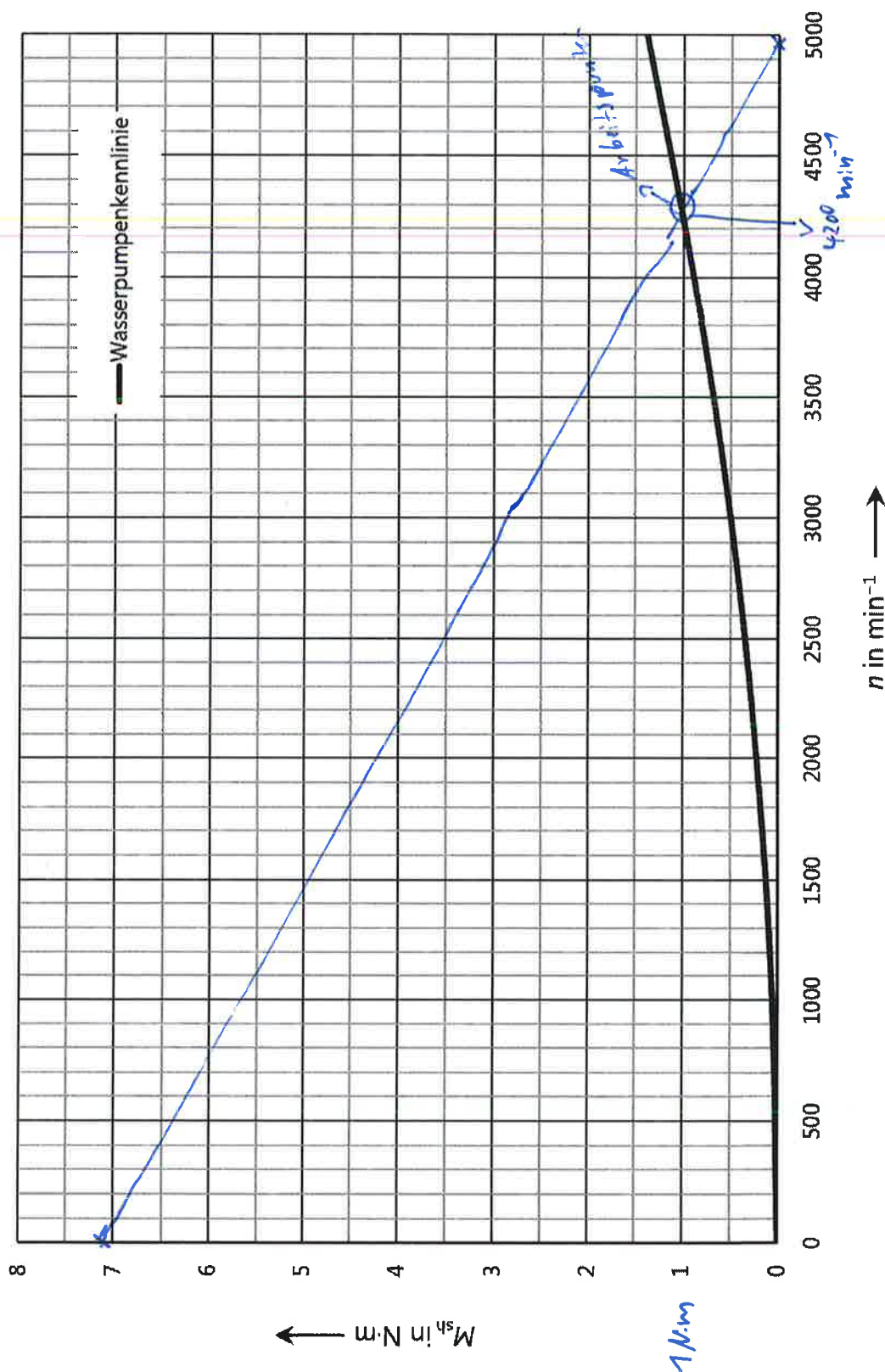


Abbildung 1: Vorbereitetes Diagramm zum Einzeichnen der n - M_{sh} -Kennlinie der Gleichstrommaschine bei $U_{a \text{ rat}}$. Bereits eingezeichnet: die n - M -Kennlinie der Wasserpumpe.

1.1 Parameter der Gleichstrommaschine

1.1.1 Vervollständigen Sie **nur die offenen, dunkelgrau hinterlegten Zellen** in der Tabelle 1 auf Seite 2. Tragen Sie nur die fehlenden Namen und Einheiten ein. (ohne Lösung, siehe Unterlagen zur Vorlesung)

1.1.2 Berechnen Sie bei Anlegen der Bemessungsspannung $U_{a \text{ rat}}$

a) den Anlaufstrom $I_{a \text{ su}}$ und

b) die Leistung, die beim Anlauf der 48-V-PKW-Batterie entnommen wird.

(Kompaktlösungen. a) $I_{a \text{ su}} \approx 77,6 \text{ A}$. b) $P_{\text{bat su}} \approx 3725 \text{ W}$.)

1.1.3 Berechnen Sie

a) das Anlaufdrehmoment $M_{\text{sh su}}$

b) die motorische Leerlaufdrehzahl n_0 in min^{-1} ,

c) den Wert der Konstante c_v .

(Kompaktlösungen. a) $M_{\text{sh su}} \approx 7,1 \text{ N}\cdot\text{m}$. b) $n_0 = 4900 \text{ min}^{-1}$. c) $c_v \approx 5,23 \text{ μN}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^2$.)

1.1.4 Zeichnen Sie die n - M_{sh} -Kennlinie dieser Gleichstrommaschine für den stationären Betrieb mit $U_{a \text{ rat}}$ in das vorbereitete Diagramm (in Abbildung 1 auf Seite 3) ein.

(ohne Lösung)

1.1.5 Bestimmen Sie den Schnittpunkt der n - M_{sh} Kennlinie der Gleichstrommaschine mit der Kennlinie der Wasserpumpe. Bestimmen Sie die Drehzahl und das Drehmoment des Schnittpunkts. Tragen Sie beide Werte des Schnittpunkts direkt in das Diagramm ein, am besten in der Nähe des Schnittpunkts. (Kompaktlösung: Schnittpunkt bei $n \approx 4200 \text{ min}^{-1}$, $M_{\text{sh}} \approx 1 \text{ N}\cdot\text{m}$.)

1.1.6 Begründen und kommentieren Sie kurz:

a) Ist der Antrieb in der Lage, selbstständig anzulaufen und somit den Schnittpunkt zu erreichen? Wenn ja, warum? Wenn nein, warum?

b) Handelt es sich bei dem Schnittpunkt um einen Arbeitspunkt? Wenn ja, warum? Wenn nein, warum?

(ohne Lösung, siehe Unterlagen zur Vorlesung)

1.1.2 a) ges: I_{asu}

$$I_{asu} = \frac{U_{asu} - 2U_b}{R_a} = \frac{49V - 0,9V}{0,609\Omega} = \underline{\underline{77,6 A}}$$

b) $P_{\text{last } su} = U_{as} \cdot I_{asu} = 49V \cdot 77,6A = \underline{\underline{3725 W}}$

1.1.3 a) Anlaufdrehmoment M_{hsu}

$$M_{hsu} = k_t \cdot I_{asu} = 0,091534 \frac{N \cdot m}{A} \cdot 77,6 A = \underline{\underline{7,1 N \cdot m}}$$

b) Leerlaufdrehzahl n_0 in min^{-1}

$$U_{a0} = 2U_b + R_a \cdot I_{a0} + k_e \cdot n_0 \Rightarrow \text{nach } n_0 \text{ Umstellen}$$

$$n_0 = \frac{U_{a0} - R_a \cdot I_{a0} - 2U_b}{k_e} = \frac{49V - 0,609\Omega \cdot 0,391A - 0,8V}{0,575125 V \cdot s} = 81,7 s^{-1}$$

$$81,7 s^{-1} \cdot 60 \Rightarrow n_0 = \underline{\underline{4900 \text{ min}^{-1}}}$$

c) Konstante c_v

$$(mech): k_t \cdot I_{a0} = \cancel{c_f \cdot n_0} + c_v \cdot n_0^2 \rightarrow \text{Fällt raus, siehe Datenblatt}$$

$$c_v = \frac{k_t \cdot I_{a0}}{n_0^2} = \frac{0,091534 \frac{N \cdot m}{A} \cdot 0,391A}{(81,7)^2 \cdot s^{-1}} = 5,23 \mu N \cdot m \cdot s^2$$

1.4 siehe Diagramm

1.5 siehe Diagramm

1.6 a) Ja, weil Anlaufmoment höher ist als Lastmoment

b) Ja, da stabiler Arbeitspunkt

wenn ^{nach rechts} Antriebsmoment $<$ Lastmoment, dann geht es wieder zurück.

Reihenschlussmotor

$$U_a(t) = 2 U_b(t) + R_a \cdot i_a(t) + L_a \frac{d i_a(t)}{dt} + k_t (i_{fw}(t)) \omega_{sh}(t)$$

$$U_{fw}(t) = R_{fw} \cdot i_{fw}(t) + L_{fw} \frac{d i_{fw}(t)}{dt}$$

$$k_t \cdot i_a(t) = J_{\text{tot}} \cdot \frac{d \omega_{sh}(t)}{dt} + M_f M_v M_l$$

$$M_f \left(\frac{1}{2} \right) \omega_{sh}(t)$$

$$M_v = \text{sgn}(\omega_{sh}(t)) \cdot c_v \omega_{sh}^2(t)$$

$$U_a = 24 \text{ V}$$

→ 0,609
↗ 423 μH
↘ 0,091534

↪ Ankerwiderstand, Ankerinduktivität, Drehmomentkonstante

↪ Feldwicklungspp, Feldwicklungsinduktivität, Feldwicklungswiderstand

↪ Massenträgheitsmoment gesamt

$$\rightarrow \text{Reibungskonstante} = 0,0001$$

$$\rightarrow \text{Ventilationskonstante} = 0,00001$$

→ Bürstenlose Permanentmagnet GM

Mit Permanentmagnet

$$U_a = 2U_b + R_a \cdot I_a + k_e \cdot n$$

$$R_a \cdot I_a = U_a - 2U_b - k_e \cdot n \quad | : R_a$$

$$I_a = \frac{U_a - 2U_b - k_e \cdot n}{R_a} = \frac{49V - 20,8 - 11,37 \cdot 43}{0,609} = 0,575125$$

$$\underline{I_a = 65,5565 A}$$

→ Frage: 1) Erpyharig?

2) Drehrichtung des Motors variabel

Zusammenfassung Formeln

Stationäre Gleichung der BPMGM

$$(el): U_a = Z U_b + R_a \cdot I_a + k_e \cdot n$$

$$(mec) \quad \underbrace{k_t \cdot I_a}_{M_e} = \underbrace{c_f \cdot n}_{M_f} + \underbrace{c_v \cdot n^2}_{M_v} + \underbrace{M_L}_{M_L}$$

$$k_e = k_t \cdot Z \pi$$

$$[k_t] = \frac{N \cdot m}{A} \quad [k_e] = V \cdot s$$

↳ Sind von der Zeit unabhängig

Ideale Gleichstrommaschine $\hat{=} \eta = 1 = 100\% \rightarrow$ keine Verluste

$$\rightarrow Z U_b = 0; R_a = 0; c_f = c_v = 0$$

$$(el) \quad U_a = k_e \cdot n$$

$$(mec) \quad k_t \cdot I_a = M_L$$

$M_e = k_t \cdot I_a$	$k_e = \frac{U_g}{n}$
$M_f = c_f \cdot n$	$\omega_{sh} = 2\pi \cdot n$
$M_{sh} = M_e - M_f - M_v$	$M_v = c_v \cdot n^2$

↳ Ankerspannung bestimmt die Drehzahl

Ankerstrom das Drehmoment

c_f = Reibungskonstante
↳ N.m.s

c_v = Ventilationskonstante N.m.s²

k_e = Spannungskonstante

k_t = Drehmomentkonstante

Anlauf $\hat{=} n = \omega_{sh} = 0$

$$(el) \quad U_{asv} = Z U_b + R_a \cdot I_{asv}$$

$$(mec) \quad k_t \cdot I_{asv} = M_L$$

Anlaufdrehmoment: $M_{shsv} = I_{asv} \cdot k_t$

Leertrommel

Leertrommel $\hat{=} M_L = 0$

$$(el) \quad U_{a0} = Z U_b + R_a \cdot I_a + k_e \cdot n_0$$

$$(mec) \quad k_t \cdot I_{a0} = c_f \cdot n_0 + c_v \cdot n_0^2$$

Drehzahl in s⁻¹ rechnen aber in min⁻¹ schreiben

Leistungen der BPMGM

$$(el) \quad \underbrace{U_a \cdot I_a}_{P_{el}} = \underbrace{Z U_b \cdot I_a}_{P_b} + \underbrace{R_a \cdot I_a^2}_{P_{oi}} + \underbrace{k_e \cdot n \cdot I_a}_{P_g}$$

