电子科技大学信息与软件工程学院

实验报告

	学	号_	2018091618008
	姓	名_	袁昊男
(实验)	课程	名称_	信息安全数学基础
	理论	教师	熊虎
	实验	 教师	熊虎

电子科技大学 实验报告

学生姓名: 袁昊男 学号: 2018091618008 指导教师: 熊虎

实验地点: 信软楼 303 实验时间: 2019.12.14

一、 实验名称: 多精度整数运算的实现

二、 实验学时: 2 学时

三、 实验目的:

- 1、掌握一种1024比特整数的加减乘除运算原理;
- 2、 依据所选择的算法, 编程实现该算法;
- 3、提供该算法的源代码及测试用例,给出运行结果分析。

四、 实验原理:

1、算法 1.5.1 多精度数加法。

输入: 正整数 x 和 y,长度为n+1,基为 b。

输出: 和 x + y 的 b 进制表示 $x + y = (w_{n+1}w_n \cdots w_1 w_0)_b$ 。

- (1) $c \leftarrow 0$ (c 是进位数)。
- (2) i 从 0 到 n 执行: 如果 $(x_i + y_i + c) < b$,则 $w_i \leftarrow x_i + y_i + c$, $c \leftarrow 0$,否则 $w_i \leftarrow x_i + y_i + c b$, $c \leftarrow 1$ 。
- (3) $W_{n+1} \leftarrow c$
- (4) 返回 $(w_{n+1}w_n \cdots w_1 w_0)$ 。
- 2、算法 1.5.2 多精度数减法。

输入: 正整数 x 和 y, 长度为 n+1, 基为 b, 并且 $x \ge y$ 。

- (1) $c \leftarrow 0$
- (3) 返回 $(w_n w_{n-1} \cdots w_1 w_0)$ 。

3、算法 1.5.3 多精度数乘法

输入: 正整数 x 和 y,长度分别为 n+1 和 t+1,基为 b。

输出: 乘积 $x \cdot y = (w_{n+t+1} \cdots w_1 w_0)_b$ 的 b 进制表示。

- (1) i 从 0 到 (n+t+1) 执行: $w_i \leftarrow 0$ 。
- (2) i从0到t执行:
 - (2.1) $c \leftarrow 0$;
 - (2.2) j 从 0 到 n 执行: 计算 $(uv)_b = w_{i+j} + x_i \cdot x_i + c$, $w_{i+j} \leftarrow v$, $c \leftarrow u$;
 - (2.3) $W_{i+n+1} \leftarrow u \circ$
- (3) 返回 $(w_{n+t+1}w_n \cdots w_1 w_0)$ 。

4、算法 1.5.4 多精度数平方。

输入: 正整数 $x = (x_{t-1}x_{t-2} \cdots x_1x_0)_b$ 。

输出: $x \cdot x = x^2$ 的 b 进制表示。

- (1) i 从 0 到 (2t − 1) 执行: w_i ← 0。
- (2) i从0到(t-1)执行:
 - $(2.1) (uv)_b \leftarrow w_{2i} + x_i \cdot x_i, \quad w_{2i} \leftarrow v, \quad c \leftarrow u;$
 - (2.2) j 从 0 到 n 执行:

$$(uv)_b \leftarrow w_{i+j} + 2x_i \cdot x_i + c$$
, $w_{i+j} \leftarrow v$, $c \leftarrow u$;

- (2.3) $W_{i+t} \leftarrow u$ \circ
- (3) 返回 $(w_{2t-1}w_{2t-2}\cdots w_1w_0)_h$ 。

5、 算法 1.5.5 多精度数带余除法。

输入: 正整数 $x = (x_n x_{n-1} \cdots x_1 x_0)_b$, $y = (y_n y_{n-1} \cdots y_1 y_0)_b$, 其中 $n \ge t \ge 1$, $y_t \ne 0$ 。

输出: 商 $q = (q_{n-t} \cdots q_1 q_0)_b$ 和 余 数 $r = (r_t \cdots r_1 r_0)_b$, 满足 x = qy + r , $0 \le r < y$ 。

- (1) j 从 0 到 (n-t) 执行 $q_i \leftarrow 0$ 。
- (2) 当 $x \ge yb^{n-t}$ 时执行 $q_{n-t} \leftarrow q_{n-t} + 1$, $x \leftarrow x yb^{n-t}$ 。
- (3) *i* 从 *n* 到 (*t* + 1) 递减执行:
 - (3.1) 如果 $x_i = y_t$,则 $q_{i-t-1} \leftarrow b-1$;否则 $q_{i-t-1} \leftarrow \lfloor (x_i b + x_{i-1})/y_t \rfloor$;
 - (3.2) 当 $q_{i-t-1}(y_tb+y_{t-1}) > x_ib^2 + x_{i-1}b + x_{i-2}$ 时执行: $q_{i-t-1} \leftarrow q_{i-t-1} 1$;
 - (3.3) $x \leftarrow x q_{i-t-1} y b^{i-t-1}$;
 - (3.4) 如果x < 0,则 $x \leftarrow x + yb^{i-t-1}$, $q_{i-t-1} \leftarrow q_{i-t-1} 1$ 。

- (4) $r \leftarrow x$.
- (5) 返回(*q*,*r*)。

五、 实验内容:

- 1、编程实现1024比特整数的加减乘除运算;
- 2、提供算法的源代码及测试用例,给出运行结果分析;
- 3、可将运行结果与标准大数库中的运算进行效率比较;
- 4、按照标准实验报告整理实验内容。

六、 实验器材(设备、元器件):

电脑一台。

七、 实验步骤:

- 1、学习多精度数四则运算的算法,理解算法实现的过程;
- 2、分析题目需求,设计数据结构;
- 3、编码实现,并按测试用例进行输入输出测试;
- 4、分析实验结果,与标准大数库的运算效率作对比。

八、 实验结果与分析(含重要数据结果分析或核心代码流程分析)

- 1、大数加法
 - (1) 代码

```
1. /*
2. 大数加法
    参数:
4. num1 为第一个大数,用字符数组保存
    num2 为第二个大数
  sum 数组保存相加的结果 即: num1+num2=sum
    返回值:返回数组 sum 的有效长度,即计算结果的位数
9. int Addition(char num1[], char num2[], int sum[])
10.{
      int i, j, len;
     int n2[MAX] = { 0 };
12.
      int len1 = strlen(num1); // 计算数组 num1 的长度,即
  大数的位数
      int len2 = strlen(num2); // 计算数组 num2 的长度,即
  大数的位数
15.
      len = len1 > len2 ? len1 : len2; // 获取较大的位数
      //将 num1 字符数组的数字字符转换为整型数字,且逆向保存在
  整型数组 sum 中,即低位在前,高位在后
18. for (i = len1 - 1, j = 0; i >= 0; i--, j++)
      sum[j] = num1[i] - '0';
// 转换第二个数
20.
```

```
21.
      for (i = len2 - 1, j = 0; i >= 0; i--, j++)
22.
          n2[j] = num2[i] - '0';
23.
      // 将两个大数相加
24.
     for (i = 0; i <= len; i++)</pre>
25.
          sum[i] += n2[i]; // 两个数从低位开始相加
26.
          if (sum[i] > 9) // 判断是否有进位
27.
28.
          { // 进位
              sum[i] -= 10;
29.
30.
              sum[i + 1]++;
31.
          }
32.
33.
      if (sum[len] != 0) // 判断最高位是否有进位
34.
          len++;
      return len;
                  // 返回和的位数
35.
36.}
```

说明: 采用算法 1.5.1,实现多精度大数加法。实现的数据结构是以 char 型一维数组来存储大数,每一个数组单元存储大数的一位。由于 1024 位二进制数至多可以用 $\lg 2^{1024} = 1024 \cdot \lg 2 \approx 309$ 位十进制数表示,因此在进行大数加法运算时,被加数、加数及结果都是大小为 500 的数组,以保证不会产生溢出错误。函数的参数为两个 char 型待操作数 num1 和 num2,以及存放结果的 int 型数组 sum。函数返回数组 sum 的有效长度,即加法结果的位数。

(2) 测试用例

注:为便于说明算法原理及测试编码本身的有效性和正确性,本测试用例中未使用 309 位十进制数 (即 1024 位二进制)

序号	输入 num1	输入 num2	预期输出 sum	实际输出 sum
1	0	0	0	0
	123456789876		123456789876	123456789876
	543212345678		543212345678	543212345678
2	987654321234	0	987654321234	987654321234
	567898765432		567898765432	567898765432
	12		12	12
	537493856198	127583758603	665077614802	665077614802
	765432128647	856385837265	621817965913	621817965913
3	582946543263	869274678974	452221222238	452221222238
	846224479165	622435486972	468659966138	468659966138
	43	74	17	17

(3) 运行截图



注: 结果与手工计算验证正确。

(4) 效率对比

测试次数	本算法运行时间(秒)	标准库运行时间(秒)
1	0.007	0.001
2	0.009	0.002
3	0.013	0.001
4	0.007	0.001
5	0.006	0.001
平均时间(秒)	0.0084	0.0012
效率比	14.2	86%

2、大数减法

(1) 代码

```
1. /*
2. 大数减法
3.
    参数:
4. num1 为被减数,用字符数组保存
    num2 为减数
    sum 数组保存相减的结果 即: num1-num2=sum
6.
    返回值:返回数组 sum 的有效长度,即计算结果的位数
8.
9. int Subtraction(char num1[], char num2[], int sum[])
10.{
      int i, j, len, flag;
      char *temp;
12.
      int n2[MAX] = { 0 };
13.
      int len1 = strlen(num1); // 计算数组 num1 的长度,即
14.
  大数的位数
      int len2 = strlen(num2); // 计算数组 num2 的长度,即
  大数的位数
16.
17.
      // 在进行减法之前要进行一些预处理
18.
      flag = 0; // 为 0 表示结果是正整数, 为 1 表示结果是负整
      if (len1 < len2) // 如果被减数位数小于减数
19.
20.
      {
          flag = 1; // 标记结果为负数
21.
22.
         // 交换两个数,便于计算
23.
          temp = num1;
24.
          num1 = num2;
25.
          num2 = temp;
26.
          len = len1;
27.
          len1 = len2;
28.
          len2 = len;
29.
      else if (len1 == len2) // 如果被减数的位数等于减数的
位数
31.
          // 判断哪个数大
32.
          for (i = 0; i < len1; i++)</pre>
33.
34.
35.
             if (num1[i] == num2[i])
                 continue;
36.
37.
             if (num1[i] > num2[i])
38.
39.
                 flag = 0; // 标记结果为正数
40.
                 break;
41.
             }
             else
42.
43.
              {
                 flag = 1; // 标记结果为负数
44.
45.
                 // 交换两个数,便于计算
46.
                 temp = num1;
47.
                 num1 = num2;
48.
                 num2 = temp;
49.
                 break;
50.
51.
          }
52.
      len = len1 > len2 ? len1 : len2; // 获取较大的位数
53.
```

```
//将 num1 字符数组的数字转换为整型数且逆向保存在整型数组
  sum 中,即低位在前,高位在后
      for (i = len1 - 1, j = 0; i >= 0; i--, j++)
55.
56.
          sum[j] = num1[i] - '0';
      // 转换第二个数
57.
      for (i = len2 - 1, j = 0; i >= 0; i--, j++)
58.
          n2[j] = num2[i] - '0';
59.
      // 将两个大数相减
60.
      for (i = 0; i <= len; i++)</pre>
61.
62.
          sum[i] = sum[i] - n2[i]; // 两个数从低位开始相
63.
          if (sum[i] < 0) // 判断是否有借位
64.
              // 借位
65.
66.
              sum[i] += 10;
67.
              sum[i + 1]--;
68.
69.
      // 计算结果长度
70.
71.
      for (i = len1 - 1; i >= 0 && sum[i] == 0; i--)
72.
       ;
73.
      len = i + 1;
      if (flag == 1)
74.
75.
          sum[len] = -1; // 在高位添加一个-1表示负数
76.
77.
          len++;
78.
      return len;
                   // 返回结果的位数
79.
80.}
```

说明: 采用算法 1.5.2,实现多精度大数减法。实现的数据结构是以 char 型一维数组来存储大数,每一个数组单元存储大数的一位。由于 1024 位二进制数至多可以用 $\lg 2^{1024} = 1024 \cdot \lg 2 \approx 309$ 位十进制数表示,因此在进行大数减法运算时,被减数、减数及结果都是大小为 500 的数组,以保证不会产生溢出错误。函数的参数为两个 char 型待操作数 num1 和 num2,以及存放结果的 int 型数组 sum。函数 返回数组 sum 的有效长度,即减法结果的位数。

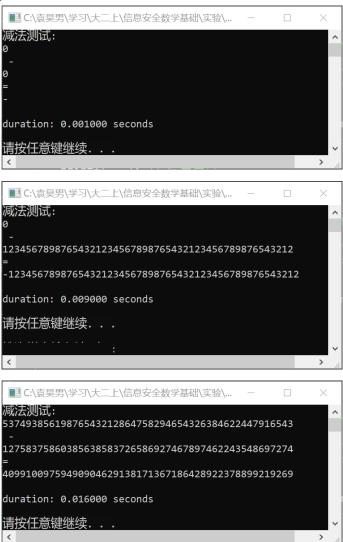
(2) 测试用例

注:为便于说明算法原理及测试编码本身的有效性和正确性,本测试用例中未使用 309 位十进制数(即 1024 位二进制)

序号	输入 num1	输入 num2	预期输出 sum	实际输出 sum
1	0	0	0	0
	2 0	123456789876	-1234567898	-1234567898
		543212345678	765432123456	765432123456
2		987654321234	789876543212	789876543212
		567898765432	345678987654	345678987654

		12	3212	3212
	537493856198	127583758603	409910097594	409910097594
	765432128647	856385837265	909046291381	909046291381
3	582946543263	869274678974	713671864289	713671864289
	846224479165	622435486972	223788992192	223788992192
	43	74	69	69

(3) 运行截图



注: 结果与手工计算验证正确。

(4) 效率对比

测试次数 本算法运行时间(秒)		标准库运行时间(秒)
1 0.016		0.001
2	0.006	0.001

3	0.006	0.001
4	0.011	0.002
5	0.005	0.001
平均时间(秒)	0.0088	0.0012
效率比	13.6	36%

3、大数乘法

(1) 代码

```
2. 大数乘法
     参数:
     num1 为第一个因数,用字符数组保存
     num2 为第二个因数
     sum 数组保存相乘的结果 即: num1*num2=sum
    返回值:返回数组 sum 的有效长度,即计算结果的位数
9. int Multiplication(char num1[], char num2[], int sum[]
10.{
11.
      int i, j, len, len1, len2;
12.
      int a[MAX + 10] = { 0 };
      int b[MAX + 10] = { 0 };
13.
      int c[MAX * 2 + 10] = { 0 };
14.
15.
16.
      len1 = strlen(num1);
      for (j = 0, i = len1 - 1; i >= 0; i--) //把数字字符
17.
   转换为整型数
          a[j++] = num1[i] - '0';
18.
      len2 = strlen(num2);
19.
      for (j = 0, i = len2 - 1; i >= 0; i--)
20.
          b[j++] = num2[i] - '0';
21.
22.
      for (i = 0; i < len2; i++)//用第二个数乘以第一个数,每
23.
   次一位
24.
25.
          for (j = 0; j < len1; j++)</pre>
26.
              c[i + j] += b[i] * a[j]; //先乘起来,后面统-
27.
  进位
28.
29.
30.
      for (i = 0; i < MAX * 2; i++) //循环统一处理进位问
31.
32.
          if (c[i] >= 10)
33.
34.
35.
              c[i + 1] += c[i] / 10;
              c[i] %= 10;
36.
37.
38.
39.
```

```
40. for (i = MAX * 2; c[i] == 0 && i >= 0; i--); //跳过高位的 0
41. len = i + 1; // 记录结果的长度
42. for (; i >= 0; i--)
43. sum[i] = c[i];
44. return len;
45.}
```

说明: 采用算法 1.5.3,实现多精度大数乘法。实现的数据结构是以 char 型一维数组来存储大数,每一个数组单元存储大数的一位。由于 1024 位二进制数至多可以用 $\lg 2^{1024} = 1024 \cdot \lg 2 \approx 309$ 位十进制数表示,因此在进行大数减法运算时,被乘数、乘数及结果都是大小为 1000 的数组,以保证不会产生溢出错误。函数的参数为两个 char 型待操作数 num1 和 num2,以及存放结果的 int 型数组 sum。函数返回数组 sum 的有效长度,即乘法结果的位数。

(2) 测试用例

注:为便于说明算法原理及测试编码本身的有效性和正确性,本测试用例中未使用 309 位十进制数(即 1024 位二进制)

序号	输入 num1	输入 num2	预期输出 sum	实际输出 sum
1	0	0	0	0
		123456789876		
		543212345678		
2	0	987654321234	0	0
		567898765432		
		12		
			685754864003	685754864003
			191862053883	191862053883
	537493856198	127583758603	941381633246	941381633246
	765432128647	856385837265	330624341379	330624341379
3	582946543263	869274678974	857014407080	857014407080
	846224479165	622435486972	575108359957	575108359957
	43	74	070861460970	070861460970
			276963123603	276963123603
			782	782

(3) 运行截图



注: 结果与手工计算验证正确。

(4) 效率对比

测试次数	本算法运行时间(秒)	标准库运行时间(秒)
1	0.008	0.001
2	0.011	0.001
3	0.015	0.001
4	0.011	0.001
5	0.012	0.001
平均时间(秒)	0.0114	0.0010
效率比	8.77	72%

4、大数除法

(1) 代码

```
1. /*
2.
    函数 SubStract 功能:
    用长度为 len1 的大整数 p1 减去长度为 len2 的大整数 p2
  结果存在 p1 中,返回值代表结果的长度
    不够减:返回-1, 正好够:返回0
6. */
7. int SubStract(int *p1, int len1, int *p2, int len2)
8. {
9.
      int i;
      if (len1 < len2)</pre>
10.
11.
          return -1;
      if (len1 == len2)
12.
13.
                             // 判断 p1 > p2
          for (i = len1 - 1; i >= 0; i--)
14.
15.
16.
             if (p1[i] > p2[i]) // 若大,则满足条件,可
  做减法
17.
                 break;
             else if (p1[i] < p2[i]) // 否则返回-1
18.
19.
                 return -1;
20.
21.
22.
      for (i = 0; i <= len1 - 1; i++) // 从低位开始做减
  法
23.
24.
          p1[i] -= p2[i];
                               // 相减
                                // 若是否需要借位
25.
          if (p1[i] < 0)
          { // 借位
26.
27.
             p1[i] += 10;
28.
             p1[i + 1]--;
29.
          }
30.
31.
      for (i = len1 - 1; i >= 0; i--) // 查找结果的最高
  位
32.
                              //最高位第一个不为 0
33.
          if (p1[i])
34.
            return (i + 1); //得到位数并返回
35.
                               //两数相等的时候返回 0
36.
      return 0;
37.}
38.
39./*
40. 大数除法---结果不包括小数点
    num1 被除数
42. num2 除数
43. sum 商, 存放计算的结果, 即: num1/num2=sum
44. 返回数组 sum 的有效长度,即商的位数
46.int Division(char num1[], char num2[], char sum[], int
   r[])
47.{
48.
      int i, j;
                                //大数位数
49.
      int len1, len2, len = 0;
                               //两大数相差位数
50.
      int dValue;
51.
      int nTemp;
                               //Subtract 函数返回值
52.
      int num_a[MAX] = { 0 };
                               //被除数
53.
      int num_b[MAX] = { 0 };
                                //除数
54.
      int num_c[MAX] = { 0 };
                                //商
```

```
55.
      int temp[MAX * 2 + 10] = { 0 };
56.
      int temp1[MAX] = { 0 };
57.
      char temp2[MAX];
58.
      int temp3[MAX];
59.
      int temp4[MAX];
60.
                              //获得大数的位数
61.
      len1 = strlen(num1);
62.
      len2 = strlen(num2);
63.
      //将数字字符转换成整型数,且翻转保存在整型数组中
64.
65.
      for (j = 0, i = len1 - 1; i >= 0; j++, i--)
       num_a[j] = num1[i] - '0';
66.
67.
      for (j = 0, i = len2 - 1; i >= 0; j++, i--)
          num_b[j] = num2[i] - '0';
68.
69.
70.
     if (len1 < len2)</pre>
                       //如果被除数小于除数,直接
 返回-1,表示结果为0
71.
72.
      return -1;
73.
      dValue = len1 - len2; //相差位数
74.
      for (i = len1 - 1; i >= 0; i--) //将除数扩大,使
   得除数和被除数位数相等
76. {
77.
          if (i >= dValue)
78.
             num b[i] = num b[i - dValue];
                                    //低位置 0
79.
          else
          num\_b[i] = 0;
80.
81.
82.
    len2 = len1;
      for (j = 0; j <= dValue; j++) //重复调用,同时记
  录减成功的次数,即为商
84. {
          while ((nTemp = SubStract(num_a, len1, num_b +
85.
   j, len2 - j)) >= 0)
86. {
             len1 = nTemp;
87.
                                    //结果长度
             num_c[dValue - j]++;
88.
                                    //每成功减一次,
  将商的相应位加1
89.
          }
90.
      // 计算商的位数,并将商放在 sum 字符数组中
91.
     for (i = MAX - 1; num_c[i] == 0 && i >= 0; i-
 -); //跳过高位 0, 获取商的位数
93.
      if (i >= 0)
         len = i + 1; // 保存位数
94.
      for (j = 0; i >= 0; i--, j++) // 将结果复制到
  sum 数组中
         sum[j] = num_c[i] + '0';
96.
97.
      sum[j] = '\0'; // sum 字符数组结尾置 0
98.
99.
      int len_new=
                  Multiplication(num2, sum, temp);
      for (i = 0; i < len_new; i++)</pre>
100.
101.
       {
102.
           temp2[i] = (char)('0' + temp[i]);
       }
103.
       temp2[i] = '\0';
104.
105.
```

```
for (i = len_new - 1, j = 0; i >= 0; i--, j++)
106.
107.
            temp3[j] = temp2[i] - '0';
108.
        for (i = 0; i < len_new; i++)</pre>
109.
110.
            temp2[i] = (char)('0' + temp3[i]);
111.
112.
113.
114.
       len3=Subtraction(num1, temp2, temp4);
115.
      i = len3-1;
116.
117.
118.
       for (j = 0; i >= 0; i--, j++) // 将结果复制到
 sum 数组中
119.
           r[j] = temp4[i];
120.
121.
122. return len; // 返回商的位数
123.}
```

说明: 采用算法 1.5.5,实现多精度大数除法。实现的数据结构是以 char 型一维数组来存储大数,每一个数组单元存储大数的一位。由于 1024 位二进制数至多可以用 $\lg 2^{1024} = 1024 \cdot \lg 2 \approx 309$ 位十进制数表示,因此在进行大数减法运算时,被乘数、乘数及结果都是大小为 500 的数组,以保证不会产生溢出错误。函数的参数为两个 char 型待操作数 num1 和 num2、存放商的 char 型数组 sum,以及存放余数的 int 型数组 r。函数返回数组 sum 的有效长度,即商的位数。

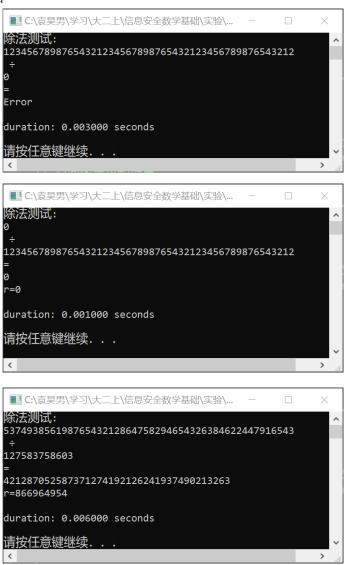
(2) 测试用例

注:为便于说明算法原理及测试编码本身的有效性和正确性,本测试用例中未使用 309 位十进制数(即 1024 位二进制)

序号	输入 num1	输入 num2	预期输出 sum	实际输出 sum
	123456789876			
	543212345678			
1	987654321234	0	Error	Error
	567898765432			
	12			
		123456789876		
		543212345678		
2	0	987654321234	0	0
		567898765432		
		12		
3	537493856198	127583758603	685754864003	685754864003

765432128647	191862053883	191862053883
582946543263	941381633246	941381633246
846224479165	330624341379	330624341379
43	857014407080	857014407080
	575108359957	575108359957
	070861460970	070861460970
	276963123603	276963123603
	782	782

(3) 运行截图



注: 结果与手工计算验证正确。

(4) 效率对比

测试次数	本算法运行时间(秒)	标准库运行时间(秒)
1	0.006	0.000
2	0.009	0.001
3	0.014	0.001
4	0.005	0.001
5	0.015	0.001
平均时间(秒)	0.0098	0.0008
效率比	8.10	63%

九、 总结及心得体会:

在密码学中使用的整数已经远远超过程序语言中的长整型表示范围,因此有必要对大整数的运算实现进行研究,而大整数的运算可以通过多精度数的算法来实现。通过本实验,实现了大数的加、减、乘、除一般效率的四则运算,与标准大数库的运行效率相比仍有较大差距。除了可以选用效率更高的算法外,还可以设计其他数据结构来实现算法,比如使用结构体变量,每个单元存储 64 位十进制数来减少单元数,进一步提升效率等等。

通过本次实验,我掌握了一般大数的算法与编程方法,对密码学的编码有了初步的认识,本实验所写的函数还可方便其他函数调用,如扩展的欧几里得算法、RSA 算法等,有较大的实用性。

十、 对本实验过程及方法、手段的改进建议:

本实验可以放在对应章节的学习中,统一安排在期末进行学生完成的时间压力较大。

报告评分:

指导教师签字: