

Calcul Parallèle

Partie I : Equilibre de charge

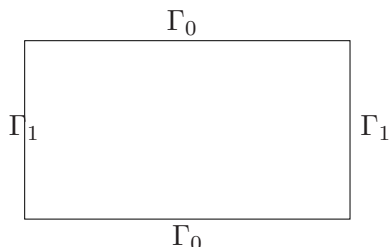
Discutez de l'importance de l'équilibre de charge lors de l'élaboration d'un code de calcul parallèle permettant la résolution d'équations aux dérivées partielles.

- Expliquez quels sont les enjeux, les difficultés et les moyens disponibles lorsque l'on est confronté aux deux principaux types de maillages rencontrés en calcul scientifique : **les maillages structurés et les maillages non-structurés.**
- **Illustrez votre analyse par des résultats obtenus en cours et en projet**
 - * Avec des exemples de partitions SCOTCH et METIS (sur le maillage du cours et/ou sur vos propres maillages Gmsh).
 - * **Tracez et analysez les résultats de Speed-up**
 - **Détaillez** la procédure permettant de tracer les courbes de Speed-up et/ou d'efficacité sur le code éléments finis.
 - **Prenez soin d'expliquer le parallélisme effectué dans le code en détaillant** les aspects bloquants ou non bloquants de vos communications.
 - **Analysez en détail** les résultats obtenus avec le code éléments finis.
 - **Précisez minutieusement les environnements** de calcul utilisés. Utilisez au moins 2 environnements différents avec obligatoirement soit plafrim soit une machine du CREMI multi-coeurs. Précisez les commandes de compilation utilisées et les modules chargés le cas échéant.

Partie II : mise en oeuvre d'une méthode de décomposition de domaine de type Schwarz sur maillage Cartésien régulier

1 - Résolution de l'équation de conduction instationnaire

On se place dans le domaine $[0, L_x] \times [0, L_y]$ de \mathbb{R}^2 dans lequel on résoud l'équation de conduction instationnaire suivante :

$$(1) \quad \begin{cases} \partial_t u(x, y, t) - D \Delta u(x, y, t) = f(x, y, t) \\ u|_{\Gamma_0} = g(x, y, t) \\ u|_{\Gamma_1} = h(x, y, t) \end{cases}$$


The diagram shows a rectangle representing a domain. The top and bottom edges are labeled Γ_0 , and the left and right edges are labeled Γ_1 .

2 - Conditions de bord et second membre pour les cas de validation

On utilisera les cas suivants pour valider le travail avec $L_x = L_y = 1$ et $D = 1$:

a - Les solutions stationnaires résultant des conditions suivantes

$$f = 2 * (x - x^2 + y - y^2) \quad \text{avec} \quad g = 0 \quad \text{et} \quad h = 0$$

Puis

$$f = \sin(x) + \cos(y) \quad \text{avec} \quad g = \sin(x) + \cos(y) \quad \text{et} \quad h = \sin(x) + \cos(y)$$

b - La solution instationnaire périodique résultant des conditions suivantes

$$f = e^{-(x-\frac{Lx}{2})^2} e^{-(y-\frac{Ly}{2})^2} \cos(\frac{\pi}{2}t) \quad \text{avec} \quad g = 0 \quad \text{et} \quad h = 1$$

3 - Implémentation informatique - Codez la méthode de Décomposition de Domaine basée sur l'algorithme de Schwarz additif

1. On ne stockera pas la matrice au complet, le système linéaire sera résolu par une méthode adaptée.
2. **Faites une description détaillée** de la décomposition de votre domaine de calcul en sous-domaines, de votre stratégie de parallélisme **en insistant sur la définition du problème à résoudre sur chacun des procs et sur votre gestion du recouvrement en fonction des conditions de bord.**
3. Détaillez l'algorithme de résolution.
 - (a) Ecrire précisément les conditions de bords utilisées pour les sous-domaines.
 - (b) Décrire les communications nécessaires à la résolution du problème.
 - (c) **Insister sur la gestion du recouvrement en fonction du type de conditions entre les sous-domaines.**
 - (d) Quels sont les critères d'arrêt?
4. **Analysez le speed-up** ou l'efficacité de votre code en fonction :
 - (a) de la taille du problème résolu;
 - (b) du type de machines utilisées, préciser l'environnement;
 - (c) de la taille du recouvrement;
 - (d) et des paramètres numériques de votre choix (nombre de sous-domaines, condition initiale, solveur linéaire, critères de convergence, etc...).
5. **Améliorez les performances** de votre code parallèle en modifiant les conditions de transmission entre les sous-domaines
 - (a) Conditions mixtes Dirichlet-Neumann $\alpha \frac{\partial u}{\partial n} + \beta u$ avec n la normale sortante au domaine.
 - (b) Attention : les conditions de bords peuvent modifier les propriétés de la matrice. Si elle n'est plus symétrique, le solveur doit être modifié (BiCGStab ou bien Jacobi ...).

Il faudra fournir les documents suivants

1. Un rapport contenant votre analyse de la partie I, la description des travaux réalisés et **l'analyse des résultats** obtenus dans la partie II.
2. Une archive contenant le code parallèle commenté avec un readme précisant les commandes de compilation et un exemple d'exécution (vérifiez que votre code compile et s'exécute correctement sur les machines de l'école).