$$(mec) \quad \underbrace{k_t \cdot I_a \cdot 2\pi \cdot n}_{P_g} = \underbrace{c_f \cdot 2\pi \cdot n^2}_{P_f} + \underbrace{c_v \cdot n^3}_{P_v} + \underbrace{M_L \cdot 2\pi \cdot n}_{P_{sh}}$$

Mechanische Leistung \rightarrow Linear: $P_{lin} = F \cdot v$
 \rightarrow rotierend: $P_{rot} = M \cdot \omega$

Wirkungsgrad:

$$\eta_{mot} = \frac{P_{sh}}{P_{el}}$$

$$\eta_{gen} = \frac{P_{el}}{P_{sh}}$$

$$P = U \cdot I$$

Motorisch und generatorisch?

Ankerwiderstand
wenn Drehmoment
abgelesen

Kürzel:

$2U_b$ = Spannungsabfall

R_a = Ankerwiderstand

U_{rat} = Bemessungsspannung

I_{a0} = Ankerleerlaufstrom

$M_{sh\text{ su}}$ = Anlaufdrehmoment

$P_{sh\text{ rat}}$ = Bemessungs-Wellen-Abgabeleistung

n_0 = Drehzahl min^{-1}

k_e = Spannungskonstante

c_f = Reibungskonstante

I_{asv} = Ankeranlaufstrom

L_a = Ankerinduktivität

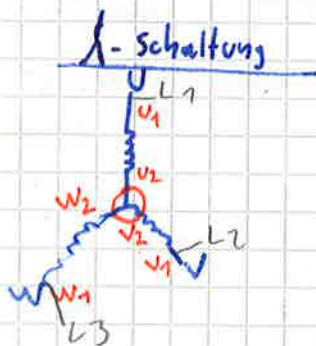
k_t = Drehmomentkonstante

c_v = Ventilationskonstante

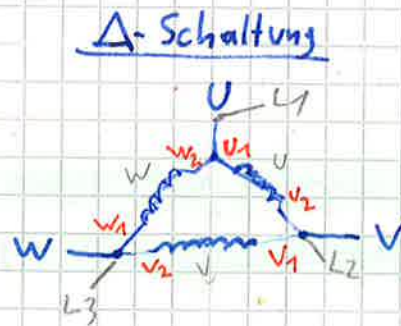
$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

Asynchronmaschine

$$\omega = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$



$$U_{\text{strang ASM}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot U_{\text{ph-ph}}$$



$$U_{\text{strang ASM}} = U_{\text{ph-ph}}$$

Von Stern auf Stern zu kommen

stern verbraucht weniger
Anlaufstrom

$$P_{el} = \sqrt{3} \cdot U_{\text{ph-ph}} \cdot I_{\text{ph}} \cdot \cos \varphi$$

$$\rightarrow \sqrt{3} \cdot 270\text{V} \cdot 0,95\text{A} \cdot 0,67 = 299\text{W}$$

Auf Typenschild: Mechanische Wellenabgabeleistung : 0,21kW

$$\eta = \frac{0,21\text{kW}}{0,299\text{kW}} = 0,705 = 70,5\%$$

$\cos \varphi = \text{PF (power factor)}$

$U_{\text{ph-ph}}$ = Effektivwert der Phase zu Phase
Spannung \checkmark

Drehmoment im Bemessungspunkt: (auch Nennpunkt genannt); Wellenabgabendrehmoment:

$$M = \frac{210\text{W}}{2\pi \cdot \frac{3385}{60}}$$

η = Werte sind deutlich schlechter als die des
Typenschildes Grund: Spannung bestimmt die
bestehende Aufnahmeleistung: