Python

Algorytmy i struktury danych

Algorytmy – ćwiczenia

Algorytmy

- **Algorytm – przepis na rozwiązanie problemu obliczeniowego.**
- Różnica między algorytmem a wzorcem projektowym polega na tym, że ten drugi rozwiązuje problem architektury oprogramowania, podczas gdy algorytm skupia się na obliczeniach.
- **Algorytm – ciąg operacji przeprowadzony na różnych strukturach danych zmierzający do rozwiązania problemu programistycznego.**

Algorytmy – sposób postępowania

1. **Sformułowanie zadania** – ustalamy jaki problem ma rozwiązywać algorytm.
2. **Dane wejściowe** – czego oczekujemy, co powinniśmy dostać na wejściu, jaki typ, wartości, ograniczenia.
3. **Określenie wyniku** – co powinien zwrócić algorytm (napis? listę? funkcję?)
4. **Ustalenie metody wykonania zadania** – tutaj może się pojawić kilka sposobów na rozwiązanie jednego problemu (to my ustalamy, który jest dla nas najodpowiedniejszy).
5. **Zapisanie algorytmu za pomocą wybranej metody.**
6. **Analiza i testowanie zaproponowanego algorytmu i jego działania.**
7. **Ocena skuteczności algorytmu** – efektywność, prostota, łatwość implementacji; niech świat się dowie i nas osądzi ☺

Algorytmy

Różne sposoby prezentacji algorytmów:

- Słowny
- Schemat blokowy
- Pseudokod
- Kod

1. Wlej wodę do garnka
2. Włóż do garnka x jajek
3. Zagotuj wodę
4. Gotuj jajka 8 minut
5. Wylej wodę z garnka
6. Schłódź jajka zimną wodą


```
In [20]: def add(a, b):
    ...:     return a + b
    ...:
```

jeżeli numer karty kredytowej jest ważny **to**
    wykonanie transakcji w oparciu o numer karty i zamówienie
w przeciwnym razie
    wyświetlenie wiadomości o niepowodzeniu
koniec warunku

Sposoby opisywania algorytmów

Zaproponuj słowny opis algorytmu dodawania do siebie trzech liczb.

Czy było to trudne? Długie? Żmudne?

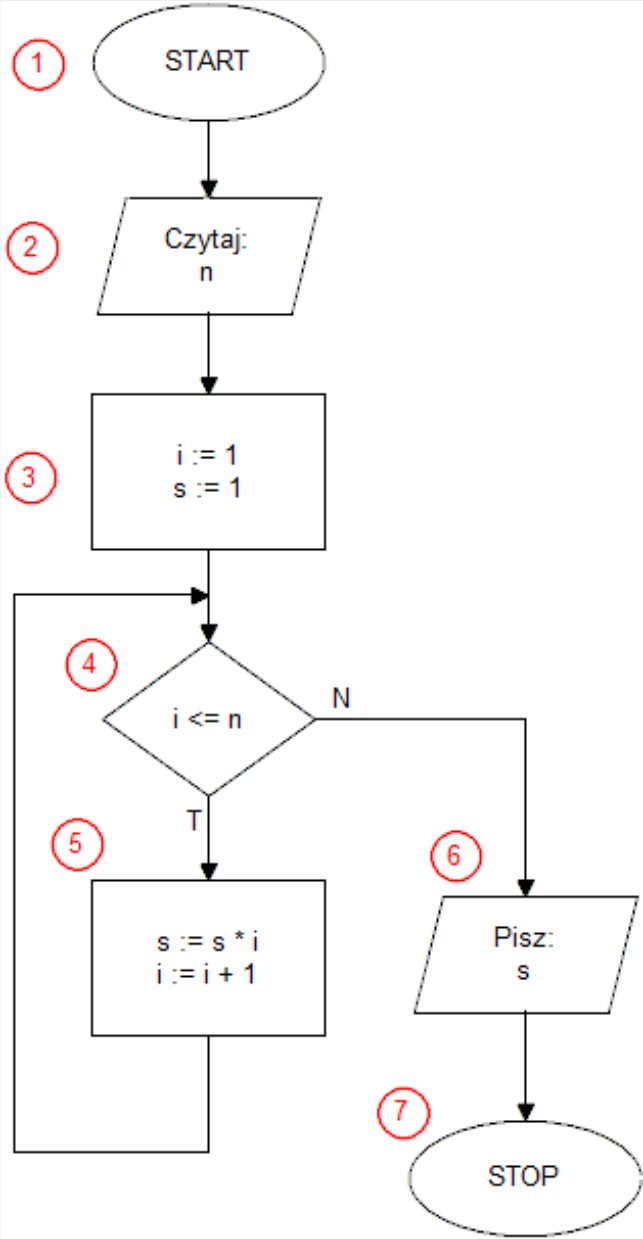
A co w przypadku słownego opisania algorytmu obliczania liczby pi? NWD? Zamiany liczby dziesiętnej na binarną?

Schematy blokowe

Schematy blokowe

Schemat blokowy to graficzny zapis algorytmu na porzeby rozwiązania konkretnego zadania. Na jego podstawie ustalamy/odczytujemy kolejność wykonywanych instrukcji i przepływ algorytmu.

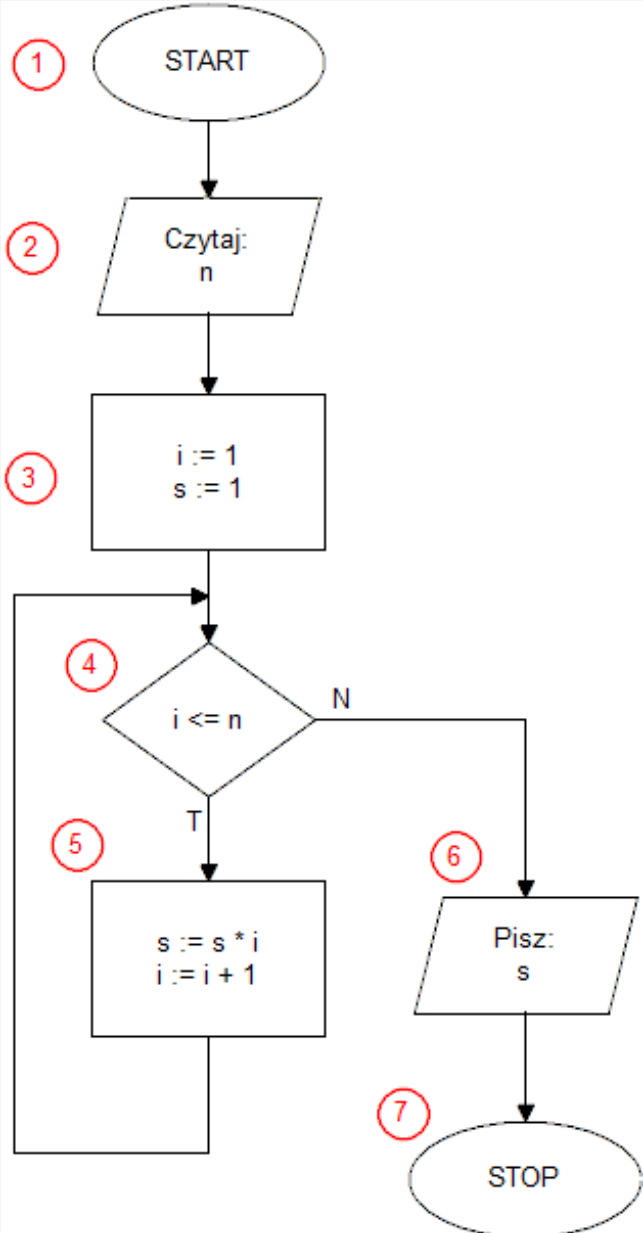
- proste w użyciu – reprezentują kolejne czynności w algorytmie,
- prosta budowa – mała ilość elementów (bloków),
- można je tworzyć z wykorzystaniem zapisu składniowego dowolnie wybranego języka (różne operatory, np. := vs =),
- przydatne w przypadku tworzenia zaawansowanych algorytmów,
- na ich podstawie dużo prościej o napisanie kodu danego algorytmu



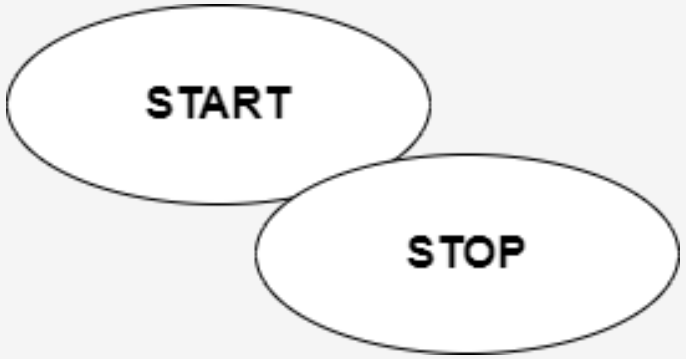
Schematy blokowe

Wyróżniamy kilka rodzajów schematów (związane jest to bezpośrednio z użytymi blokami/stopniem zaawansowania schematu):

- **Proste (sekwencyjne)** - nie używa się w nich bloków warunkowych. W takiej sieci działań kolejność realizacji poszczególnych operacji jest ściśle określona i żadna z nich nie może być pominięta ani powtórzona.
- **Z rozwidleniem** - zawiera w sobie wybór jednej z kilku możliwych dróg realizacji danego zadania. Istnieje w nim przynajmniej jeden blok warunkowy.
- **Z pętlą** - często w trakcie realizacji danego zadania konieczne jest powtórzenie niektórych operacji różniących się jedynie zestawem danych. Pętla obejmuje tę część bloków, która ma być powtarzana.
- **Złożone** - będące kombinacją powyższych sieci.



Bloki graniczne



Są to bloki w kształcie owalu, od których rozpoczyna się i na któych kończy reprezentację blokową algorytmu. Z bloku START (zazwyczaj tak nazywanego) wychodzi tylko i wyłącznie jedna strzałka w dół, nie wchodzi za to żadna. Do bloku STOP (KONIEC itd.) wchodzi jedna strzałka, natomiast nie wychodzi już żadna – w momencie kiedy algorytm dotrze do tego bloku, kończy się jego wykonywanie.

Funkcja: oznaczenie początku i końca algorytmu

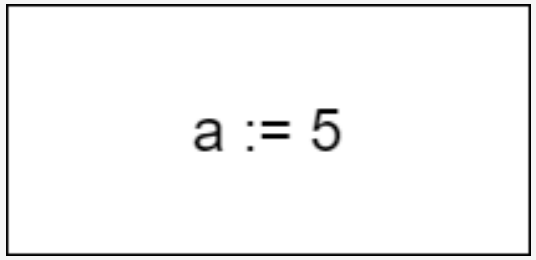
Schematy blokowe - symbole

Strzałka/łącznik

Strzałka (łącznik) wskazuje jednoznacznie kierunek przepływu instrukcji – nigdy nie powinna się rozwidlać, algorytm powinien jasno przechodzić z jednego bloku do drugiego. Należy jednak pamiętać, że możliwy jest powrót za pomocą strzałki z bloku poniżej do bloku wyżej (mamy wtedy do czynienia z zapętleniem instrukcji).

Funkcja: wskazuje kolejność wykonywania się instrukcji w algorytmie

Skrzynka operacyjna



Skrzynka operacyjna jest reprezentowana przez prostokąt. W jej wnętrzu znajdują się wszystkie operacje/instrukcje wykonywane podczas działania algorytmu (za wyjątkiem instrukcji warunkowej). W tym bloku można zdefiniować zmienną, zmienić jej wartość, napisać słownie jakąś prostą komendę (np „dopisz literę na koniec aktualnego stringa”).

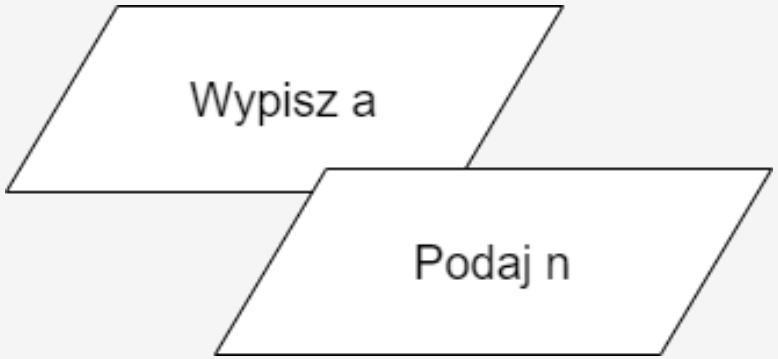
Funkcja: przechowywanie instrukcji, któe powinny się w danym kroku algorytmu wykonać

Schematy blokowe - symbole

- **=**, == to operatory porównania logicznego
- **:=**, =, <- to operatory przypisania wartości
- !=, **<>** to operatory nierówności dwóch wartości

Najczęściej stosuje się te pogrubione, jednakże spotkać można i schematy z innymi znakami (mogącymi zresztą być zależnymi od wybranego języka programowania) – warto więc być świadomym ich istnienia.

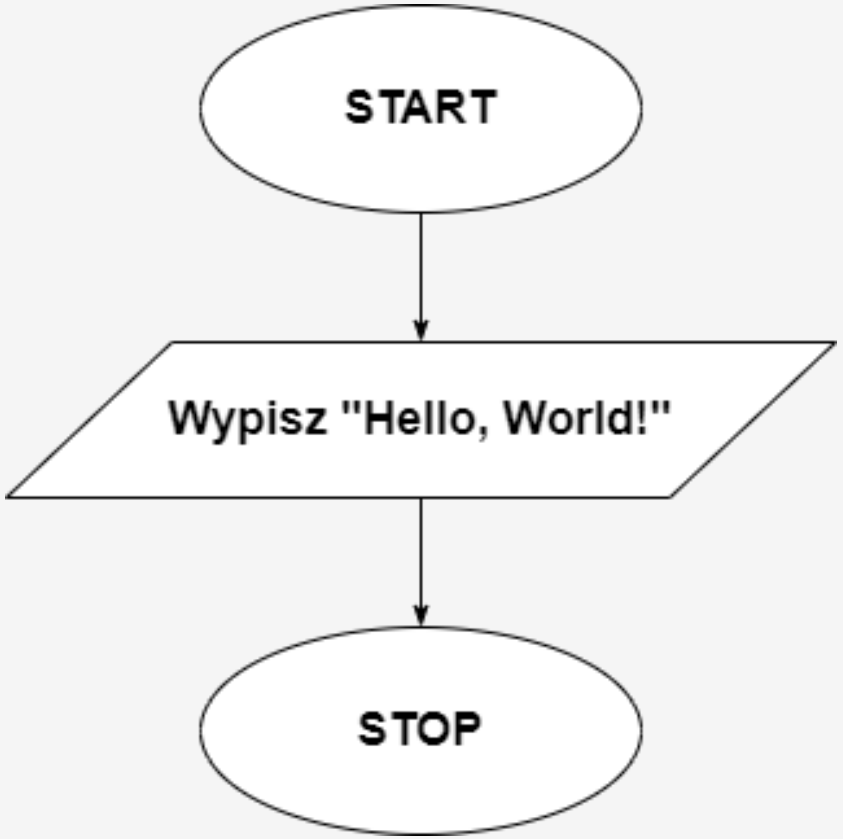
Skrzynka wejścia/wyjścia



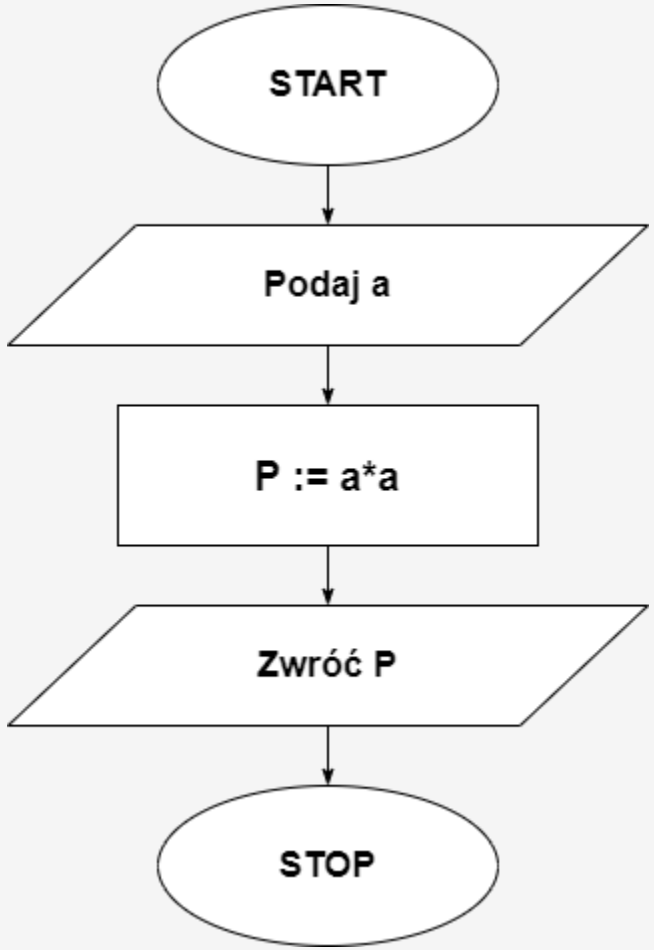
Reprezentowane na schemacie poprzez równoległobok, skrzynki wejścia/wyjścia służą do realizacji kontaktu z użytkownikiem poprzez komendy wypisujące wartości (np. print) bądź proszące użytkownika o podanie takowej (np. input).

Funkcja: wprowadzanie/wyprowadzanie danych

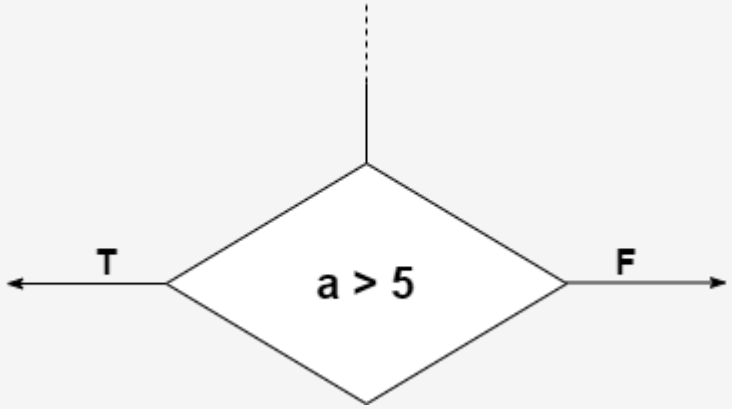
Algorytm Hello World



Obliczanie pola kwadratu



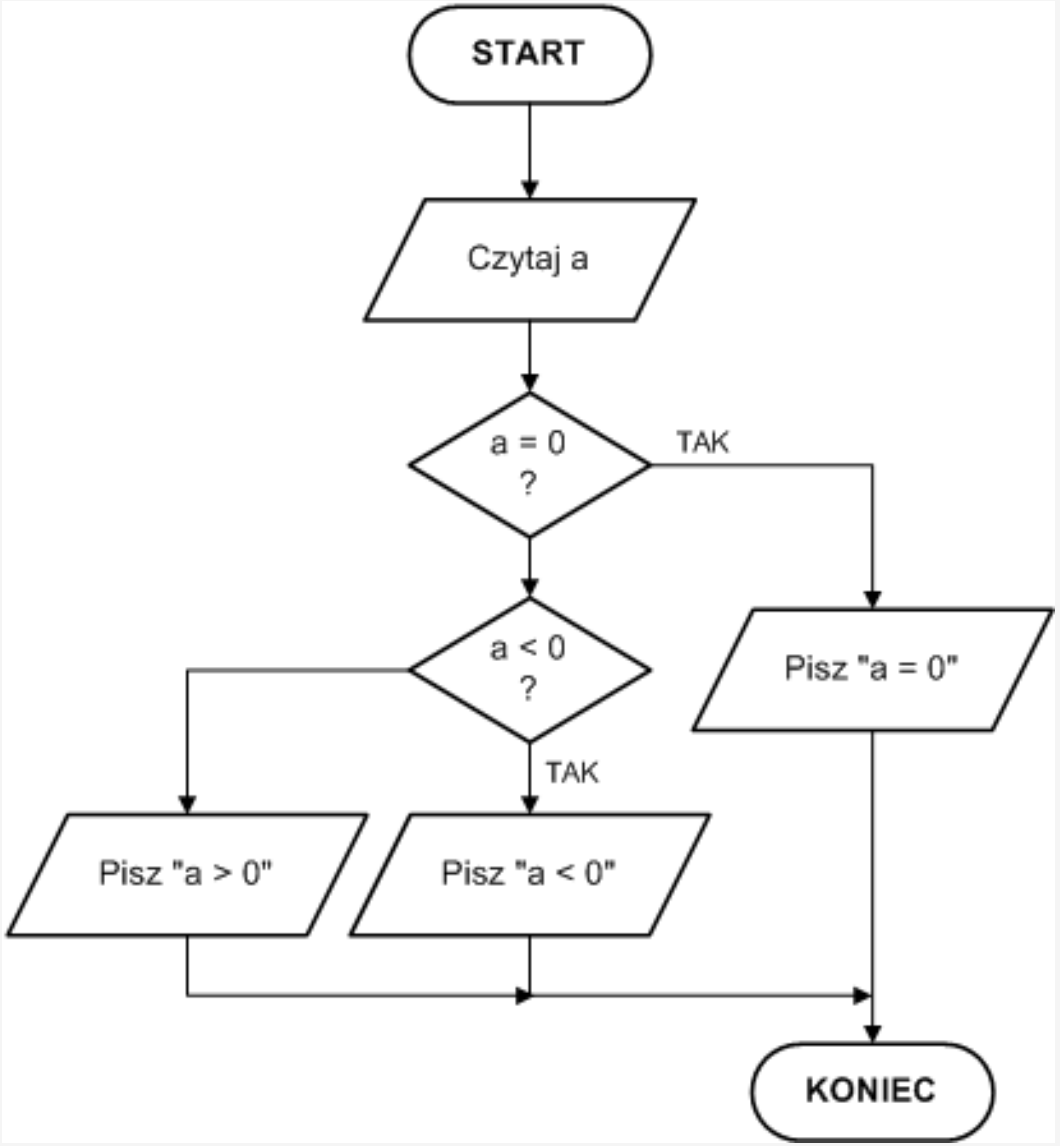
Skrzynka warunkowa



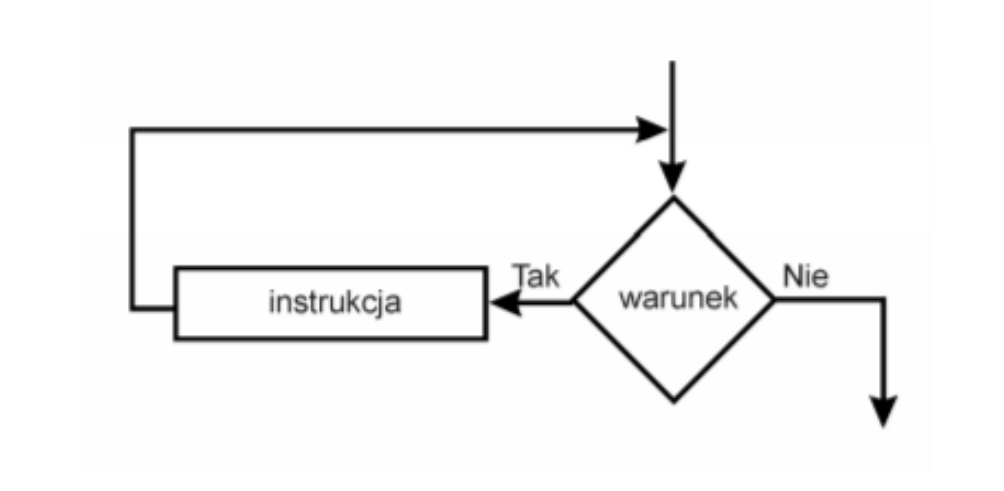
Skrzynka warunkowa przechowuje instrukcje wyboru (w rombie). Wchodzi do niej jedna strzałka, natomiast wychodzą dwie: dla wartości TAK (kiedy warunek zapisany w rombie jest prawdziwy) oraz dla wartości NIE (w momencie, którym nie jest).

Funkcja: sprawdzanie warunku (PRAWDA/FAŁSZ)

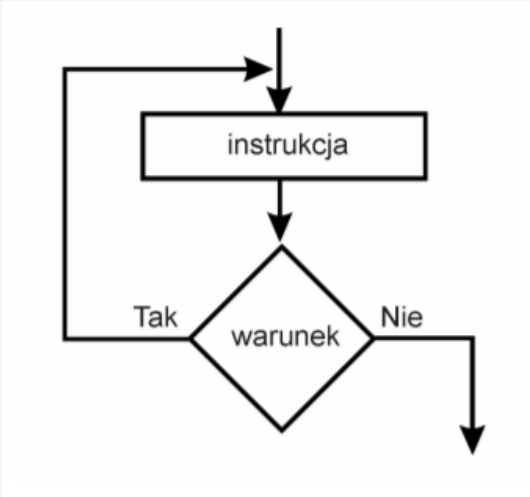
Schematy blokowe



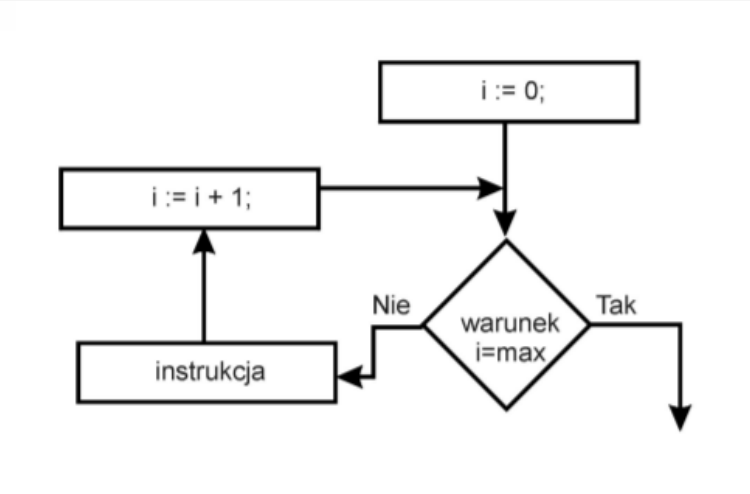
Pętla



Reprezentacja pętli **while**: najpierw sprawdzenie warunku, potem wykonanie instrukcji, ostatecznie wrócenie do punktu sprawdzenia warunku (rozpoczęcie kolejnej iteracji w pętli).

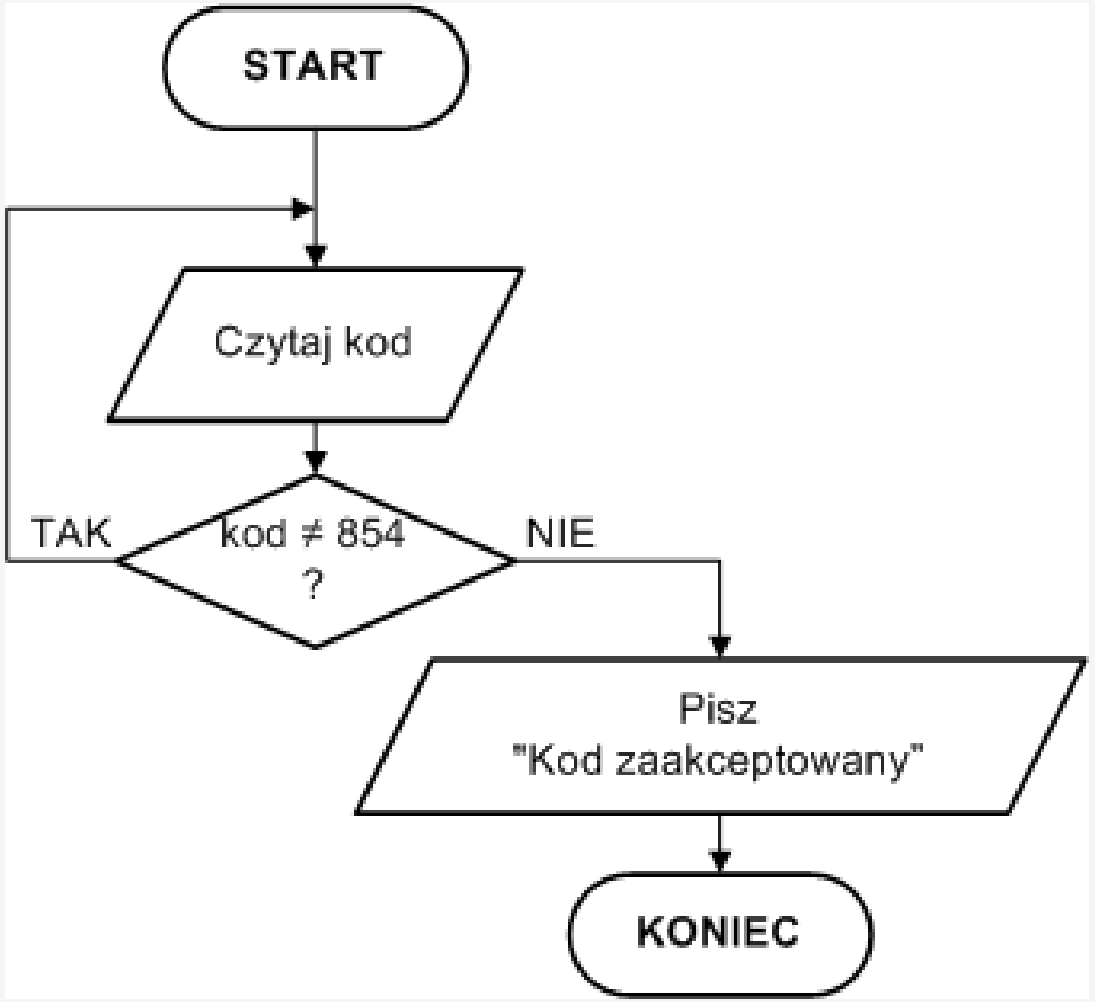


Reprezentacja pętli **until (do while)**: najpierw instrukcja, a potem sprawdzenie warunku (plus potencjalne powtórzenie wykonania instrukcji.

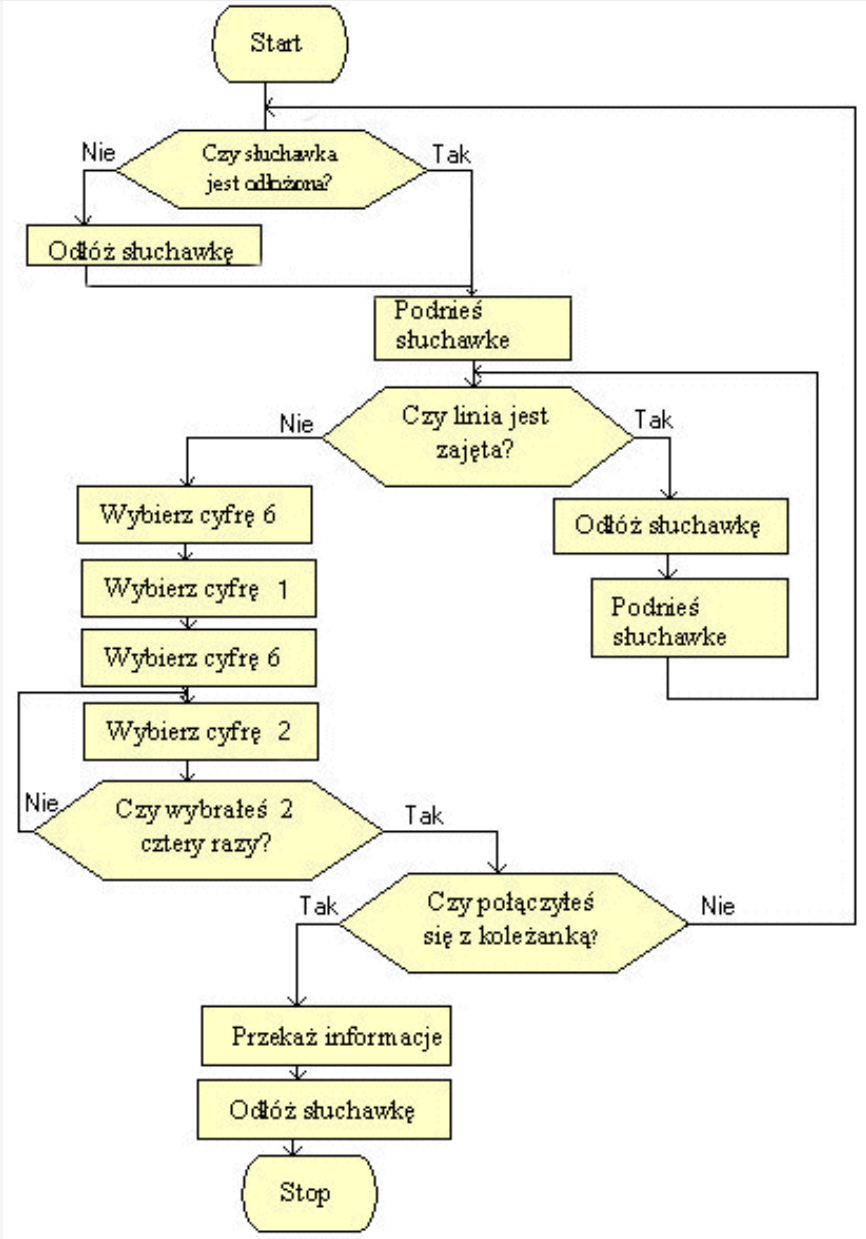


Symulacja pętli **for**: zapętlenie wykonywania się instrukcji określoną na schemacie ilość razy; *i* zwiększane do momentu zrównania się wartością z *max.*

Schematy blokowe



Schematy blokowe



Schematy blokowe – sposób postępowania

1) Każda operacja jest umieszczona w skrzynce

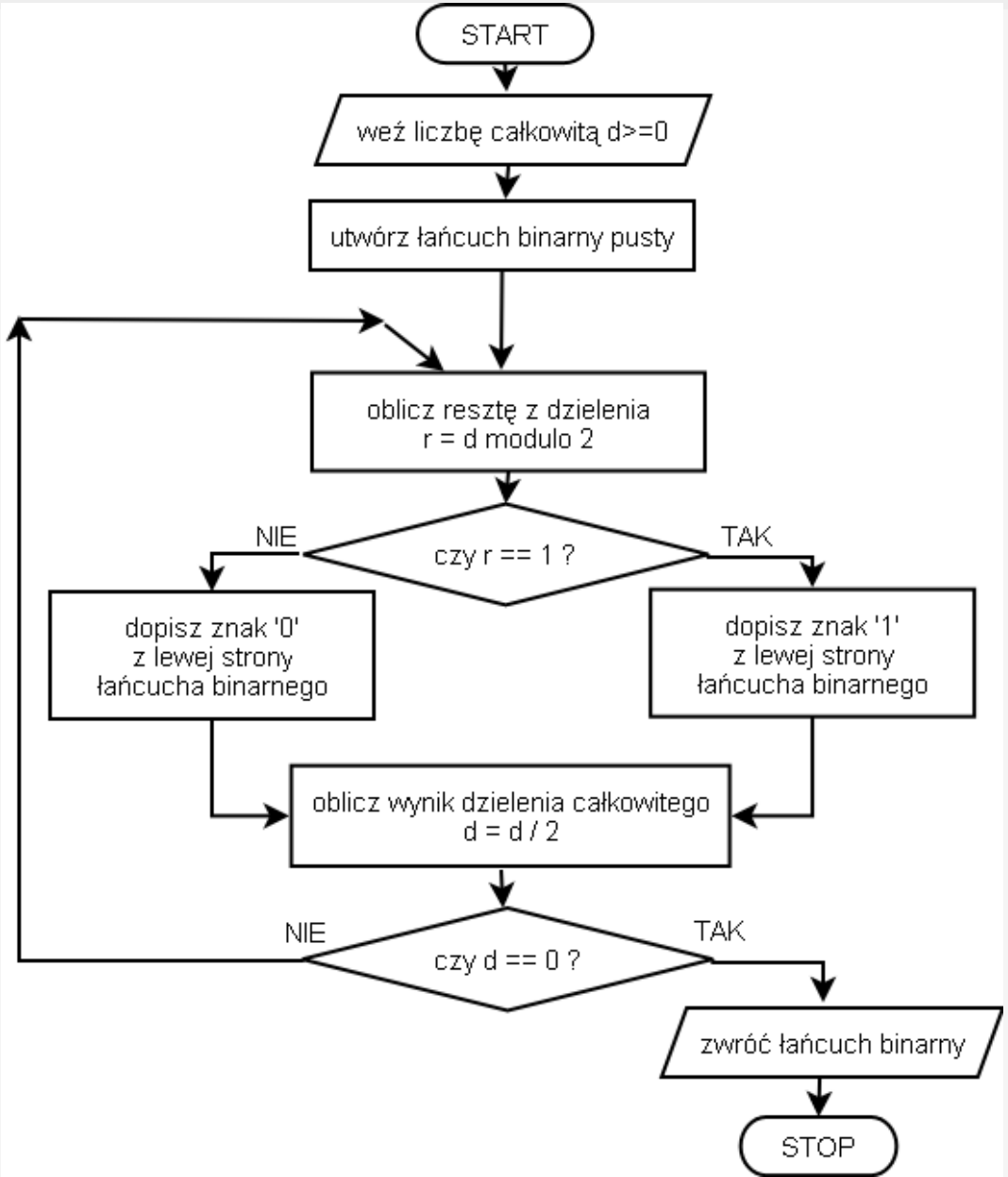
2) Schemat ma tylko jedną skrzynkę „START" i przynajmniej jedną skrzynkę „KONIEC"

3) Skrzynki są ze sobą połączone.

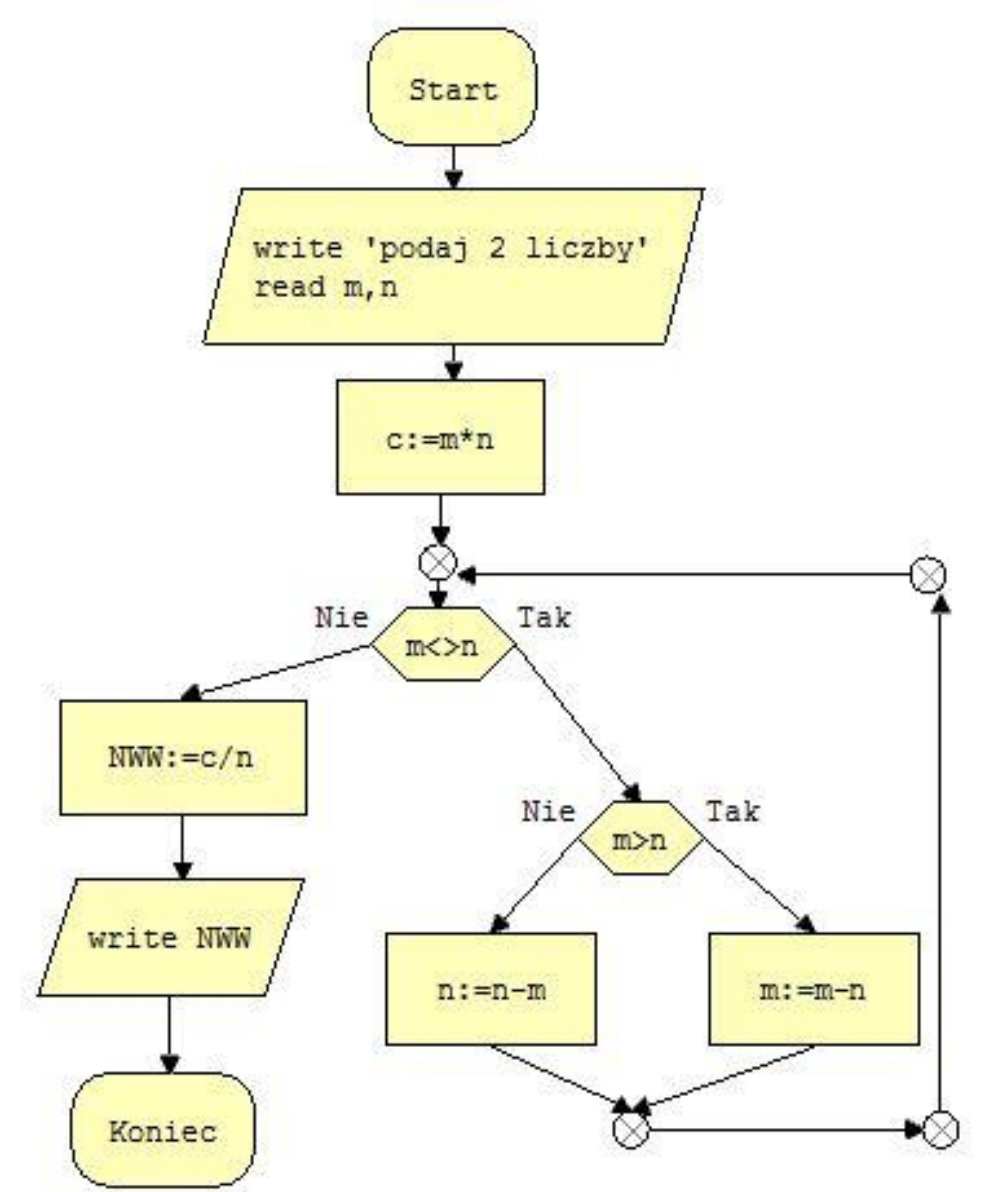
4) Ze skrzynki wychodzi jedno połączenie; wyjątek stanowią skrzynki: „KONIEC"
(z której nie wychodzą już żadne połączenia) oraz „warunkowa” (z której wychodzą dwa połączenia opisane TAK i NIE - w zależności od tego czy warunek jest spełniony, czy nie, można wyjść jedną z dwóch dróg)

5) Przepływ instrukcji może zostać zakłócony poprzez pętle lub skrzynki warunkowe

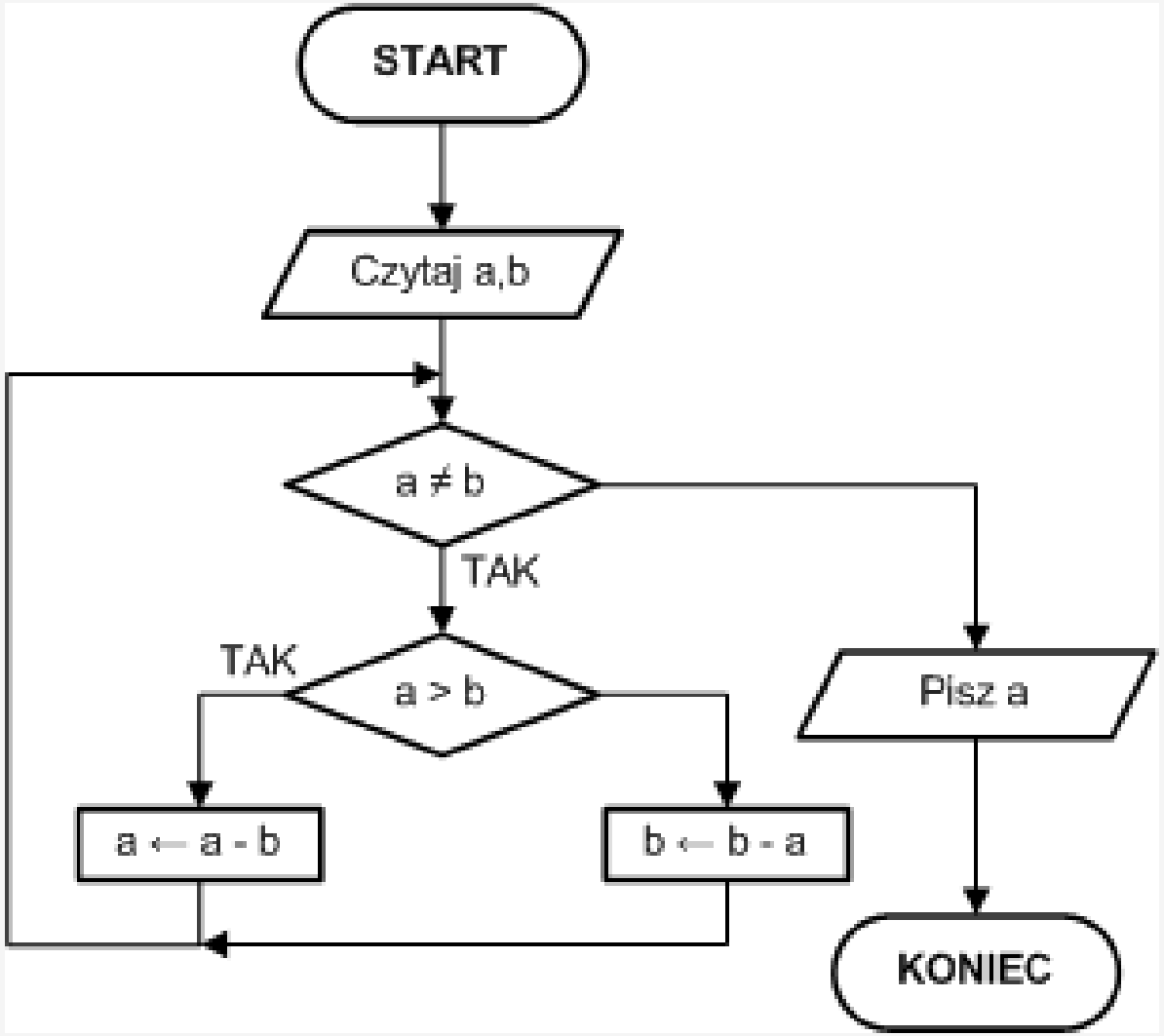
System dziesiętny -> system binarny



Algorytmy


Start
write 'podaj 2 liczby'
read m,n
c:=m*n
Nie
m<>n
Tak
NWW:=c/n
Nie
m>n
Tak
write NWW
n:=n-m
m:=m-n
Koniec

Algorytmy



Rekurencja

Rekurencja (rekursja)

- Przykład rekursji „z życia”:

Źródło: https://greatfon.com/pl/pictures/101588

Rekurencja (rekursja)

- Definicja: odwoływanie się funkcji do samej siebie.
- Najprostszy przykład ze szkoły średniej, silnia:

*5! = 5 * 4 * 3 * 2 * 1*
*n! = n * (n-1) * (n-2) * … * 1*
n! = n * (n-1)!

- Funkcja rekurencyjna zawiera odwołanie się do samej siebie oraz warunek, który kończy funkcję i zwraca ostateczny wynik.

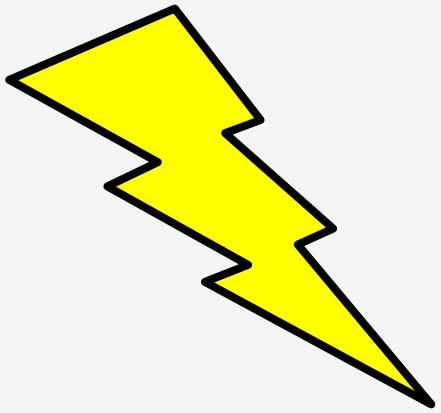
Warunek końcowy dla silni:
1! = 1
0! = 1

Rekurencja (rekursja)

Uwaga na nieskończone „pętle” w funkcjach rekurencyjnych!!!

```
In [1]: def inf_recursion(number):
   ...:     if number != 0:
   ...:         inf_recursion(number)
   ...:     return 0
   ...:

In [2]: inf_recursion(0)
Out[2]: 0
```



Rekurencja (rekursja)

Uwaga na nieskończone „pętle” w funkcjach rekurencyjnych!!!

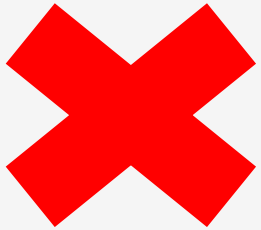
```
In [3]: inf_recursion(1)
---------------------------------------------------------------------------
RecursionError                            Traceback (most recent call last)
<ipython-input-3-992d325bfa87> in <module>
----> 1 inf_recursion(1)

<ipython-input-1-08121247265b> in inf_recursion(number)
      1 def inf_recursion(number):
      2     if number != 0:
----> 3         inf_recursion(number)
      4     return 0
      5

... last 1 frames repeated, from the frame below ...

<ipython-input-1-08121247265b> in inf_recursion(number)
      1 def inf_recursion(number):
      2     if number != 0:
----> 3         inf_recursion(number)
      4     return 0
      5

RecursionError: maximum recursion depth exceeded in comparison
```



Rekurencja (rekursja)

- Limit „głębokości” rekurencji można poszerzać lub zawężać.

```
In [6]: import sys

In [7]: sys.setrecursionlimit(99999999)
```

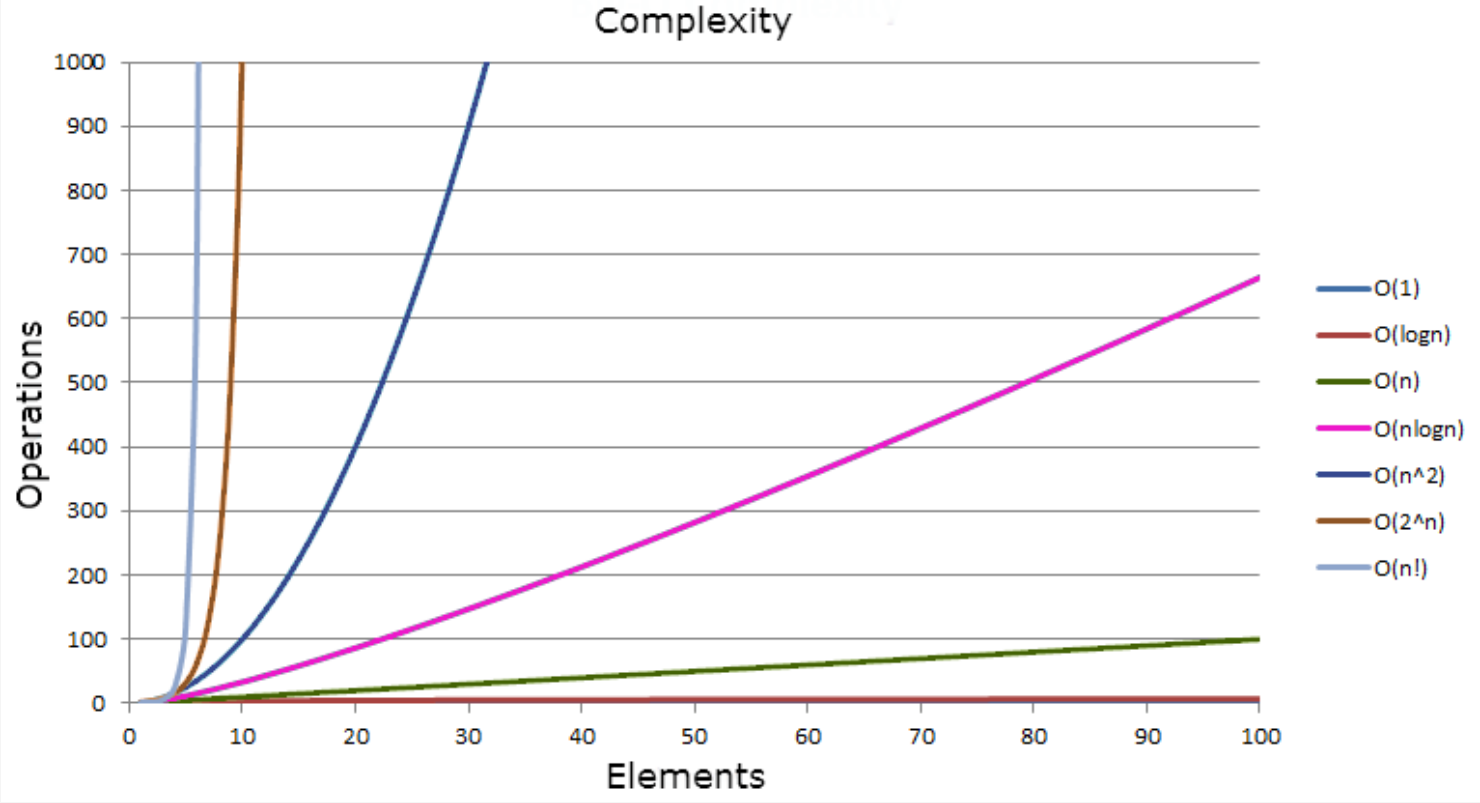
Złożoność obliczeniowa

Złożoność obliczeniowa

- Miara służąca do porównywania efektywności algorytmów.
- Może być zarówno czasowa (jak długo trwa algorytm), jak i pamięciowa (jak dużo miejsca w pamięci zabiera algorytm podczas przeprowadzania obliczeń).
- Ze względu na różne konfiguracje komputerów, pod uwagę bierze się zazwyczaj to, o ile dłużej i o ile pamięci więcej zajmie algorytm wraz ze zwiększaniem się danych wejściowych (np. coraz większa lista danych).

Złożoność obliczeniowa

- stała: O(1)
- logarytmiczna: O(log n)
- liniowa: O(n)
- liniowo-logarytmiczna: O(n * log n)
- wielomianowa: $O(n^c)$
- wykładnicza: $O(c^n)$
- silnia: O(n!)



Złożoność obliczeniowa - przykłady

- O(1) – zwrócenie pierwszego elementu tablicy, dodawanie, stworzenie nowej zmiennej
- O(log n) – wyszukiwanie binarne
- O(n) – pojedyncze wykonanie się pętli iterującej po elementach listy
- O(n * log n) – algorytm szybkiego sortowania
- $O(n^c)$ – sortowanie bąbelkowe; pętla w pętli
- $O(c^n)$ – rekurencyjny ciąg Fibonacciego
- O(n!) – problemy związane z wyznaczaniem permutacyjnym (problem komiwojażera)

Wyszukiwanie binarne

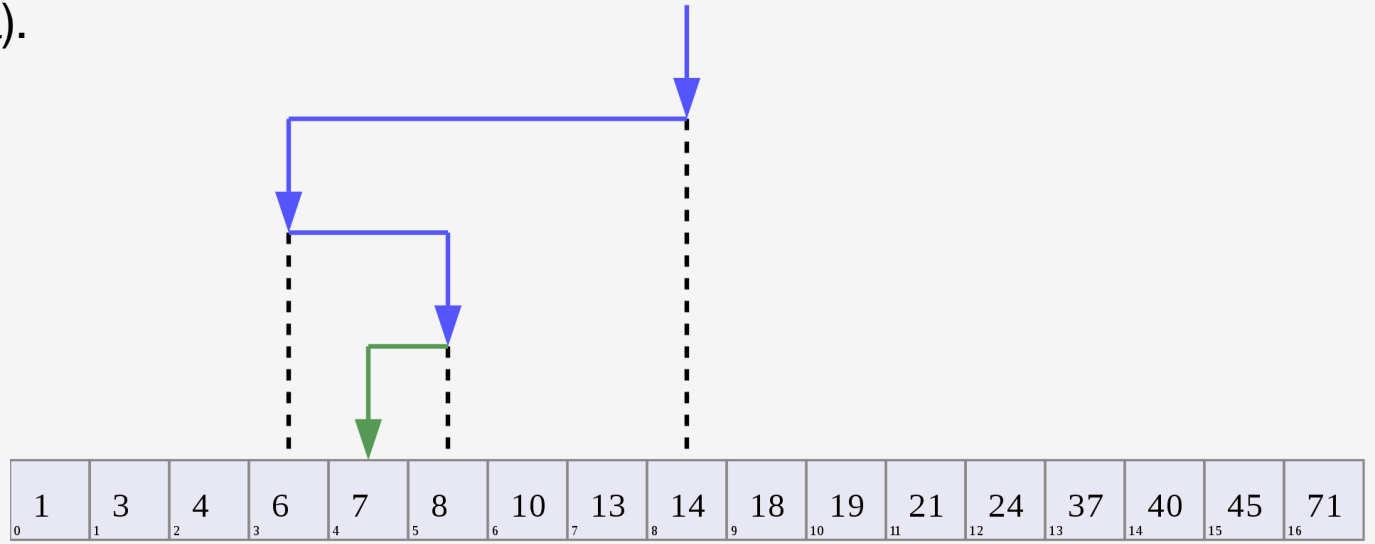
- Wyobraźmy sobie posortowaną listę liczb naturalnych. W jaki sposób możemy sprawdzić czy poszukiwana liczba x znajduje się w naszej liście?

- **Pomysł 1**: iteracja po elementach listy i porównywanie ich z liczbą x.
- Brzmi okej, ale w przypadku kiedy będzie to ostatni element, a lista będzie olbrzymia, stracimy mnóstwo czasu.
- Z tego samego powodu problematyczne jest poszukiwanie od końca czy od środka.
- Złożoność takiego rozwiązania wynosi O(n) – w najgorszym przypadku prześledzimy całą listę (np. kiedy ostatni element będzie tym poszukiwanym albo danej liczby nie będzie w liście wcale).

- **Pomysł 2:** zmiana struktury danych z listy na np. kopiec, drzewo, graf.
- Dla dużych danych to może być dobre rozwiązanie, natomiast w przypadku małej ilości elementów niepotrzebnie komplikujemy kod.

Wyszukiwanie binarne

- **Rozwiązanie:** zastosowanie algorytmu wyszukiwania binarnego (*search binary)* – złożoność: O(log n).
- Pamiętamy – lista jest już wstępnie posortowana.
- Żeby jak najszybciej upewnić się, że w liście znajduje się liczba 7, sprawdzamy element znajdujący się na środku listy, jeżeli jest on mniejszy od liczby 7, będziemy jej poszukiwać w prawej połówce listy, jeżeli większy, w lewej.
- Za każdym razem dzielimy podlisty na pół, połowę wybieramy na podstawie relacji mniejszy/większy między aktualnym elementem a poszukiwaną liczbą (u nas: 7).
- Wykonujemy do momentu odnalezienie poszukiwanej liczby (albo do chwili, kiedy nie będzie już elementów do przeszukiwania – podzielimy listę tak bardzo, że zostanie nam tylko podlista jednoelementowa).



Wyszukiwanie binarne

- W Pythonie istnieje biblioteka bisect, która implementuje algorytm wyszukiwania binarnego.
- Funkcja bisect z tego modułu oblicza i wskazuje index, pod jakim powinno się wstawić liczbę podaną jako argument funkcji do listy (również podanej jako argument) celem zachowania posortowanej tablicy.
- Istnieją odmiany funkcji bisect: bisect_right oraz bisect_left.
- bisect_right wskazuje najwyższy możliwy indeks dla nowej liczby (w przypadku powtórzeń tejże w tablicy), natomiast bisect_left najniższy.
- Każda z tych funkcji posiada dwa domyślne argumenty: lo (od lowest index – ten od któego zaczynamy rozpatrywać listę) oraz hi (od highest index – do którego rozpatrujemy)

```
In [1]: import bisect

In [2]: nums = [1,2,2,2,4,7,9]

In [3]: bisect.bisect(nums, 3)
Out[3]: 4

In [4]: bisect.bisect_right(nums, 2)
Out[4]: 4

In [5]: bisect.bisect_left(nums, 2)
Out[5]: 1

In [6]: bisect.bisect(nums, 12)
Out[6]: 7
```

Wyszukiwanie binarne

- Zamiast tylko wskazywać indeks, pod którym możemy włożyć liczbę do listy z zachowaniem kolejności, możemy wykonać operację wstawienia.
- Do tego służy funkcja insort (lub insort_right, insort_left), również z modułu bisect.
- Ekwiwalentną operacją dla insort jest *nums.insert(bisect.bisect_left(nums, number), number).* Metoda insert (wchodząca w skład każdej listy) umieszcza jej drugi argument pod indeksem podanym jako pierwszy argument na liście (tutaj: nums).
- Funkcja insort podobnie jak bisect zawiera dwa domyślne argumenty: lo oraz hi.

```
In [13]: nums
Out[13]: [1, 2, 2, 2, 4, 7, 9]

In [14]: bisect.insort(nums, 3)

In [15]: nums
Out[15]: [1, 2, 2, 2, 3, 4, 7, 9]

In [16]: bisect.insort(nums, 10)

In [17]: nums
Out[17]: [1, 2, 2, 2, 3, 4, 7, 9, 10]
```

Wyszukiwanie binarne

- W jaki sposób można wykorzystać bibliotekę bisect do wyszukiwania obecności danej liczby w liście?
- Zwykłe wywołanie funkcji bisect z modułu bisect powoduje wskazanie następnego indeksu, gdzie powinno się wstawić pewną liczbę z zachowaniem odpowiedniej kolejności.
- Do realizacji zadania będzie potrzeba implementacji własnej funkcji.

```
In [7]: def find(nums, num):
   ...:     i = bisect.bisect_left(nums, num)
   ...:     if i != len(nums) and nums[i] == num:
   ...:         return i
   ...:     raise ValueError
```

```
In [8]: find([1,4,6,7,8,9,9,9], 6)
Out[8]: 2

In [9]: find([1,4,6,7,8,9,9,9], 9)
Out[9]: 5

In [10]: find([1,4,6,7,8,9,9,9], 7)
Out[10]: 3

In [11]: find([1,4,6,7,8,9,9,9], 11)
---------------------------------------------------------------------------
ValueError                                Traceback (most recent call last)
<ipython-input-11-814c73e52927> in <module>()
----> 1 find([1,4,6,7,8,9,9,9], 11)

<ipython-input-7-4e972c9b5c9f> in find(nums, num)
      3     if i != len(nums) and nums[i] == num:
      4         return i
----> 5     raise ValueError

ValueError:
```

Wyszukiwanie binarne

Co jeżeli dane nie będą poukładane po kolei?

Sortowanie

Sortowanie

- Według Wikipedii sortowanie to „jeden z podstawowych problemów informatyki, polegający na uporządkowaniu zbioru danych względem pewnych cech charakterystycznych każdego elementu tego zbioru”.
- W algorytmice chodzi przede wszystkim o prostotę algorytmu, łatwość jego implementacji oraz efektywność.

- Powstało mnóstwo algorytmów sortujących zgromadzone dane:
  - sortowanie bąbelkowe,
  - sortowanie przez wstawianie,
  - sortowanie przez scalanie,
  - szybkie sortowanie,
  - sortowanie przez wybieranie
  - sortowanie przez zliczanie,
  - sortowanie kubełkowe,
  - sortowanie pozycyjne,
  - sortowanie biblioteczne,
  - i wiele innych…

Sortowanie

- W Pythonie mamy już zaimplementowany algorytm sortowania, który jest wołany ilekroć korzystamy z funkcji sorted lub metody sort. Ta pierwsza zwraca nową, posortowaną listę, druga sortuje listę w miejscu.

```
In [13]: numbers = [4, 5, 2, 0, 6, 9]

In [14]: sorted(numbers)
Out[14]: [0, 2, 4, 5, 6, 9]

In [15]: numbers
Out[15]: [4, 5, 2, 0, 6, 9]

In [16]: numbers.sort()

In [17]: numbers
Out[17]: [0, 2, 4, 5, 6, 9]
```

- Algorytmem używanym w Pythonie do sortowania w funkcjach wbudowanych jest tzw. algorytm Timsort – jest to połączenie algorytmów sortowania przez scalanie oraz sortowania przez wstawianie.
- Więcej na temat algorytmu można przeczytać tutaj.

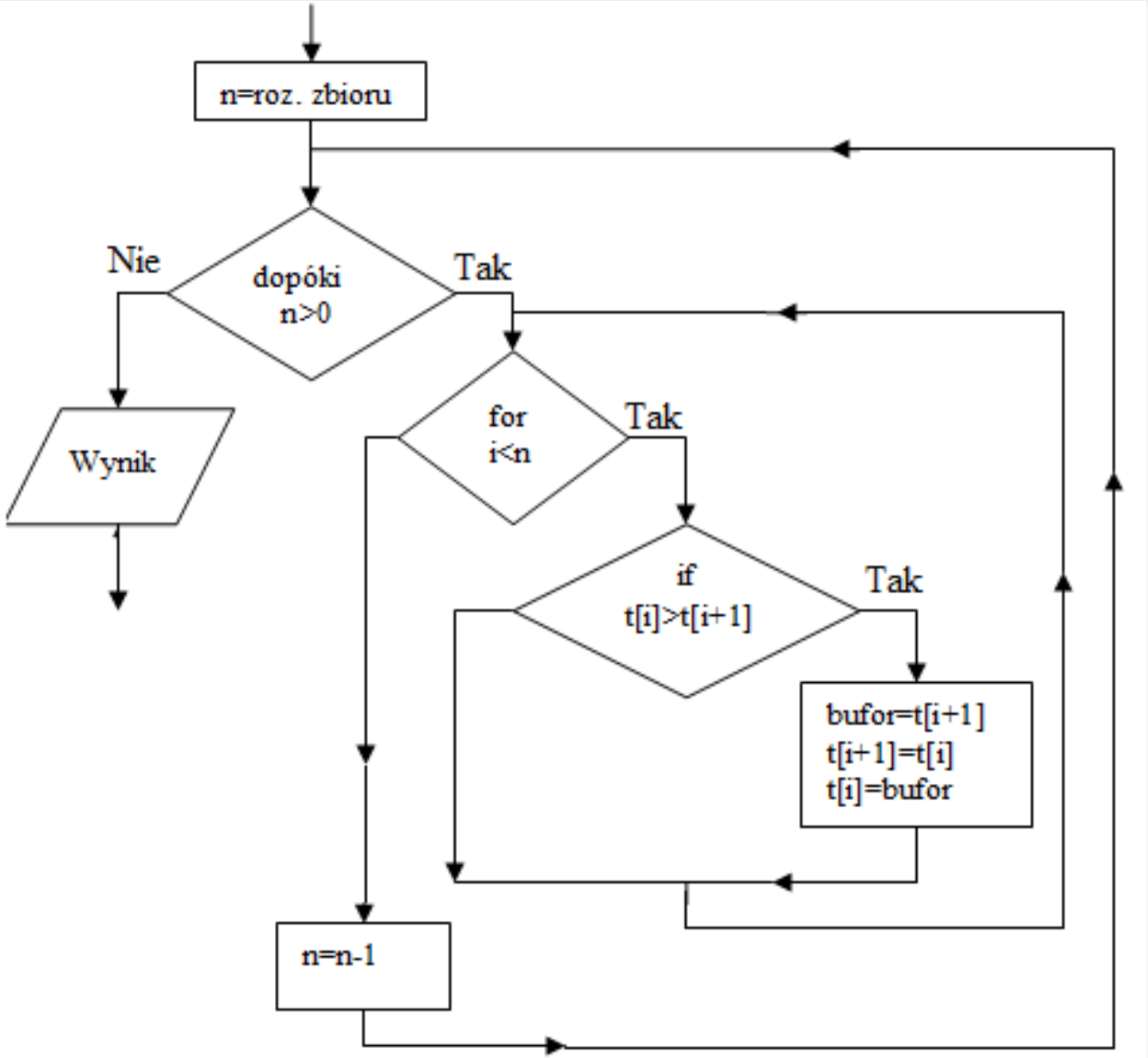
Sortowanie bąbelkowe – bubble sort

Najprostszy algorytm sortowania danych. Polega na porównywaniu dwóch kolejnych elementów listy i podmianie ich, jeżeli pierwsza jest większa od drugiej (w przypadku sortowania rosnącego). Porównywanie wykonuje się od początku do końca tablicy w dwóch pętlach. Algorytm kończy się, kiedy w którejś iteracji z kolei nie zostanie podmieniona żadna liczba.

Złożoność obliczeniowa: O(n^2)
Złożoność pamięciowa: O(1)

Przedstawienie działania algorytmu na animacji:
LINK

Sortowanie bąbelkowe – bubble sort



n oznacza tutaj rozmiar listy, ale taki, by można było ją indeksować za pomocą liczb (0, n), stąd
n = len(lista)-1;
n to maksymalny indeks w liście

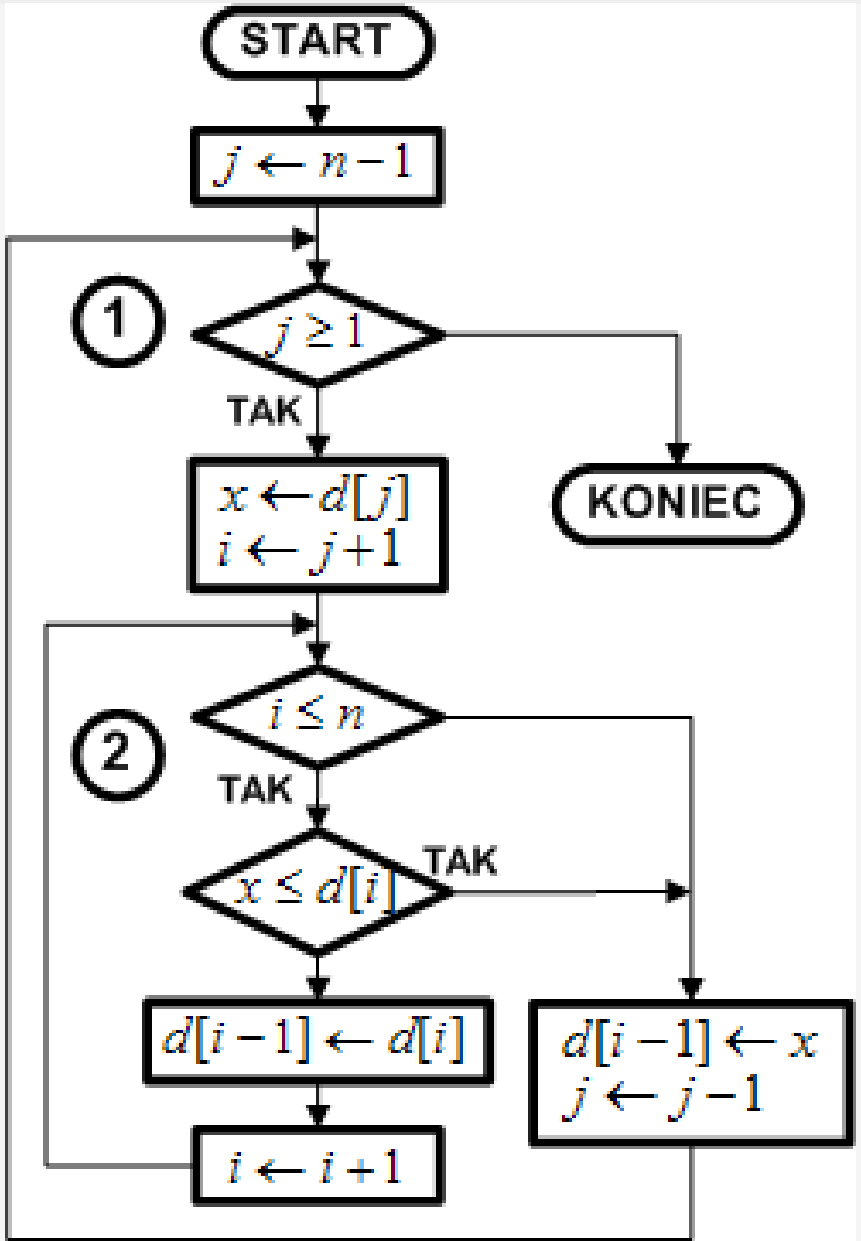
Sortowanie przez wstawianie – insertion sort

Jeden z najprostszych algorytmów sortujących. Jego działanie jest podobne do sposobu w jaki ludzie układają sobie na ręce karty do gry. Algorytm polega na porównywaniu nowego elementu z danymi w posortowanej liście do momentu, kiedy nie napotka się elementu mniejszego lub równego (w przypadku kolejności rosnącej).

Złożoność obliczeniowa: O(n^2)
Złożoność pamięciowa: O(1)

Przedstawienie działania algorytmu na animacji:
LINK

Sortowanie przez wstawianie – insertion sort



n oznacza tutaj ostatnią pozycję, ostatni element – w około programistycznych rozważaniach można to uznać za to samo, natomiast podczas pisania kodu należy pamiętać, że ostatnią pozycją nie jest długość listy, tylko długość listy-1, stąd n = len(lista)-1

j >= 1 oznacza nic innego jak pierwszą pozycję, czyli pozycję 0.

Sortowanie przez scalanie – merge sort

Algorytm sortujący w sposób rekurencyjny. Działanie polega na rozbiciu listy na mniejsze podlisty, posortowaniu podlist i ponowne scalenie ich w jedną, pełną listę.

Złożoność obliczeniowa: O(n * log n)
Złożoność pamięciowa: O(n)

Przedstawienie działania algorytmu na animacji:
LINK

Sortowanie przez wybór – selection sort

Prosty algorytm sortujący polegający na wyszukiwaniu najmniejszej wartości w zbiorze i umieszczeniu jej na pozycji pierwszej. Następnym krokiem jest wyszukanie najmniejszej wartości w pomniejszonej liście (już bez tego pierwszego, ustawionego na właściwej pozycji elementu) i ustawieniu go na pozycji drugiej listy wejściowej. I tak do końca tablicy.

Złożoność obliczeniowa: $O(n^2)$
Złożoność pamięciowa: $O(1)$

Przedstawienie działania algorytmu na animacji:
LINK

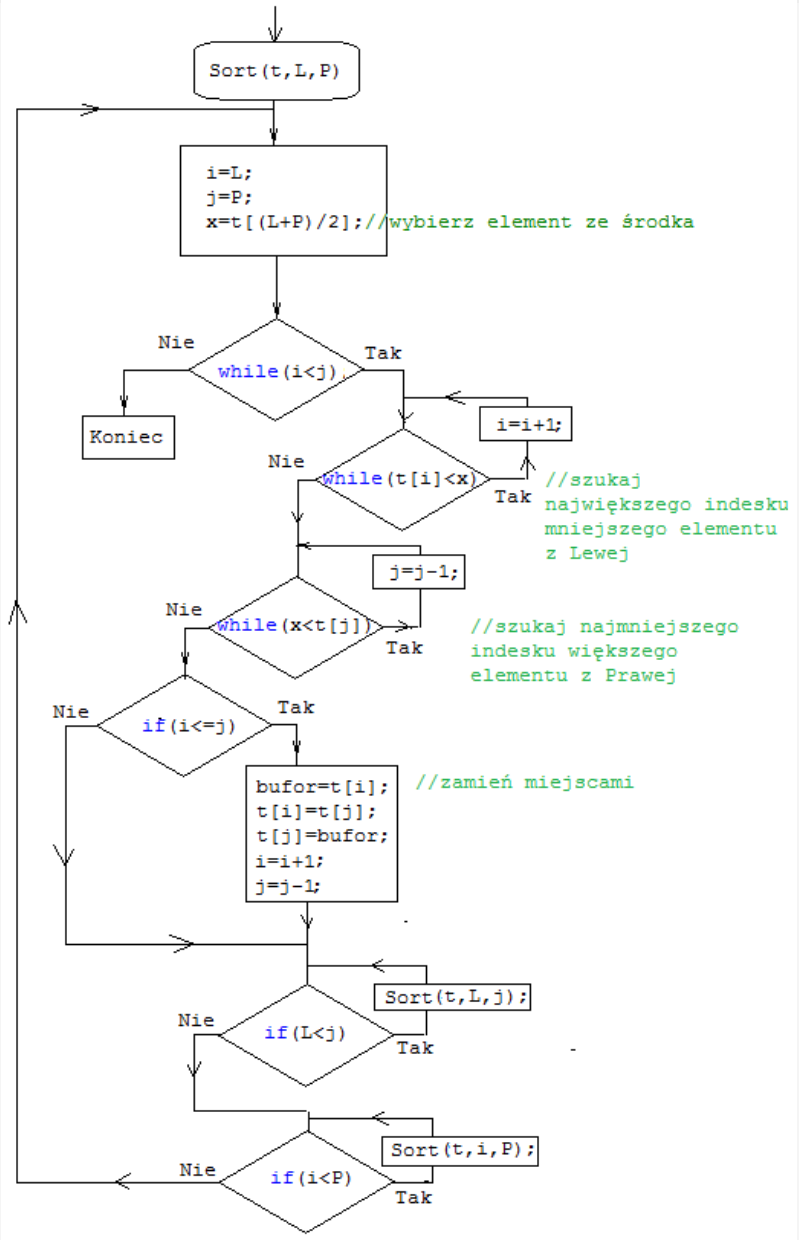
Sortowanie szybkie – quick sort

Jeden z najszybszych algorytmów sortujących. Polega na wybraniu elementu rozdzielającego z listy (tzw. pivota) oraz podzieleniu listy na dwie części: w pierwszej znajdą się liczby mniejsze, a w drugiej większe od elementu rozdzielającego. Potem sortuje się rekurencyjnie tak podzielone listy. Rekursja zakończy się, gdy uzyskane zostaną listy jednoelementowe.

Złożoność obliczeniowa: O(n * log n)

Przedstawienie działania algorytmu na animacji:
LINK

Sortowanie szybkie – quick sort



Sortowanie

Ciekawostką może się okazać jednoczesne śledzenie postępów działania dopiero co poznanych algorytmów sortowania.

Który jest najszybszy?
LINK