



---

Rapport de stage :

# Travail d'étude et de validation d'un code LES et comparaison avec la théorie de la turbulence de von Kármán.

---

**Julien TENAUD**

Étudiants en 2<sup>ème</sup> année à L'ENSEIRB-MATMECA

Spécialité : Mathématiques appliquées et mécanique

sous la direction de

**Pr. F.Bertagnolio**

Senior scientist at DTU WIND AND ENERGY SYSTEMS

avec pour tuteur universitaire

**M. N.Barral**

Maître de conférence à l'ENSEIRB MATMECA



Année 2023/2024

# Sommaire

---

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>4</b>
1.1	Motivations de l'étude . . . . .	4
1.2	Plan . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Approche statistique et spectrale de la turbulence</b>	<b>5</b>
2.1	Fonction de corrélation et ses propriétés . . . . .	5
2.2	Spectre unidimensionnel et propriété de turbulence figée . . . . .	6
<b>3</b>	<b>Résultats théorique à partir du modèle de von Kármán de la turbulence</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Modèles WMLES et WRLES</b>	<b>8</b>
<b>5</b>	<b>Analyse simple des variables de vitesse turbulente afin de valider les jeux de données</b>	<b>10</b>
<b>6</b>	<b>Validation de l'hypothèse de turbulence figée</b>	<b>12</b>
<b>7</b>	<b>Détermination du coefficient de décorrélation</b>	<b>14</b>
<b>8</b>	<b>Comparaison spectrale avec la théorie de von Kármán</b>	<b>17</b>
<b>9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>18</b>
<b>10</b>	<b>Annexe</b>	<b>20</b>
10.1	Figures annexes . . . . .	20
10.2	Annexe du CREGE . . . . .	23

# Figures

---

## Liste des figures

1	Schéma de la simulation "channel flow" . . . . .	9
2	Profils de vitesse moyenne addimensionnée et d'énergie cinétique turbulente. Les données ont été comparées aux profils des données DNS et RANS quand cela était possible. . . .	11
3	Profils de fluctuation. Les données ont été comparées au profils des données DNS. . . .	12
4	Iso-valeur de la fonction d'autocorrelation 2D selon la direction $x$ et le temps $t$ à différentes hauteurs $z^+$ . Obtention de la valeur de $U_c$ par approche linéaire de la direction des ellipses. . . . .	13
5	Comparaison des spectres de puissance en temps ( $F$ ) et dans la direction $x$ ( $P$ ) tracer en fonction de $k_x$ le nombre d'onde "streamwise". En pointillé (- - -) la pente $k_x^{-5/3}$ vérifiant la décroissance de Kolmogorov [2] . . . . .	14
6	Corrélation streamwise des grandeur de vitesse dans les trois directions . . . . .	15
7	Tracé de la fonction $\beta$ en fonction de $k_c$ pour la vitesse $u_1$ à quatre hauteurs dans le canal et pour quatre différents $r$ . Les pointillés représente la pente approchée de la courbe	16
8	Évolution du coefficient de corrélation $\gamma$ en fonction de $\omega$ pour différentes distances $r$ .	16
9	Comparaison des spectre de densité d'énergie issus de la théorie de von Kármán avec ceux issu des données LES et DNS. . . . .	17
10	Rapport des échelles de longueurs intégrales entre les données LES et la théorie von Kármán . . . . .	18
11	Comparaison entre la vitesse d'écoulement "streamwise" obtenue par moyennage et obtenu par calcul de la pente générer par les ellipses de la corrélation 2D (Figure 4) . .	20
12	Corrélation spanwise des grandeur de vitesse dans les trois directions . . . . .	21
13	Tracé de la fonction $\beta$ en fonction de $r$ pour la vitesse $u_1$ à quatre hauteurs dans le canal et pour quatre différents $\omega$ . . . . .	21
14	Comparaison des spectre de densité d'énergie issus de la théorie de von Kármán avec ceux issu des données LES et DNS. . . . .	22
15	Structuration du laboratoire DTU Wind and Energy Systems . . . . .	23

# Tableaux

---

## Liste des tableaux

1	Paramètres des simulations numériques LES effectuées . . . . .	10
2	Hauteurs adimensionnelles auxquelles ont été relevées les quantités de vitesse . . . . .	10

# 1 Introduction

---

## 1.1 Motivations de l'étude

Les éoliennes font maintenant partie de notre paysage. Elles sont de plus en plus présentes sur terre (onshore) et depuis plus récemment en mer (offshore). En effet le besoin en énergie électrique est grandissant alors que nous sommes en pleine crise écologique. Mais l'implémentation et la recherche de performance des éoliennes ne sont pas sans encombre. Exposition au vent, perturbations climatiques violentes, taille, raccordement au réseau... Les enjeux sont nombreux. Ce travail s'inscrit dans l'objectif d'une diminution du bruit généré par les pales d'éolienne. Le domaine d'étude est celui de l'aéro-acoustique. Dans de nombreux pays des normes gouvernementales sur le bruit émis [1] sont mises en place dans le but de ne pas déranger les habitants aux alentours d'un parc éolien. Bien qu'aucune étude scientifique n'ait prouvé un quelconque effet nocif du bruit éolien sur la santé, de nombreuses plaintes ont été enregistrées de gens dérangés par ce bruit. Alors pour éviter que nos géants de métal ne deviennent un ennemi public, la réduction de leur effet sonore est nécessaire.

Pour appréhender ce problème il faut d'abord comprendre comment les éoliennes génèrent du bruit. La grande majorité du son émis vient des pales de l'éolienne. En effet quand le flux d'air rencontre une pale de l'éolienne il est perturbé et une couche limite se forme proche de la paroi. Dans notre cas cette dernière est turbulente. En effet le bout de pale se déplace en moyenne à  $80\text{m/s}$  en considérant le type d'éolienne le plus souvent rencontré. Dans l'étude de l'écoulement proche paroi on a donc des nombres de Reynolds très élevés, de l'ordre de plusieurs milliers. La grande perturbation du flux d'air va engendrer la formation, tout autour de la pale, d'onde de pression qu'on appelle plus communément le bruit. C'est en bout de pale (vitesse la plus grande) au niveau du bord de fuite que le son généré est le plus fort. Le bord de fuite d'une aile ou dans notre cas d'une pale est la partie la plus mince à l'arrière de l'aile où l'air l'échappe après avoir interagit avec la structure. Il y a un lien de causalité directe entre turbulence et son émis. C'est d'ailleurs la principale cause du bruit des éoliennes, notamment à relativement longue distance. En revanche l'impact rétroactif du son émis est régulièrement négligé dans les équations de la turbulence. La couche limite et le sillage turbulent des pales sont donc étudiés pour déterminer l'impact sonore d'une éolienne.

L'étude que j'ai menée s'inscrit dans le travail de développement d'un code de calcul couplant l'aérodynamique et l'acoustique mener par un étudiant en thèse au laboratoire *DTU*. Mon travail ne s'intéressera qu'à la partie aérodynamique et plus précisément l'étude statistique d'une couche limite turbulente dans un canal parallélépipédique. Un code LES (Large Eddy Simulation) développé à *DTU* permet la simulation de la turbulence notamment dans un canal à air. À noter que celui-ci est très utile vu le coût d'une expérience en soufflerie. L'objectif de ce stage est donc dans un premier temps de valider les résultats obtenus avec les modèles LES, qui seront décrits par la suite, et d'analyser la turbulence en prenant en compte certaines hypothèses de modélisation. Pour ce faire nous effectuerons une analyse statistique notamment dans le domaine spectral de la turbulence et principalement une étude des variables de vitesse turbulente. Un code en *Python* a été écrit afin de prendre en entrée les données de sortie du code LES et d'obtenir des résultats de validation et d'analyse sous forme de courbes. Ce programme a été codé de manière modulaire et dans la mesure du possible nous avons cherché à optimiser le temps de calcul ainsi que l'espace mémoire utilisé durant l'exécution. Afin de le rendre plus facile d'utilisation nous avons ajouté une interface utilisateur (GUI) codée directement avec la bibliothèque "Tkinter" de *Python*. Cette interface permet à l'utilisateur de changer les paramètres et données d'entrée en fonction

du modèle choisi.

## 1.2 Plan

Nous commencerons par détailler les outils mathématiques qui ont été utilisés pour étudier la turbulence. Nous présenterons ensuite brièvement la simulation effectuée et les modèles utilisés. Ils ne seront pas présentés en détail car cela n'a pas fait l'objet du travail. L'idée était d'utiliser les résultats donnée par les modèles LES afin de les valider et d'analyser la turbulence une fois validation. Nous présenterons par la suite les résultats obtenus selon plusieurs axes d'étude:

- Validation des hypothèses de modèles semi-empiriques incluant la reconstitution du tenseur spectral avec les données à partir d'approche RANS.
- Étudier l'impact de certaines hypothèse faites dans les modèles semi-empiriques :
  - turbulence isotrope dans la couche limite
  - distribution de l'énergie cinétique turbulente sur les 3 composantes et son évolution à travers la couche limite (étude de spectre d'énergie)
  - validité de l'hypothèse de turbulence figée (fluctuations turbulents constantes au cours du temps)
  - comparer les résultats avec la théorie de la turbulence de von Kármán.

\*\*\*

## 2 Approche statistique et spectrale de la turbulence

---

Dans cette section nous introduirons mathématiquement certains outils d'étude statistique de la turbulence notamment dans le domaine spectrale [4]. Nous nous pencherons sur les spectres en énergie et les fonctions de corrélation.

### 2.1 Fonction de corrélation et ses propriétés

Dans l'analyse d'un problème de turbulence on utilise la décomposition de Reynolds afin de décrire chaque grandeur par un terme moyen et un terme de fluctuation, en prenant en exemple le champ de vitesse,

$$U_i = \langle U_i \rangle + u_i \quad (1)$$

avec  $\langle U_i \rangle$  la vitesse moyenne (moyenne de Reynolds) et  $u_i$  les fluctuations.

Pour simplifier les équations nous utiliserons la notation d'Einstein de sommation implicite.

La fonction de corrélation  $R_{ij}$  se définit pour deux points  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$  ou deux temps  $t$  et  $t'$  tel que,

$$\begin{aligned} R_{ij}(\mathbf{x}, \mathbf{x}', t) &= \langle u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x}', t) \rangle \\ R_{ij}(\mathbf{x}, t, t') &= \langle u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x}, t') \rangle \end{aligned} \quad (2)$$

Dans le cas d'une turbulence homogène, c'est à dire qui conserve ses propriétés statistiques pour tout déplacement dans l'espace, alors  $R_{ij}$  dépend uniquement de  $\mathbf{r} = \mathbf{x} - \mathbf{x}'$ ,

$$R_{ij}(\mathbf{r}, t) = \langle u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x}', t) \rangle \quad (3)$$

Nous pouvons définir la fonction d'autocorrelation,

$$R_{ii}(0, t) = \langle u_i(\mathbf{x}, t) u_i(\mathbf{x}, t) \rangle \quad (4)$$

**Proposition 1** (Indépendance statistique asymptotique). *Quand  $r \rightarrow \infty$ ,  $R_{ij}(\mathbf{r}, t) \rightarrow 0$ . Plus les points considérés sont éloignés plus ils sont décorrélés.*

**Proposition 2.** *Quand  $t \rightarrow \infty$ ,  $R_{ii}(0, t) \rightarrow 0$ . Un tourbillon se décorrèle de lui même au cours du temps.*

Définissons à présent une fonction qui nous intéressera tout au long de notre étude, le spectre qui est la transformée de Fourier tridimensionnelle de la fonction de corrélation,

$$\phi_{ij}(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int R_{ij}(\mathbf{r}, t) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3\mathbf{r} \quad (5)$$

où  $\mathbf{k}$  est le vecteur d'onde. En prenant la transformée de Fourier inverse on peut obtenir :

$$R_{ij}(\mathbf{r}, t) = \int \phi_{ij}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} d^3\mathbf{k} \quad (6)$$

Maintenant en imposant  $i = j$  et  $\mathbf{r} = 0$  dans (6) on obtient,

$$\langle u_i u_i \rangle = R_{ii}(0, t) = \int \phi_{ii}(\mathbf{k}, t) d^3\mathbf{k} \quad (7)$$

Alors il est possible de calculer le spectre en énergie nommé TKE par unité d'intensité de nombre d'onde (turbulent kinetic energy).

$$E(\kappa) = 2\pi\kappa^2 \phi_{ii} \quad [m^3.s^{-2}] \quad (8)$$

où  $\kappa = |\mathbf{k}|$ . On peut tracer le spectre d'énergie turbulente  $\log(E) = f(\log(k))$ . Ce spectre vérifie d'après (8) et (7),

$$\langle u_i u_i \rangle = 2 \int_0^\infty E(\kappa, t) d\kappa \quad (9)$$

## 2.2 Spectre unidimensionnel et propriété de turbulence figée

On considère l'espace représenté par le repère cartésien  $(O, x_1, x_2, x_3)$ . L'écoulement turbulent étudié est homogène dans la direction  $\mathbf{x}$  de l'espace. Alors on définit la corrélation spatial à deux points  $R_{ij}(r_1, x_2, x_3, x'_2, x'_3, t) = \langle u_i(\mathbf{x}, t) u_j(\mathbf{x}', t) \rangle$  où  $r_1 = x_1 - x'_1$ . Le spectre spatial unidimensionnel est donc donné par,

$$\phi_{ij}^{[1]}(k_1, x_2, x_3, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty R_{ij}(r_1, x_2, x_3, x_2, x_3, t) e^{-ik_1 r_1} dr_1 \quad (10)$$

où on a considéré  $\mathbf{x}$  et  $\mathbf{x}'$  sur une même ligne de direction  $x_1$ . Alors, si on considère  $x'_1 = x_1$  ( $r_1 = 0$ ) et que  $i = j$  on peut montrer avec une transformée de Fourier inverse que:

$$\langle u_i u_i \rangle = 2 \int_0^\infty \phi_{ii}^{[1]}(k_1, x_2, x_3, t) dk_1 \quad (11)$$

À présent considérons la fonction de corrélation en temps  $R_{ij}(\mathbf{x}, \tau) = \langle u_i(\mathbf{x}, t) u_i(\mathbf{x}, t') \rangle$  au même point mais à deux temps différents. Il est alors possible d'obtenir la fonction spectral en fréquence :

$$\psi_{ij}(\omega, \mathbf{x}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\mathbf{x}, \tau) e^{i\omega\tau} d\tau \quad (12)$$

où  $\omega$  représente les fréquences. On peut obtenir de même :

$$\langle u_i u_i \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_{ij}(\omega, \mathbf{x}) d\omega \quad (13)$$

Expérimentalement, les mesures de vitesse d'écoulement à plusieurs points au même moment ne sont pas faciles à effectuer. On aimerait bien pouvoir relever les caractéristique de la turbulence en un point à plusieurs temps et en déduire des informations sur l'évolution des structures spatiales. C'est pourquoi dans certains cas l'hypothèse suivante est admissible:

**Proposition 3** (Hypothèse de turbulence figée ou de Taylor). *On considère que les structures spatiales d'intérêt ne change pas de manière significative durant le temps de leur passage le long de la ligne de mesure.*

Ainsi, on suppose que l'échelle de temps liée à la dynamique des tourbillons est grande devant le temps de parcours du fluide dans la cavité de mesure. Dans le cas d'un écoulement de direction préférentiel  $x_1$  cela peut s'exprimer tel que :

$$u_i = u_i(x_1 - \langle U_1 \rangle t, x_2, x_3) \quad (14)$$

Un des aspects de cette étude sera de vérifier si cette hypothèse est vérifiée dans le cas des calculs LES effectués.

Si l'écoulement est stationnaire et que l'hypothèse précédente (prop. 3) est vérifié on peut alors montrer que :

$$\phi_{ij}^{[1]}(k_1, x_2, x_3) = | \langle U_1 \rangle | \psi_{ij}(\langle U_1 \rangle k_1, x_2, x_3) \quad (15)$$

Cette expression relie le spectre en fréquence et le spectre unidimensionnel en nombre d'onde. Cela met en évidence la relation  $\omega = \langle U_1 \rangle k_1$  entre la fréquence et le nombre d'onde unidimensionnel pour des composantes de Fourier convectées à une vitesse moyenne  $\langle U_1 \rangle$ .

\*\*\*

### 3 Résultats théorique à partir du modèle de von Kármán de la turbulence

---

Dans cette section nous allons définir certaines des expressions spectrales en utilisant les résultats de von Kármán en 1948 [5] sans pour autant en dresser une liste exhaustive. Par la suite l'objectif sera de comparer le modèle de von Kármán théorique avec les données issues des calculs LES à Reynolds variables.



Le modèle utilisé par von Kármán provient de l'expression du spectre d'énergie (8) sous l'hypothèse que la turbulence est isotropique [7],

$$E(\kappa) = \frac{4\Gamma(\nu + 5/2)}{3\sqrt{\pi}\Gamma(\nu)} \frac{\sigma^2 \kappa^4 l^5}{(1 + \kappa^2 l^2)^{\nu+5/2}} \quad (16)$$

où  $\sigma^2$  est la variance,  $\kappa$  est l'intensité du vecteur d'onde,  $l$  "the length scale",  $\Gamma()$  est la fonction gamma et  $\nu$  est un paramètre qui définit la loi de puissance dans la zone inertiel ( $\kappa l \gg 1$ ). Pour notre étude il sera fixé à  $1/3$  afin de retrouver la loi de puissance de Kolmogorov à  $-5/3$  [2].

De cette expression il est possible d'obtenir les spectres 'streamwise' avec une intégration par rapport à  $k_2$  et  $k_3$  des spectres d'énergie  $E_{11}(\kappa)$ ,  $E_{22}(\kappa)$  et  $E_{33}(\kappa)$ :

$$\phi_{11}^1(k_c, z) = \frac{36\Gamma(17/6)\sigma_1 l}{55\sqrt{\pi}\Gamma(1/3)} \frac{1}{(1 + (k_c l)^2)^{5/6}} \quad (17)$$

$$\phi_{22}^1(k_c, z) = \frac{6\Gamma(17/6)\sigma_2 l}{55\sqrt{\pi}\Gamma(1/3)} \frac{(3 + 8(k_c l)^2)}{(1 + (k_1 l)^2)^{11/6}} \quad (18)$$

$$\phi_{33}^1(k_c, z) = \frac{6\Gamma(17/6)\sigma_3 l}{55\sqrt{\pi}\Gamma(1/3)} \frac{(3 + 8(k_c l)^2)}{(1 + (k_1 l)^2)^{11/6}} \quad (19)$$

avec  $\sigma_i = \langle u_i u_i \rangle$ ,  $l = C \frac{k_T^{3/2}}{\varepsilon}$ ,  $k_c = \frac{\omega}{U_c}$ .

Ce sont ces trois spectres que nous chercherons à comparer avec ceux obtenus à partir des données issus des modèles LES. Les résultats sont présentés en section 8. Nous expliquerons donc dans la dite section comment nous obtenons les valeurs de  $l$  et  $k_c$ .

\*\*\*

## 4 Modèles WMLES et WRLES

---

Pour commencer à décrire l'étude qui a été menée et les résultats qui ont été obtenus durant ce stage nous devons tout d'abord parler des modèles LES (large eddy simulation) de simulation numérique qui nous ont permis l'acquisition de données sur la turbulence. Nous ne détaillerons pas mathématiquement et numériquement ces modèles de simulation d'écoulement turbulent car ce n'est pas l'objet de ce rapport.

Les données analysées par la suite viennent de la simulation d'un écoulement turbulent en régime établi dans un canal droit parallélépipédique ("channel flow") (Figure 1). Les bords nord et sud par rapport au sens de l'écoulement sont des murs (condition 'Wall') et le reste des bords sont périodiques. Par la suite nous dénommerons l'axe de l'écoulement "streamwise" ( $\vec{x}$ ), l'axe normal au mur "wall-normal" ( $\vec{z}$ ) et l'axe normal au deux précédents "spanwise" ( $\vec{y}$ ).

Sur la Figure 1 une seule ligne de mesure dans les directions  $x$  et  $y$  est représentée par souci de clarté. Dans nos simulations nous en avons utilisé entre 5 et 10 selon le modèle. Le détail des maillages et des paramètres utilisés dans les simulations est présent dans la section suivante.

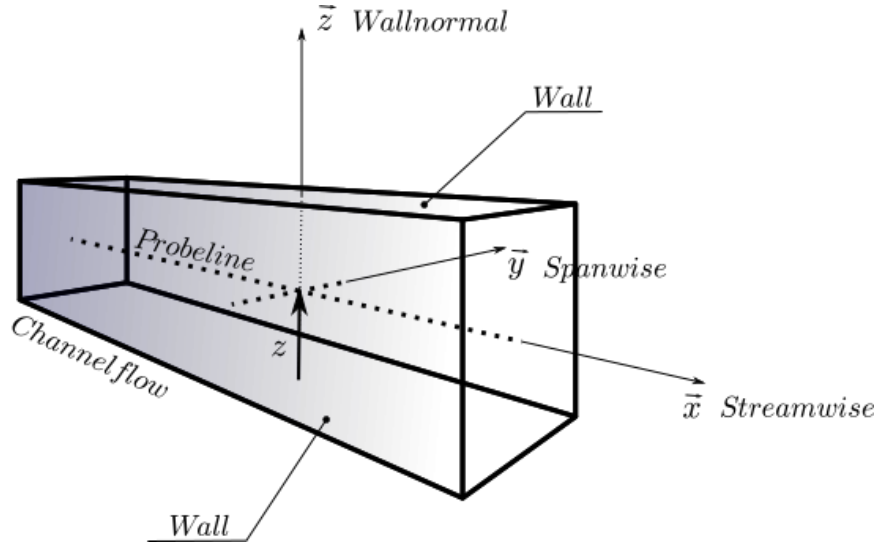


Figure 1: Schéma de la simulation "channel flow"

La Large Eddy Simulation (LES) est une méthode de simulation numérique utilisée pour résoudre les équations de Navier-Stokes en modélisant les écoulements turbulents. Contrairement aux méthodes plus simplifiées comme les Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS), qui modélisent toute la turbulence, la LES se concentre sur une approche plus fine. Elle consiste à résoudre explicitement les grandes structures tourbillonnaires de l'écoulement (grandes échelles) tout en modélisant les plus petites structures (petites échelles) qui ne peuvent être capturées directement.

La méthode LES repose sur un filtrage spatial des équations de Navier-Stokes. Ce filtrage sépare les grandes échelles (résolues) des petites échelles (modélisées via un modèle de sous-maillages). L'idée principale est que les grandes échelles de turbulence sont spécifiques à l'écoulement et doivent être directement simulées, tandis que les petites échelles, supposées plus universelles, peuvent être modélisées avec un modèle de turbulence de sous-maillages. Au niveau des parois la résolution des petites échelles devient nécessaire et donc les méthodes LES sont assez coûteuses même si le coût varie beaucoup en fonction du sous modèle choisi.

Dans notre étude nous avons utilisé deux sous modèles de type LES : le Wall-Resolved LES (WRLES) et le Wall-Modeled LES (WMLES).

Le modèle WRLES résout explicitement toutes les structures turbulentes, y compris celles présentes dans la couche limite proche des parois. Cela signifie qu'une résolution extrêmement fine est nécessaire à proximité de la paroi pour capturer les petites échelles de la turbulence. En pratique, cette approche est coûteuse, car la taille des mailles doit être très petite dans cette région, d'autant plus que le nombre de Reynolds est élevé.

Le modèle WMLES est une approche hybride dans laquelle on utilise un modèle de paroi (wall model) pour modéliser l'écoulement turbulent à proximité des parois, tandis que les grandes échelles turbulentes loin des parois sont résolues de manière explicite par la LES. En d'autres termes, la WMLES évite la nécessité de résoudre explicitement les petites structures turbulentes dans la couche limite, ce qui permet d'utiliser une grille plus grossière près des parois, réduisant ainsi les coûts de calcul.

\*\*\*

## 5 Analyse simple des variables de vitesse turbulente afin de valider les jeux de données

Dans cette section nous réalisons une analyse visuelle et comparative des données de sortie obtenu afin de voir si les résultats correspondent aux attentes d’une simulation d’écoulement turbulent dans un ”channel flow”. Les paramètres utilisés pour les trois simulations sont dans le tableau 1:

Grandeurs	WRLES $Re_\tau = 395$	WMLES $Re_\tau = 1000$	WRLES $Re_\tau = 1000$
Dimension du canal ( $x \times y \times z$ )	$2\pi \times \pi \times 2$	$4\pi \times 1.5\pi \times 2$	$4\pi \times 1.5\pi \times 2$
Masse volumique fluide	$\rho = 1.0$	$\rho = 1.0$	$\rho = 1.0$
Vitesse à ”l’infinie”	$u_\infty = 1.0$	$u_\infty = 1.0$	$u_\infty = 1.0$
Grille ( $N_x \times N_y \times N_z$ )	$256 \times 128 \times 1936$	$192 \times 96 \times 96$	$640 \times 257 \times 320$
Nombre d’iteration	$N_{iter} = 50000$	$N_{iter} = 75000$	$N_{iter} = 150000$
Pas de temps	$\delta t = 0.01$	$\delta t = 0.01$	$\delta t = 0.004$
Nombre de Reynolds	$Re = 13800.0$	$Re = 40000.0$	$Re = 40000.0$
Reynolds de frottement	$Re_{tau} = 388.97$	$Re_{tau} = 968.55$	$Re_{tau} = 980.86$
Viscosité dynamique	$\mu = 0.000145$	$\mu = 5e - 05$	$\mu = 5e - 05$
Viscosité cinématique	$\nu = 0.000145$	$\nu = 5e - 05$	$\nu = 5e - 05$
Vitesse de frottement	$u_\tau = 0.0564$	$u_\tau = 0.0484275$	$u_\tau = 0.0484275$

Table 1: Paramètres des simulations numériques LES effectuées

Afin de valider les résultats des calculs LES nous avons à disposition des données issues de calculs DNS (Direct Navier-Stokes) [3]. Aussi concernant le cas  $Re = 395$ , un calcul utilisant un modèle RANS ( $k - \omega$ ) a été effectué. Pour que les résultats soient comparables les données ont été relevées aux même hauteurs adimensionnelles que les calculs DNS (tab. 2).

Modèles	localisation normal ( $z^+$ )
WRLES $Re_\tau = 395$	5, 20, 40, 98, 151, 199, 251, 302, 392,
WMLES $Re_\tau = 1000$	151, 199, 251, 302, 380.04, 392, 503.63, 638.27, 762.79, 990.67
WRLES $Re_\tau = 1000$	20, 40, 98, 151, 199, 251, 302, 380.04, 392, 503.63, 638.27, 762.79, 990.67

Table 2: Hauteurs adimensionnelles auxquelles ont été relevées les quantités de vitesse

Les grandeurs relevées auxquelles nous nous sommes intéressé dans ce travail sont les vitesses ”stream-wise” ( $u_x, u_1$  ou  $u$ ), ”spanwise” ( $u_y, u_2$  ou  $v$ ) et wall-normal ( $u_z, u_3$  ou  $w$ ). Nous noterons par la suite les vitesses moyennes turbulentes avec des majuscules ( $U, V, W$ ) et les fluctuations turbulentes de vitesse avec des minuscules ( $u, v, w$ ).

Regardons les profils de vitesse moyenne et des composantes du tenseur de Reynolds ainsi que le profil d’énergie cinétique turbulente,  $k_T = \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2)$  tracé en **Figures 2** et **3**. Toutes ces vitesses ont été addimensionnées par la vitesse de frottement  $u_\tau$ . Les vitesses moyennes sont obtenues en faisant une moyenne à la fois en temps et en espace. Pour obtenir les fluctuations turbulentes on soustrait cette moyenne aux données brutes.

• Notons que dans la majorité des figures présentes dans ce rapport l'axe des ordonnées est partagé entre les sous-graphes. Il est aussi important de relever qu'afin de garder une certaine synthèse du travail et une meilleur cohérence j'ai choisi de laisser en potentiel ouverture à ce travail la comparaison des différents modèles de calcul LES. C'est pourquoi le choix à été fait de présenter uniquement les figures correspondant au modèle WRLES- $Re_{\tau}395$  même si les mêmes courbes ont pu être tracées pour les deux autres modèles à  $Re = 1000$  une fois que le code de calcul était terminé.

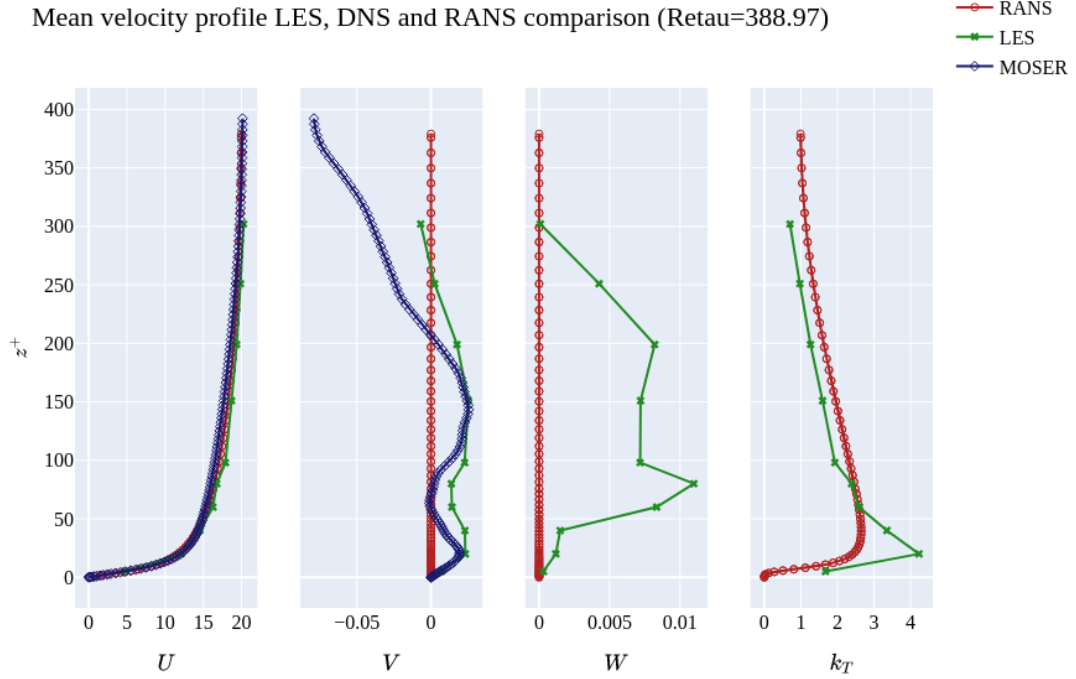


Figure 2: Profils de vitesse moyenne addimensionnée et d'énergie cinétique turbulente. Les données ont été comparées aux profils des données DNS et RANS quand cela était possible.

Nous avons un développement de la couche limite turbulente visible en regardant la vitesse moyenne  $U$  de la **Figure 2**. Aussi les profils de vitesse "streamwise" sont comparables aux données DNS et RANS. Par ailleurs les vitesses "spanwise" et "wall-normal" sont petites devant cette dernière et le comparatif est donc un peu moins idéal. On observe un certain décalage dans la comparaison des composantes du tenseur de Reynolds pour celles incluant  $u_2$  et  $u_3$ . Ces écarts sont attendu car la DNS est une méthode de résolution directe des équation de Navier-Stokes et donc les résultats sont plus précis que pour le cas de la LES où un filtrage est appliqué aux petites structures. Dans un grand nombre de cas concernant la simulation numérique appliquée à la mécanique des fluides, afin de vérifier la véracité des calculs d'un modèle on les compare à une simulation simple calculée avec un modèle DNS considéré alors comme une solution quasi-exact. Malgré ces différences dû au modèle utilisé, les profils de vitesse et celui d'énergie cinétique restent semblables. Nous pouvons donc considérer que ces données calculées par le modèle LES sont utilisable pour une analyse plus approfondie.

La même étude à été mener pour les deux modèles à Reynolds 1000. Concernant ces derniers il est intéressant de noter que l'augmentation du nombre de Reynolds à considérablement augmenté le temps de calcul entre autres pour le modèle WRLES (cf. section 4). Aussi pour chaque schéma les jeux de données était lourd ( 83 Go). Il a donc fallut optimiser l'utilisation de la mémoire vive (RAM) durant le calcul. Nous avons choisi de séparer les données vis à vis des itérations en temps et au lieu d'avoir

des vecteurs à 50000, 75000 et 150000 itérations en temps, ils sont de  $2^{10}$ ,  $2^{11}$  ou  $2^{13}$  itérations (au choix de l'utilisateur et de la RAM disponible). Ensuite nous avons effectué une moyenne sur les sous groupes afin d'étudier correctement tout le jeu de données.

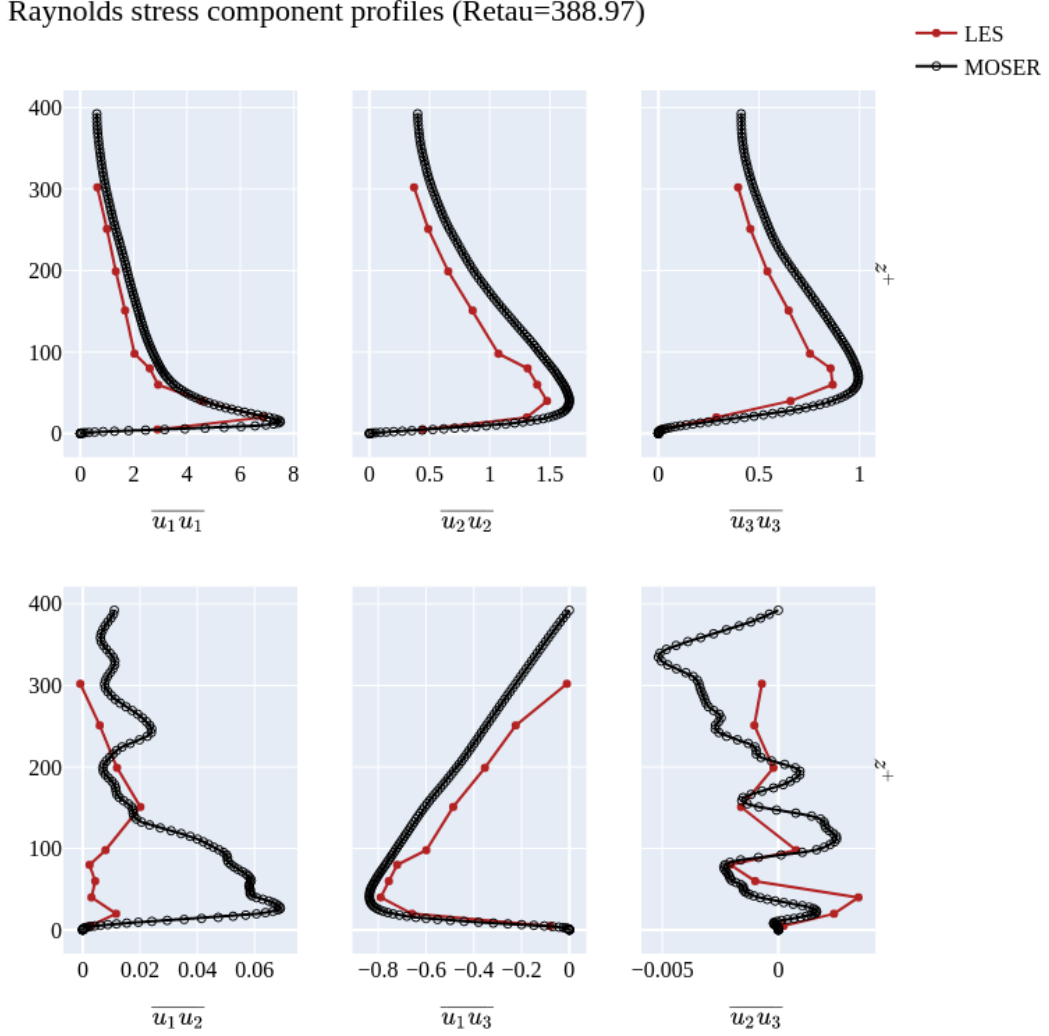


Figure 3: Profils de fluctuation. Les données ont été comparées au profils des données DNS.

Les jeux de données semblant correctes nous allons pouvoir nous pencher sur l'hypothèse de turbulence figée (prop. 3). Dans la théorie de résolution numérique des équation de la turbulence cette hypothèse est faite. Nous voulons donc voir si les résultats du calcul la confirme.

\*\*\*

## 6 Validation de l'hypothèse de turbulence figée

---

Pour cette section nous nous appuyerons sur l'équation 15 qui traduit mathématiquement l'hypothèse de turbulence figée. Nous voulons vérifier que le spectre calculé par rapport à l'espace est, à une constante près, égale au spectre calculé par rapport au temps. Cette constante correspond à la vitesse de convection moyenne du fluide dans le sens de son écoulement dans le canal qu'on notera  $U_c$ . Il faut donc tout d'abord trouver cette constante. Pour cela nous allons calculer la fonction d'autocorrelation bidimensionnelle  $R(\delta t, \delta x)$  et tracer ses iso-valeurs sur le plan  $(\delta x, \delta t)$  (**Figure 4**). La pente définie par la direction des ellipses correspond à  $\frac{1}{U_c}$ .

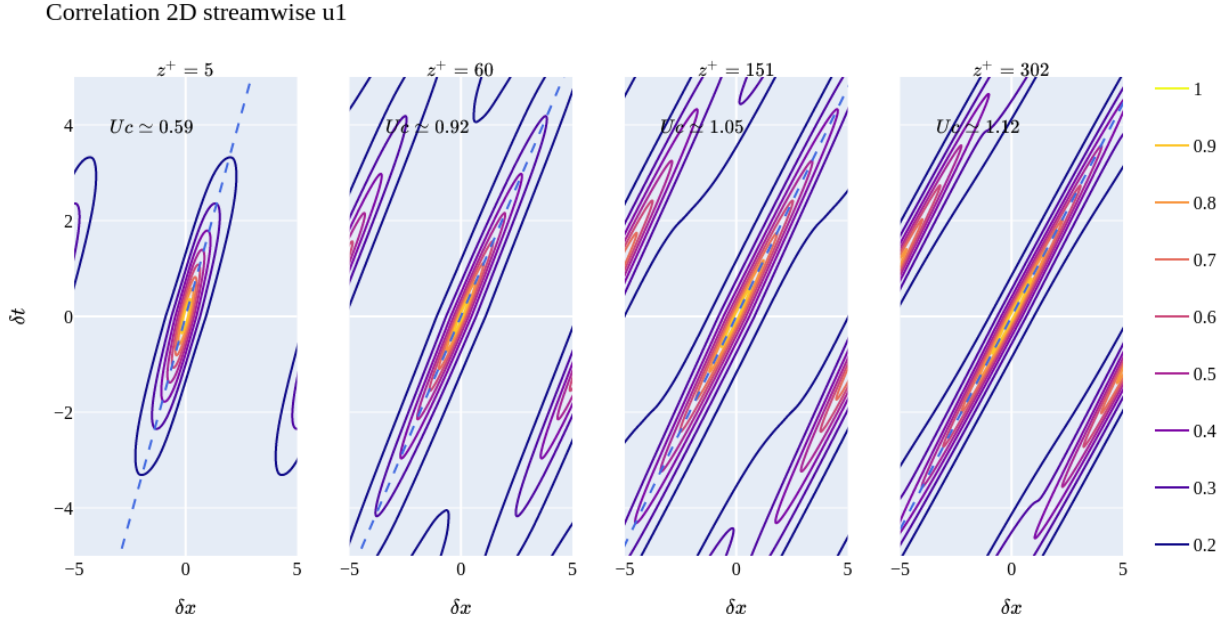


Figure 4: Iso-valeur de la fonction d'autocorrelation 2D selon la direction  $x$  et le temps  $t$  à différentes hauteurs  $z^+$ . Obtention de la valeur de  $U_c$  par approche linéaire de la direction des ellipses.

Les valeurs de  $U_c$  trouvées doivent se rapprocher des valeurs moyennes de vitesse "streamwise"  $U_1$  (cf. **Annexe Figure 11**).

À présent on calcule le spectre selon le nombre d'onde  $k$  (espace) et selon la fréquence  $\omega$  (temps) en utilisant la méthode de Welch [6] avec une fenêtre de "hann". En regardant la **Figure 5** les deux spectres se superposent. On pourra remarquer que la courbe en temps (en bleue) est d'avantage bruitée que celle en espace (en rouge). Cela est du au nombre d'itération plus nombreuses en temps qu'en espace. Au regard de cette figure il est possible de conclure que l'équation 15 est vérifiée et que l'hypothèse de turbulence figée est donc bien admissible dans notre simulation.

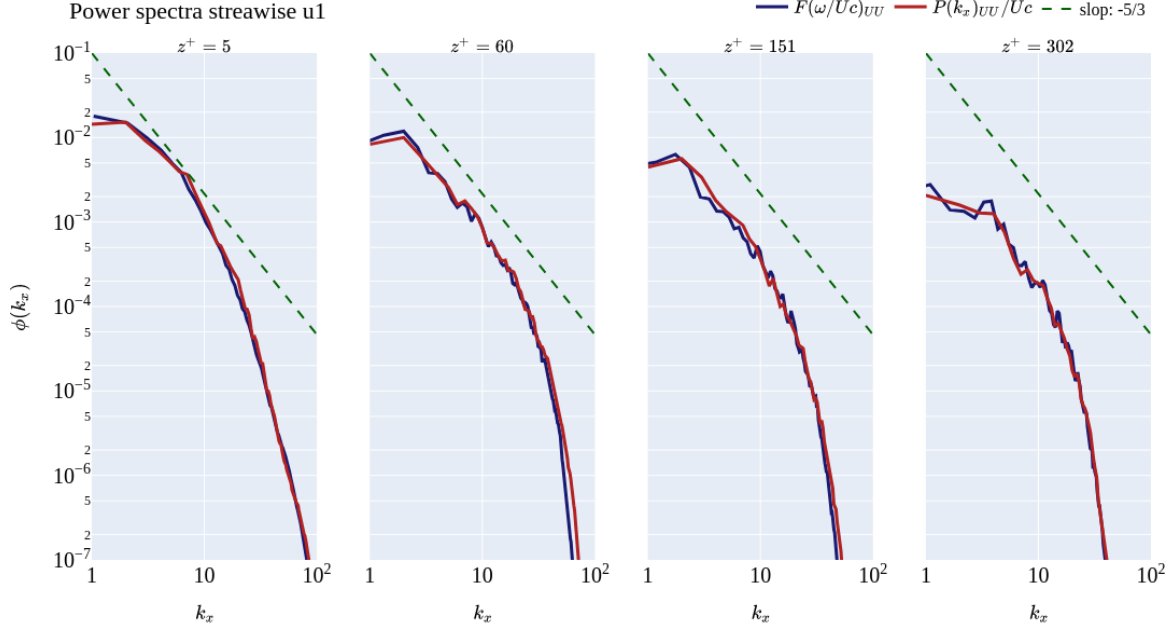


Figure 5: Comparaison des spectres de puissance en temps ( $F$ ) et dans la direction  $x$  ( $P$ ) tracer en fonction de  $k_x$  le nombre d'onde "streamwise". En pointillé (- -) la pente  $k_x^{-5/3}$  vérifiant la décroissance de Kolmogorov [2]

\*\*\*

## 7 Détermination du coefficient de décorrélation

Une grandeur statistique intéressante à regarder est la corrélation (Équation 3) afin de voir son évolution en fonction de  $r = \delta x$  par rapport à un point de référence.

Pour points de référence nous prendrons les premiers point à  $x = \delta x$  à quatre hauteurs différentes. En **Figure 6** vous trouverez les courbes d'auto-corrélation ( $R_{UU}$ ,  $R_{VV}$ ,  $R_{WW}$ ) de vitesses dans les trois directions selon les points de relevés "streamwise". En annexe est présenté la même figure mais pour les relevés "spanwise", **Figure 12**. On peut remarquer que quelque soit la direction les vitesses de décorrélation sont du même ordre de grandeur. Cela montre l'homogénéité de l'écoulement dans les directions "streamwise" et "spanwise".

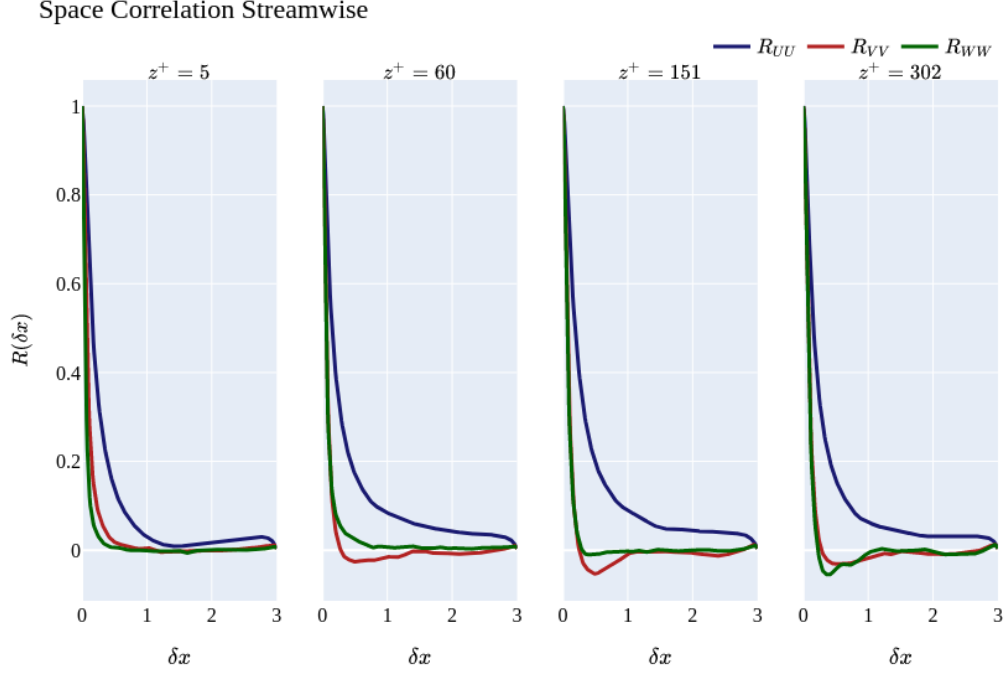


Figure 6: Corrélation streamwise des grandeur de vitesse dans les trois directions

À présent nous cherchons à déterminer le coefficient de décorrélation qu'on nommera  $\gamma$ . Si on suppose que l'écoulement est isotrope, homogène dans la direction de détermination du coefficient et que l'hypothèse de turbulence figée est vérifiée alors il est possible de déterminer l'équation suivante:

$$\phi(r, \omega) = \frac{e^{-|\gamma k_c r| + j k_c r}}{U_c} \phi(\omega) \quad (20)$$

avec  $r = \delta x$ ,  $k_c = \omega/U_c$  le nombre d'onde "streamwise",  $\gamma$  le coefficient de décorrélation et  $j$  le nombre imaginaire tel que  $j^2 = -1$ . Le spectre  $\phi(\omega)$  a été calculé avec la méthode de Welch et le spectre  $\phi(\delta x, \omega)$  a été calculé en appliquant une transformé de Fourier à la fonction de corrélation bidimensionnelle  $R_{ii}(r, \tau)$  en fonction du temps.

Ainsi il est possible de tracer  $\beta = |\gamma k_c r|$  en fonction de  $k_c$  (ou  $\omega = k_c U_c$ ) (**Figure 7**) ou  $r$  (**Figure 13 Annexe**) et de déterminer  $\gamma$ . Dans la littérature on trouve des coefficients de décorrélation de l'ordre de 0.3. Une fois la fonction  $\beta$  tracée on a alors le coefficient de pente calculé en **Figure 7**,  $c = \gamma r/U_c$ . On peut donc déterminer le coefficient de décorrélation dont on a donné les valeurs en **Figures 8** pour les trois composantes de vitesse.

Il semblerait que nous n'obtenions pas le coefficient attendu, notamment pour des points très rapprochés ( $r$  petits). En effet ceci se trouve autour de  $\gamma = 6$  ce qui est aberrant. Cela signifie probablement que le modèle utilisé pour déterminer l'équation 20 ne s'applique pas dans notre cas. Par exemple dans la réalité des mesures nous savons que l'isotropie n'est pas vérifié.



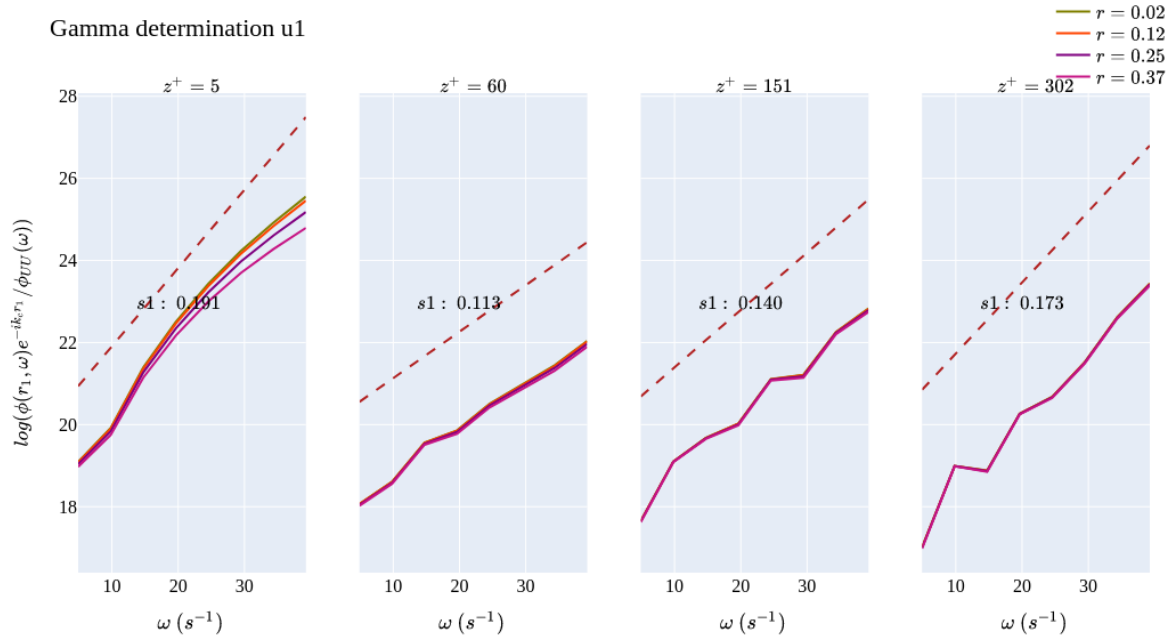


Figure 7: Tracé de la fonction  $\beta$  en fonction de  $k_c$  pour la vitesse  $u_1$  à quatre hauteurs dans le canal et pour quatre différents  $r$ . Les pointillés représente la pente approchée de la courbe

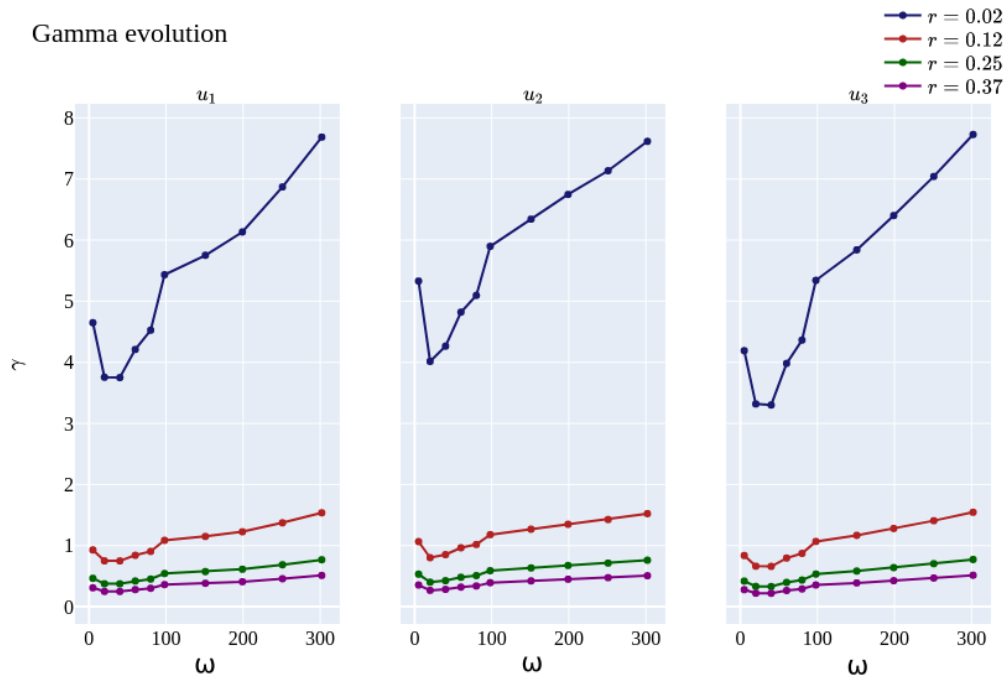


Figure 8: Évolution du coefficient de corrélation  $\gamma$  en fonction de  $\omega$  pour différentes distances  $r$

\*\*\*

## 8 Comparaison spectrale avec la théorie de von Kármán

Nous voulons maintenant comparer les spectres obtenus avec les modèles LES et ceux obtenus avec la théorie de von Kármán explicités en section 3. Nous comparons aussi ces résultats aux données DNS [3]. La théorie de von Kármán s'appuie sur l'hypothèse d'isotropie qui n'est pas totalement valide dans le cas de notre simulation. Nous voulons donc quantifier les écarts en énergie que la théorie de von Kármán possède avec les modèles LES et DNS. Pour cela nous utilisons les équations 17, 18 et 19 pour calculer les spectres de densité d'énergie selon la théorie de von Kármán. Les valeurs du nombre d'onde  $k_c$  et de  $l$  sont obtenues à l'aide d'un calcul RANS impliquant les mêmes paramètres que ceux utilisés pour les méthodes LES. Les spectres issus des données LES sont quant à eux calculés grâce à la méthode de Welch en espace (**Figure 9**). La pente de coefficient  $-\frac{5}{3}$  a été tracée en pointillés sur la **Figure 9** afin de vérifier la théorie de Kolmogorov. Pour une meilleure visibilité notamment pour les  $z^+ = 60, 151, 302$  vous pouvez vous référer à la **Figure 14** en annexe.

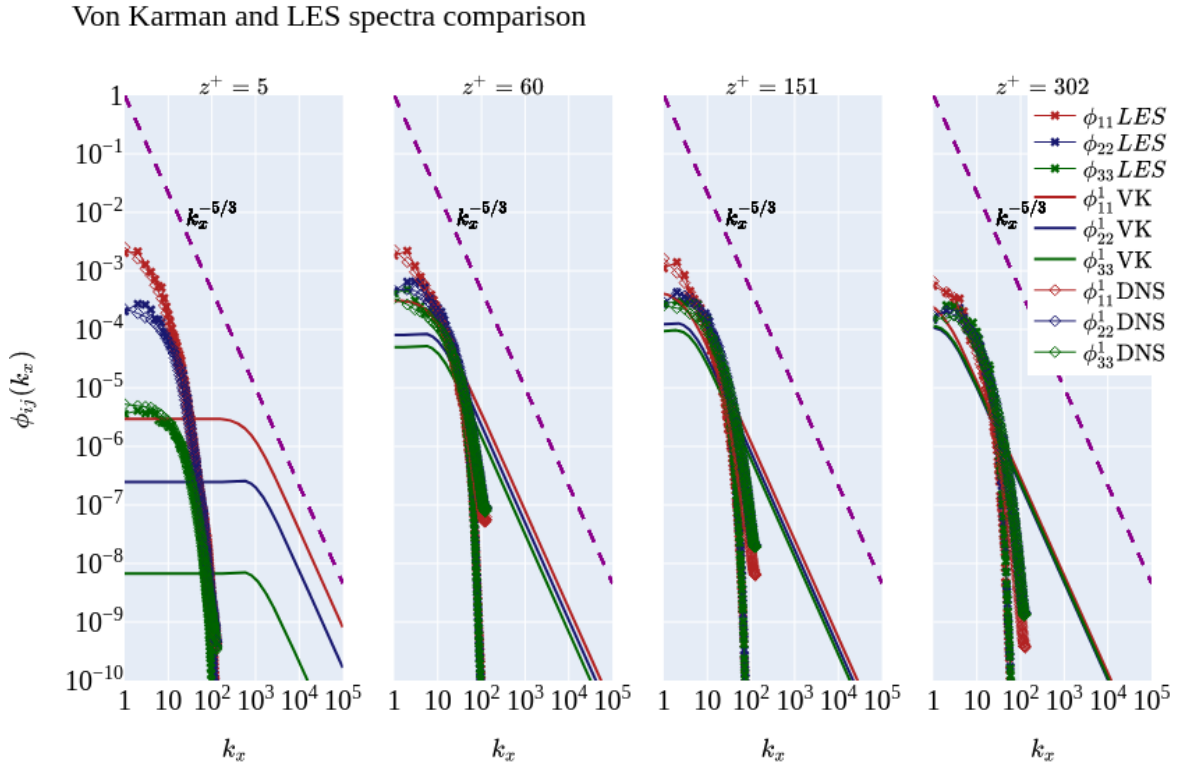


Figure 9: Comparaison des spectre de densité d'énergie issus de la théorie de von Kármán avec ceux issus des données LES et DNS.

Il y a une bonne superposition des courbes sur la **Figure 9** des résultats LES avec ceux issues des calculs DNS. Cela confirme que notre jeu de données calculés par la méthode LES est admissible. Pour autant un écart conséquent est visible avec la théorie de von Kármán. En effet dans la théorie de von Kármán le spectre s'étend sur un nombre d'onde ( $k_x$ ) infinie ce qui n'est pas admissible dans une simulation numérique. La quantité d'énergie (aire sous les courbes de spectre) est donc répartie différemment entre la théorie et les résultats de simulation. Nous voulons donc s'avoir si la quantité

d'énergie, c'est à dire mathématiquement l'intégrale des fonctions spectrales, sont équivalentes. En **Figure 10** on constate que le rapport de ces grandeurs noté  $l_{ii}$  sont entre 2 et 3. L'écart en énergie s'explique principalement par le caractère anisotropique de l'écoulement. La théorie de von Kármán n'est donc pas une parfaite approximation de ce phénomènes de turbulence en canal pour autant dans certain cas ce modèle théorique reste une bonne approximation. Pour améliorer ce modèle de von Kármán ce qui est fait est d'ajouter des coefficients d'anisotropie  $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$  (un pour chaque composante de vitesse) au expression des spectres et de trouver le meilleur trouple pour obtenir un ratio d'intégrale proche de 1.

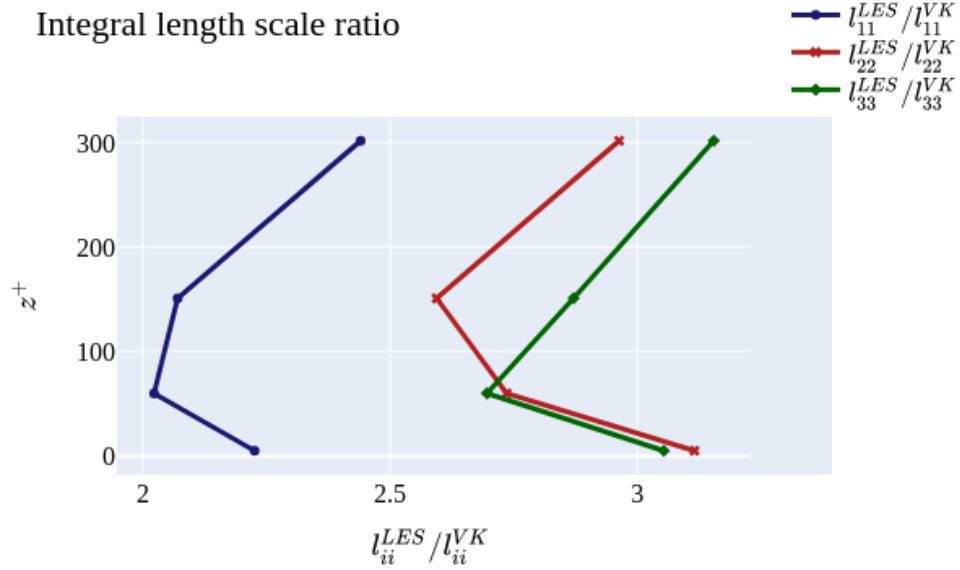


Figure 10: Rapport des échelles de longueurs intégrales entre les données LES et la théorie von Kármán

\*\*\*

## 9 Conclusion

Notre travail a permis dans un premier temps de valider les résultats du code LES. Par la suite nous avons vérifiés une hypothèse forte, celle de turbulence figée. Avec ces deux résultats cela permet d'avoir confiance quant à l'utilisation des modèles WRLES et WMLES dans le cas d'une simulation en soufflerie comme celle détaillée dans le rapport. On a pu par la suite chercher à retrouver le coefficient de décorrélation. Cela n'a pas abouti à de résultats convaincants mais pour autant il reste intéressant vis à vis de l'invalidité de l'équation 20 dans notre cas. Pour finir nous avons pu observer les écarts entre la théorie de von Kármán et les résultats numériques LES et DES dans notre configuration, principalement causés par l'anisotropie de l'écoulement réel. À notre connaissance, cela n'avait jamais été fait auparavant et on a pu constater que la théorie de von Kármán ne permet pas de recouvrir toute l'énergie que nous obtenons avec les résultats de simulation.

Une possibilité de suite à ce travail serait de faire la comparaison entre les deux modèles WRLES et

WMLES. En effet au niveau temps de calcul le modèle WMLES est bien plus rapide. Il faudrait donc voir si les résultats donnés par celui-ci sont assez satisfaisants par rapport au modèle WMLES afin de déterminer lequel est le plus intéressant dans le cas de notre simulation.

Une autre possibilité serait d'écrire un code capable de déterminer les trois coefficients d'anisotropies à intégrer à la théorie de von Kármán afin quelle puisse être un modèle théorique admissible.

L'objectif à terme est de pouvoir utiliser le code établie durant ces trois mois pour effectuer des calculs similaires sur une simulation de pale d'éolienne en soufflerie. En revanche dans ce nouveaux cas l'écoulement n'est plus homogène dans aucune direction ce qui rend les calculs plus compliqués. Le code à été écrit de sorte à ce qu'il soit modulaire et donc facilement malléable. Il serait donc assez simple, au niveau de la programmation, d'adapter le code au cas d'une pale. En revanche il faudrait faire attention aux calculs qui n'ont plus de sens dans ce cas précis.

## 10 Annexe

---

### 10.1 Figures annexes

Dans cette annexe j'ai seulement voulu présenter quelques figures de plus pour préciser certains points évoqué dans le rapport.

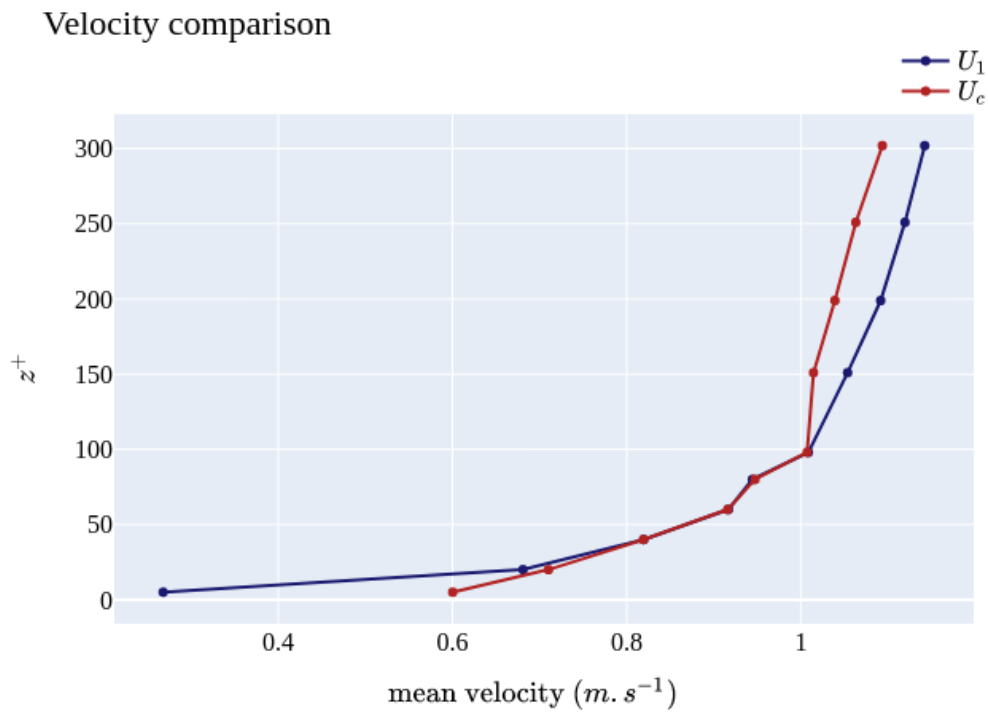


Figure 11: Comparaison entre la vitesse d'écoulement "streamwise" obtenue par moyennage et obtenu par calcul de la pente générer par les ellipses de la corrélation 2D (Figure 4)

### Space Correlation Spanwise

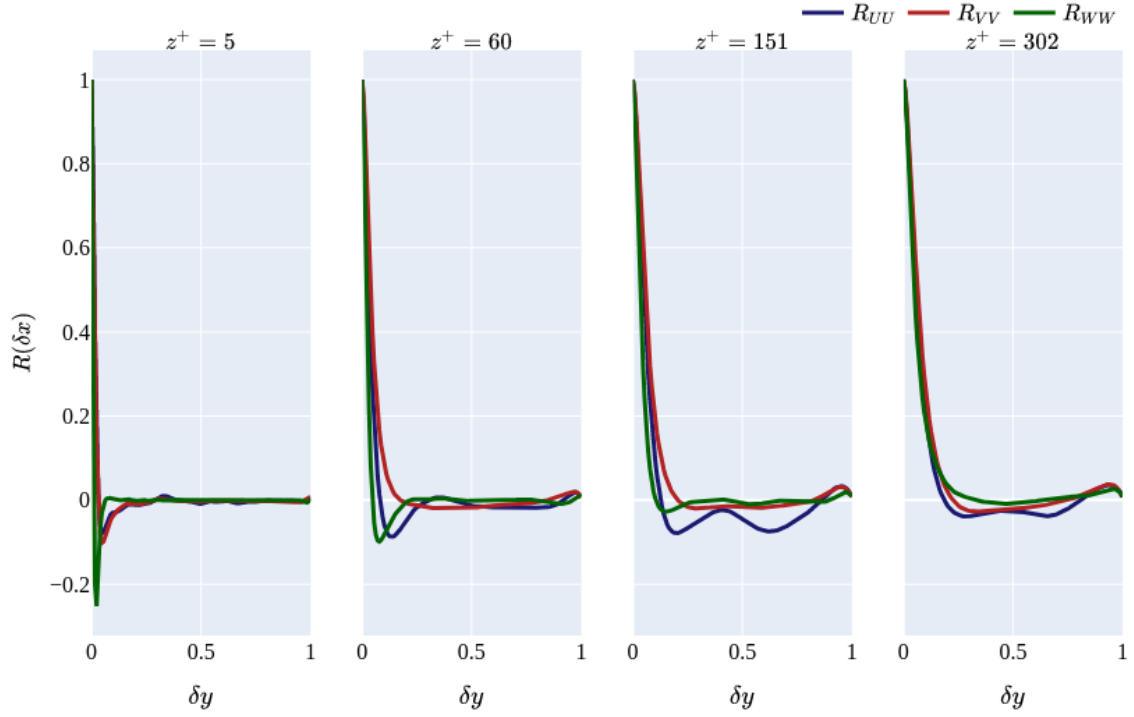


Figure 12: Corrélation spanwise des grandeur de vitesse dans les trois directions

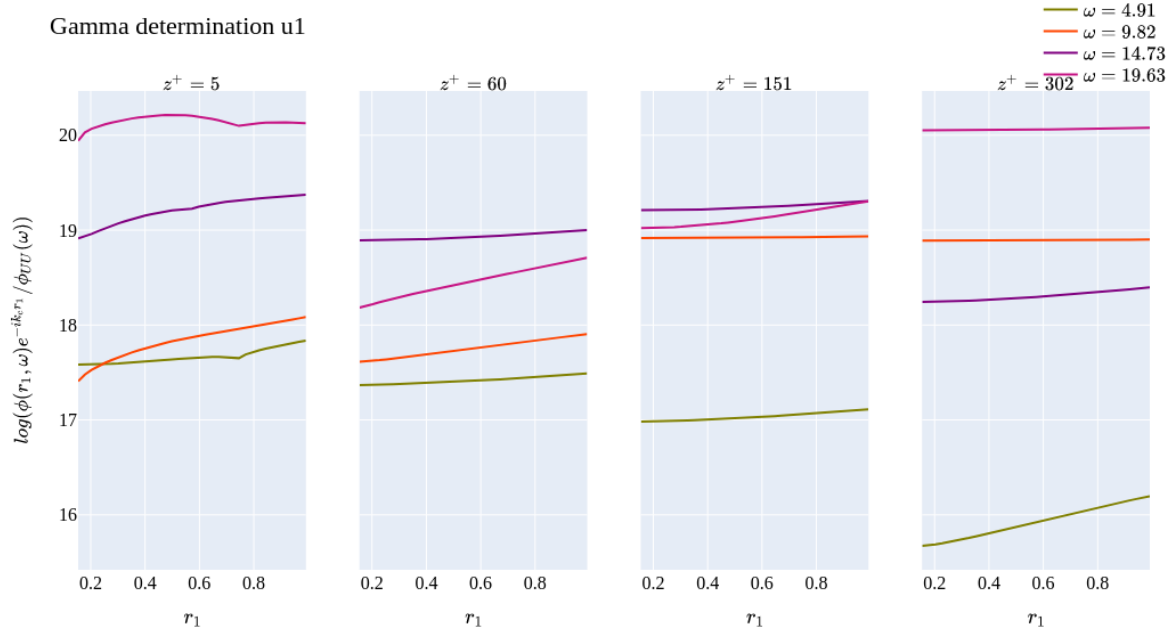


Figure 13: Tracé de la fonction  $\beta$  en fonction de  $r$  pour la vitesse  $u_1$  à quatre hauteurs dans le canal et pour quatre différents  $\omega$

# Von Karman and LES spectra comparison

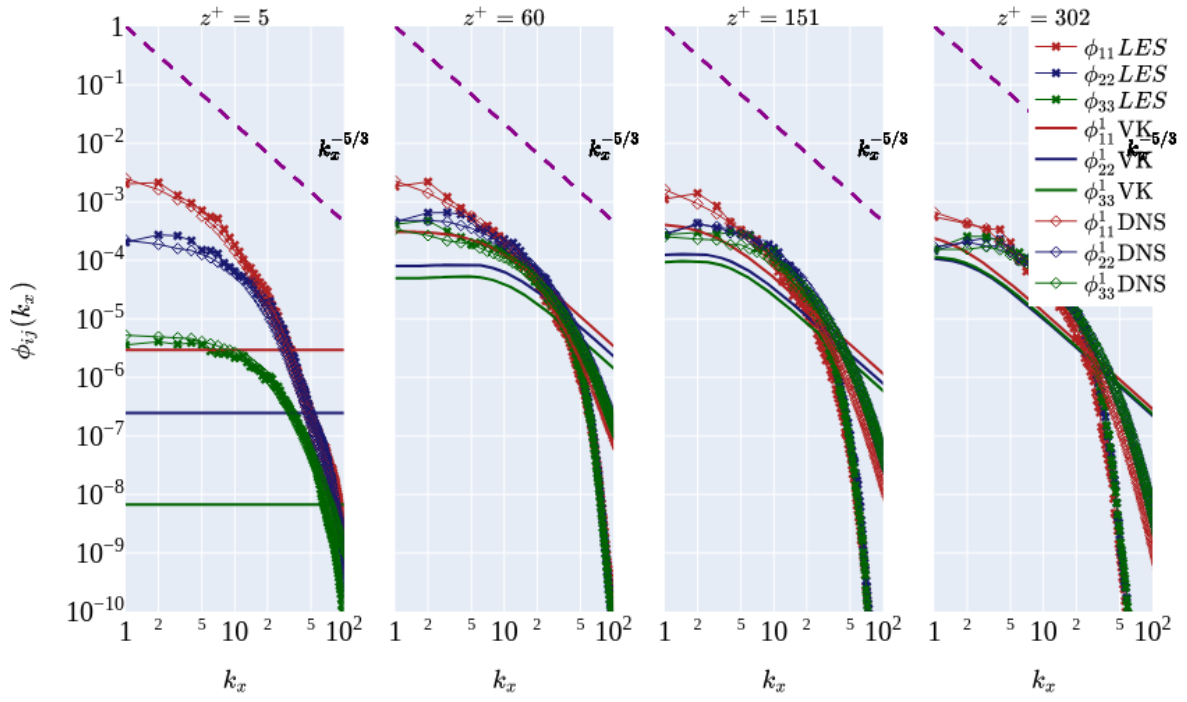


Figure 14: Comparaison des spectre de densité d'énergie issus de la théorie de von Kármán avec ceux issu des données LES et DNS.

## 10.2 Annexe du CREGE

Dans cette annexe nous allons détailler la gestion des projets au laboratoire DTU Wind and Energy Systems dans lequel j'ai pu effectuer mon stage. Celui-ci est un laboratoire de recherche travaillant sur plusieurs domaines de la physique et de l'ingénierie appliqué à l'amélioration technologique des éoliennes dans le cadre d'une transition vers une énergie décarbonée.

Dans le laboratoire plus de 200 projets sont actuellement en cours à la fois académiques et industrielles. À DTU la part d'application industrielle des projets et mise en avant et dans de nombreux cas les chercheurs travaillent en collaboration avec des industrielles. Un accent est aussi mis sur le développement international de ces projets. Le laboratoire est représenté par des organisations danoises et internationales (ex. Wind Europe) ainsi que par des plateformes de recherche et développement travaillant dans l'énergie renouvelable.

De plus le campus de DTU Risø possède des équipements qui permettent aux équipes de recherche d'effectuer la majorité du travail de recherche aux même endroit en utilisant les même infrastructure. Cela permet un raccourcissement conséquent des délais et une minimisation du coût des projets. Quelque exemple d'équipement peuvent être donné comme une des plus grande soufflerie du monde, plusieurs éoliennes servant à l'expérimentation ou encore un gros cluster de calcul pour la simulation numérique.

Tous ces atouts permettent aux projets proposés au sein du laboratoire d'être reconnus, financer et d'aboutir à une application industrielle concrète.

Cela étant dis regardons plus en détail la structure du laboratoire et intéressons nous au déroulement des projets au sein de cette entité.

DTU Wind and Energy Systems est structuré en 4 divisions et 20 sections toutes ayant des thèmes de travail différents en rapport avec l'éolien. Pour mieux comprendre la structure du laboratoire vous pouvez vous référer à la **Figure 15**

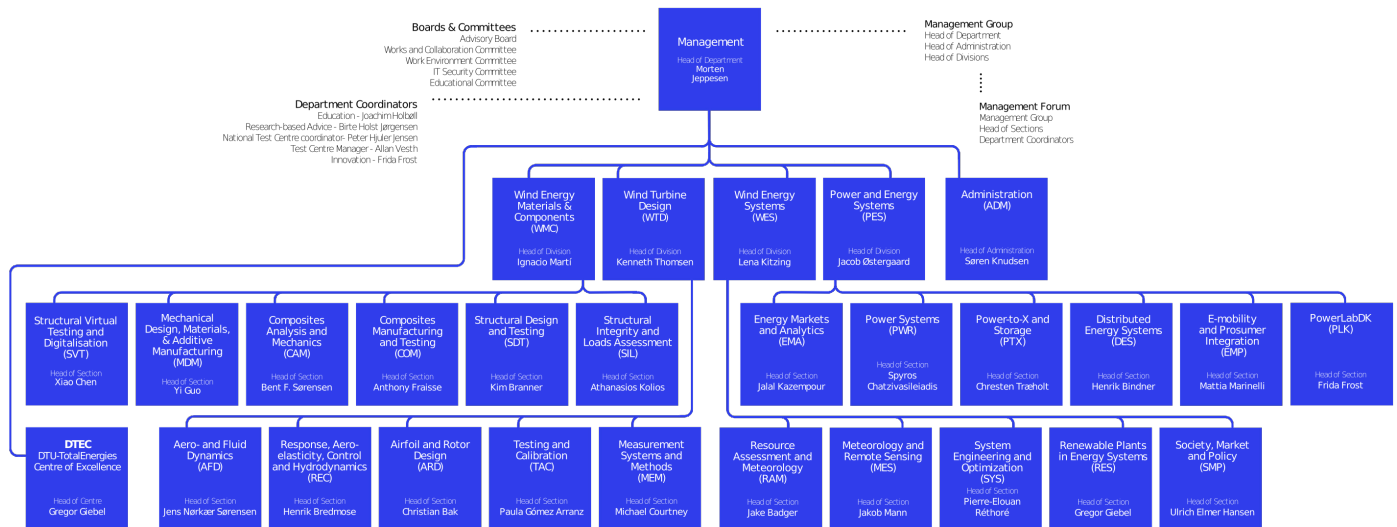


Figure 15: Structuration du laboratoire DTU Wind and Energy Systems

Cette hiérarchisation permet de structurer les projets autant dans leur constitution que dans leur suivie. Il y a deux types de projet. Les projets académiques ou de recherche qui sont proposés par une ou plusieurs personnes d'une section qui, à la suite d'une validation par le chef de section, sera présenté à



la direction de la division concernée ainsi qu'au groupe d'administration de projet. On peut voir dans la **Figure 15** que pour la partie de management du laboratoire, en haut de l'organigramme à droite, il y a une partie de management de groupe et un forum de management. Ce sont les personnes qui ont ces posts qui permettent la validation des projets et la communication avec les entreprises concernées par ceux-ci.

Le seconde type de projets sont industriels. Celui-ci vois le jour à la suite d'une demande d'entreprise qui propose un projet avec un cahier des charges. Ainsi le groupe de management reçoit la demande et juge quant à la capacité du laboratoire à réaliser le projet. Il se peut que le cahier des charges soit revu avec l'entreprise si nécessaire. Si le projet est accepté alors il est proposé à une équipe du laboratoire qui travail dans le domaine le plus adapté à la demande.

Concernant les projets de recherche ou académiques un financement est souvent nécessaire. Il peut être assez compliqué à trouver. La demande se fait sous forme de rapport expliquant le but du projet et comment y parvenir. Alors il faut parfois faire preuve d'un peu d'ingéniosité lexicale pour rendre le projet plus attractif.

L'organisation des projets est fait au niveaux de la sections avec une mise en place des échéances et la répartition du travail entre les différents acteurs. Cela est souvent fait avec le chef de section, des membres des groupes de management et du personnel de l'administration.

Le suivi des projets est fait à la fois au niveau de la section et au niveau de la division. Cela est majoritairement fait avec des réunions d'équipe plus ou moins espacées lors desquels l'avancement et les difficultés du projet sont présentés par l'équipe ou la personne qui travail dessus sous forme de présentation orale avec support numérique. Dans le cas où le projet est industriel alors des réunion sont organisées avec l'entreprise afin de leur présenter les avancements et de leur remettre un rapport d'état.

## References

- [1] Protocole de mesure de l'impact acoustique d'un parc éolien terrestre. 2023.
- [2] Andrei Nikolaevich Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds numbers. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 434(1890):9–13, 1991.
- [3] Myoungkyu Lee and Robert D Moser. Direct numerical simulation of turbulent channel flow up to. *Journal of fluid mechanics*, 774:395–415, 2015.
- [4] Jean Mathieu and Julian Scott. *An introduction to turbulent flow*. Cambridge University Press, 2000.
- [5] T. Von Karman. Progress in the statistical theory of turbulence. proceedings of the national academy of sciences. *Proceedings of the National Academy of Sciences USA*, 34(11):530–539, 1948.
- [6] P. Welch. The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, 15(2):70–73, 1967.
- [7] D Keith Wilson. Turbulence models and the synthesis of random fields for acoustic wave propagation calculations. *Army Research Laboratory: Adelphi, MD, USA*, 1998.