数据结构与算法

主讲教师： 刘峤

第10章 排序

第9章 内容提要

10.1 插入排序

10.2 交换排序

10.3 选择排序

10.4 归并排序

10.5 基数排序

10.6 排序方法比较

排序的基本概念回顾

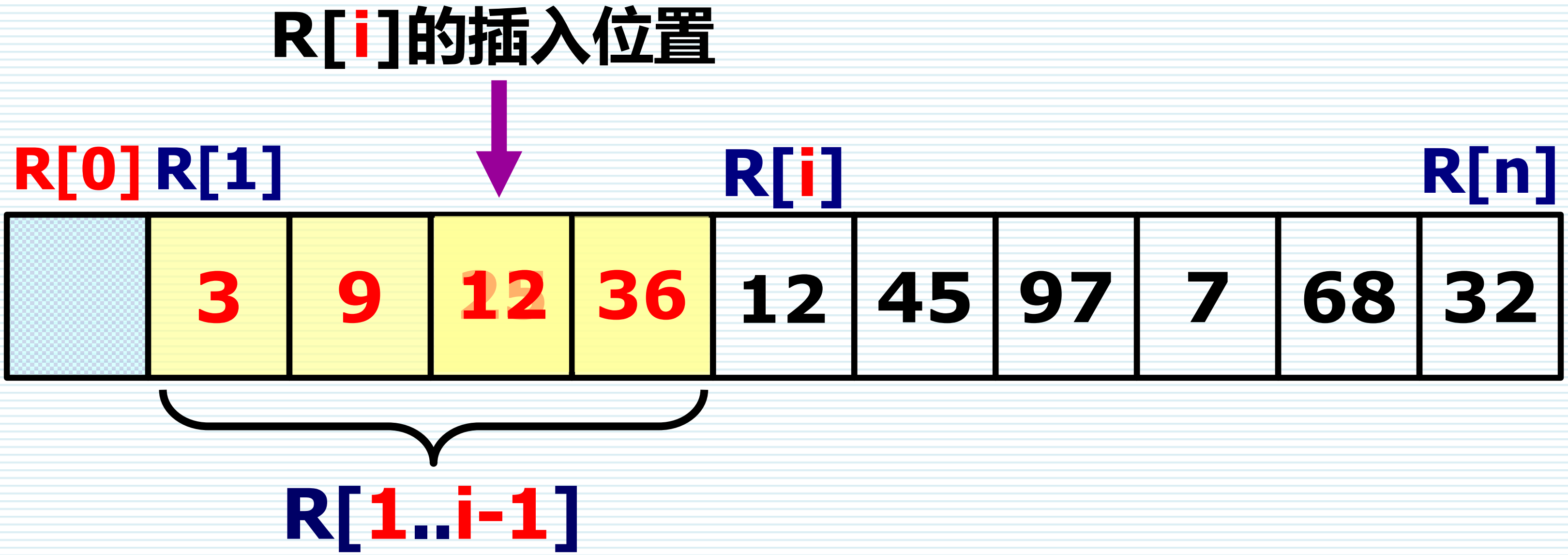
- 内部排序与外部排序
  - 是否存在内外存交换
- 稳定排序和不稳定排序
  - 对于任意的数据元素序列
  - 若在排序前后相同关键字数据的相对位置都保持不变
  - 这样的排序方法称为稳定的排序方法
  - 否则称为不稳定的排序方法
  - 例如：对于关键字序列 **3**，**2**，**<u>3</u>**，**4**
    - 若某种排序方法排序后变为 **2**，**<u>3</u>**，**3**，**4**
    - 则此排序方法就不稳定

插入排序

- 直接插入排序
- 折半插入排序
- 二路插入排序（自学）
- 希尔排序

直接插入排序（Insertion Sort)

- **利用顺序查找实现：在R[1..i-1]中查找R[i]的插入位置**



直接插入排序

R[0]	R[1]					R[i]				R[n]
	3	9	12	25	36	45	97	7	68	32

- 排序算法：整个排序过程由n-1轮插入操作构成
  - 首先将序列中第1个记录看成是一个有序子序列
  - 然后从第2个记录开始，逐个将其插入前面的有序子序列
    - 查找过程中找到的那些关键字不小于**R[i]**的记录
    - 在查找的同时实现记录向后移动
  - 直至整个序列有序

希尔排序（Shell Sort）

- 算法描述
  - 将待排序序列分割成若干个较小的子序列
    - 对各个子序列分别执行直接插入排序
  - 当序列达到基本有序时，对其执行一次直接插入排序
- 算法基本思想
  - 对待排记录序列先作宏观调整，再作微观调整
    - 宏观调整：分段执行插入排序
    - 微观调整：对全序列执行一次直接插入排序

希尔排序

{ R[1], R[1+d], R[1+2d], …, R[1+kd] }

{ R[2], R[2+d], R[2+2d], …, R[2+kd] }

… … … … … … … … … … … … …

{ R[d], R[d+d], R[d+2d], …, R[(k+1)d] }

- 例如：将 n 个记录分成 **d** 个子序列：
  - 其中正整数 d 称为增量
    - 它的值在排序过程中从大到小逐渐递减
    - 直至最后一趟排序减为 1

16	25	12	30	47	11	23	36	9	18	31

第一趟希尔排序，设置增量 **d=5**，分为5个子序列

11	23	12	9	18	16	25	36	30	47	31

第二趟希尔排序，设置增量 **d=3**，分为3个子序列

9	18	12	11	23	16	25	31	30	47	36

第三趟希尔排序，设置增量 **d=1**，对整个序列进行排序

9	11	12	16	18	23	25	30	31	36	47

交换排序

- 冒泡排序
- 快速排序

快速排序（Quick Sort）

算法基本思想

- 在数组中确定一个记录（的关键字）作为“**划分元**”
- 将数组中**关键字小于划分元**的记录均**移动至该记录之前**
- 将数组中**关键字大于划分元**的记录均**移动至该记录之后**
- 由此：一趟排序之后，序列R[s…t]将分割成两部分
  - R[s … i-1] 和 R[i+1 … t]
  - 且满足：R[s … i-1]≤ R[i]≤ R[i+1…t]
  - 其中：R[i] 为选定的“**划分元**”
- 对各部分重复上述过程，直到每一部分仅剩一个记录为止

快速排序（Quick Sort）

- 首先对无序的记录序列进行一次划分
- 之后分别对分割所得两个子序列“递归”进行快速排序

划分元

无 序 的 记 录 序 列

36	9	12	25	39	45	97	7	68	32

根据选定的划分元（36）进行一次划分

32	9	12	25	7	36	97	45	68	39

无序记录子序列(1)

对子序列1进行快速排序

无序记录子序列(2)

对子序列2进行快速排序

快速排序算法流程

36	32	9	12	25	7	36	97	45	68	39

R[0]　low　high

- 首先：设 R[s]=36 为划分元，将其暂存到R[0]
- 比较 R[high] 和划分元的大小，要求：R[high] ≥ 划分元
- 比较 R[low] 和划分元的大小，要求：R[low] ≤ 划分元
- 若条件不满足，则交换元素，并在low-high之间进行切换
- 一轮划分后得到：（32,9,12,25,7）36（97,45,68,39）

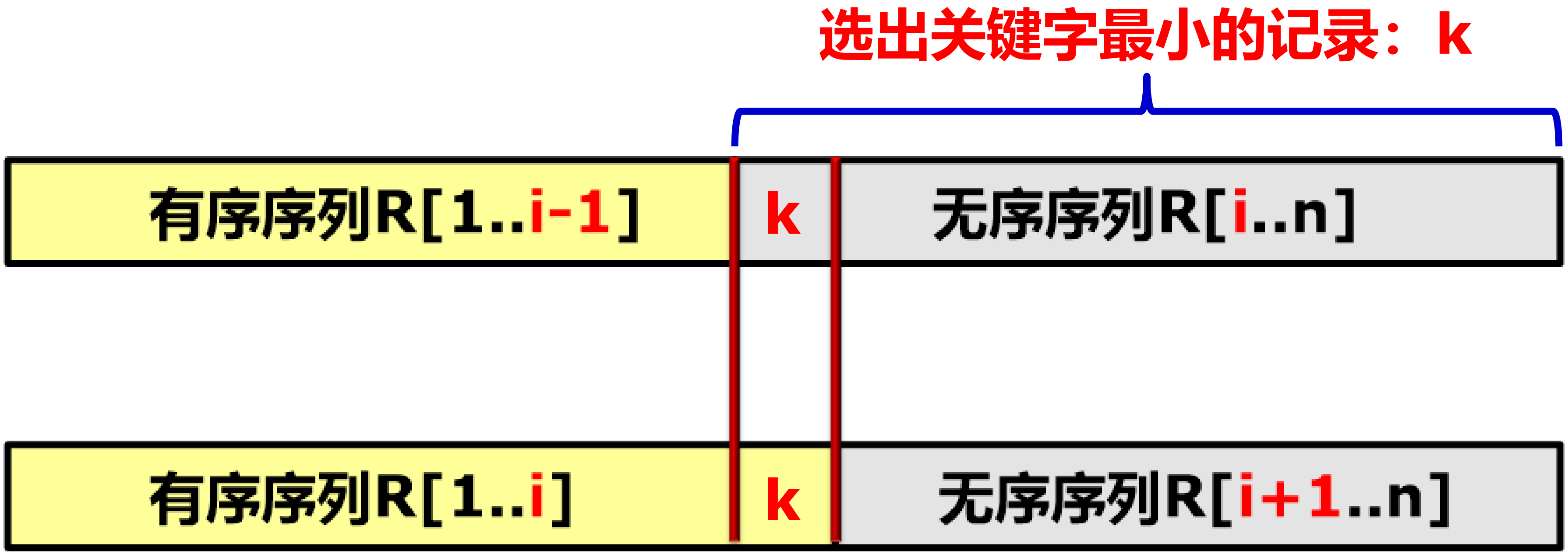
选择排序

- 简单选择排序
- 树形选择排序（自学）
- 堆排序（第六章）

简单选择排序（Selection Sort）

- 算法基本思想
  - 从无序子序列中选择关键字最小或最大的记录
  - 将其加入到有序子序列中（子序列初始长度为零）
  - 逐步增加有序子序列的长度直至长度等于原始序列
- 排序过程
  - 首先通过n-1次关键字比较，从n个记录中找出关键字最小的记录，将它与第一个记录交换
  - 再通过n-2次比较，从剩余的n-1个记录中找出关键字次小的记录，将它与第二个记录交换
  - 重复上述操作，共进行n-1趟排序后，排序结束

简单选择排序（Selection Sort）



ᴓ 选择排序思路：排序过程中

- 设：第 i-1 趟直接选择排序之后待排记录序列的状态为
- 则：第 i 趟直接选择排序之后待排记录序列的状态为

k 跟踪最小值

k k k

一趟： i=1 [13 38 65 97 76 49 27]

j j j j j j

k k

二趟： i=2 13 [27 65 97 76 49 38]

j j j j j

三趟： 13 27 [65 97 76 49 38]

四趟： 13 27 38 [97 76 49 65]

五趟： 13 27 38 49 [76 97 65]

六趟： 13 27 38 49 65 [97 76]

七趟： 13 27 38 49 65 76 [97]

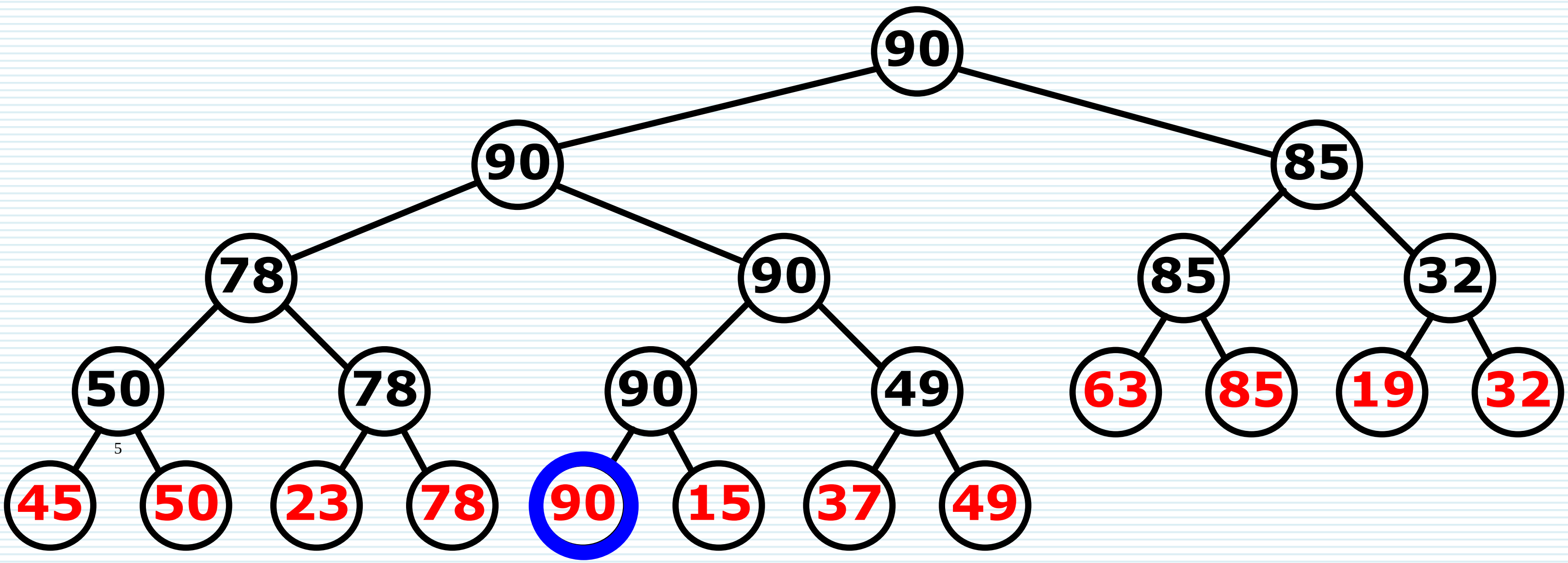
结束： 13 27 38 49 65 76 97

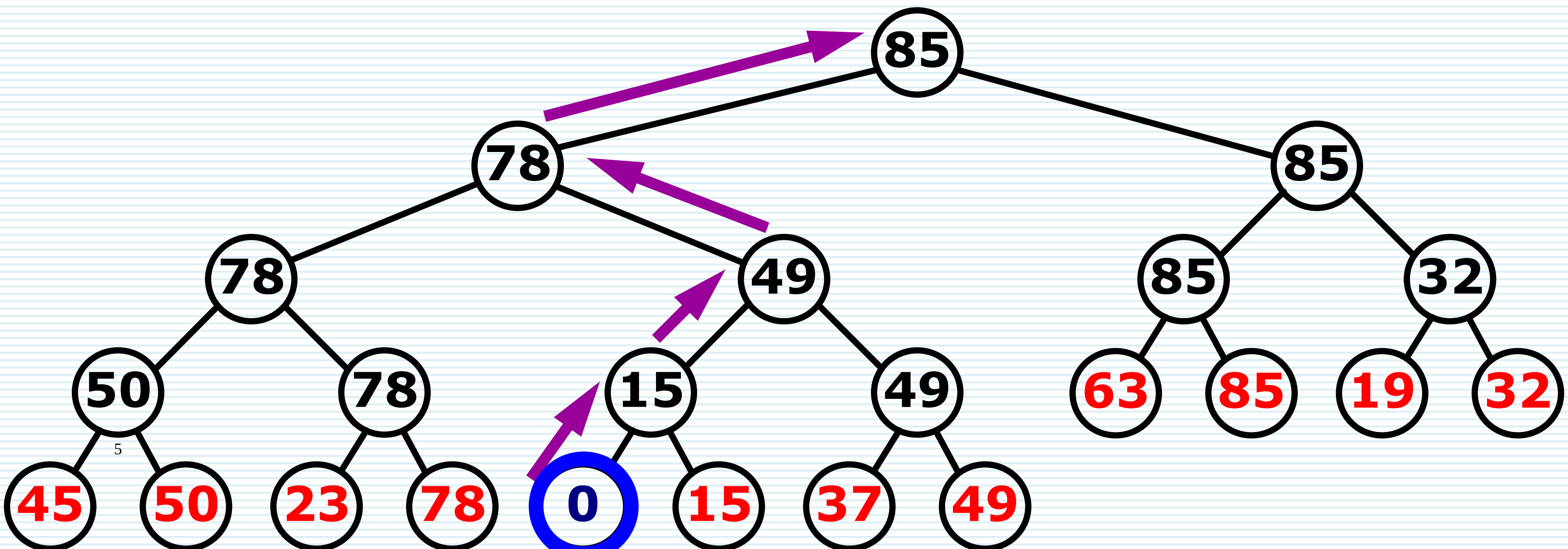
树形选择排序（自学）

树形选择排序

- 算法流程简述
  - 将所有n个数据看成一棵完全二叉树的叶结点
  - 选出第一名：叶结点两两比较，胜出者进入上一层继续和兄弟进行比较；如果某个叶结点没有兄弟，该轮轮空，直接进入上一层；一直到二叉树的第二层的两个结点进行比较，胜出者形成根，产生出第一名
  - 产生其他名次：将刚选出的叶结点的成绩置为最差，再从该叶结点开始，沿向上路径依次和相应的兄弟结点进行比较，胜者进入上一层，最终形成根，得到当前名次
  - 重复n-2次，最终得到所有选手的排名

示例：45, 50, 23, 78, 90, 15, 37, 49, 63, 85, 19, 32





树形选择排序基本思想

1. 从初始关键字序列出发建立完全二叉树
   - 从叶结点开始，兄弟结点两两比较，胜出者进入上一层
   - 直到选出根结点为止：冠军结点
2. 输出根结点
3. 在余下元素中选出后续的根结点
   - 将刚得到名次的叶结点的成绩置为最差
   - 再从该叶结点出发，沿着到根的路径，依次进行兄弟结点间的比较，胜者进入上一层，直到选出根节点为止
4. 重复步骤2和3，直到n个元素输出，得到一个有序序列

树形选择排序

```
void tournament( int* R, int n ){
    int i, len = 2, idx, *T;
    while (len < n ) len <<= 1;  // 构造完全二叉树（T[0]闲置)
    T = (int *)malloc(sizeof(int) * len);
    for ( i = (len / 2); i < len; ++i ) {
        idx = i - len / 2;
        T[i] = ( idx < n ) ? R[idx] : INT_MAX;
    }
    for (i = (len / 2)-1 ; i > 0; --i)
        T[i] = ( T[2*i] < T[2*i+1] ) ? T[2*i] : T[2*i+1];
    for (i = 0; i < n; i++) {
        R[i] = T[1];  update( T, 1, len );
    }
    free(T);
}
```

更新二叉树的根节点（选出新的胜出记录）

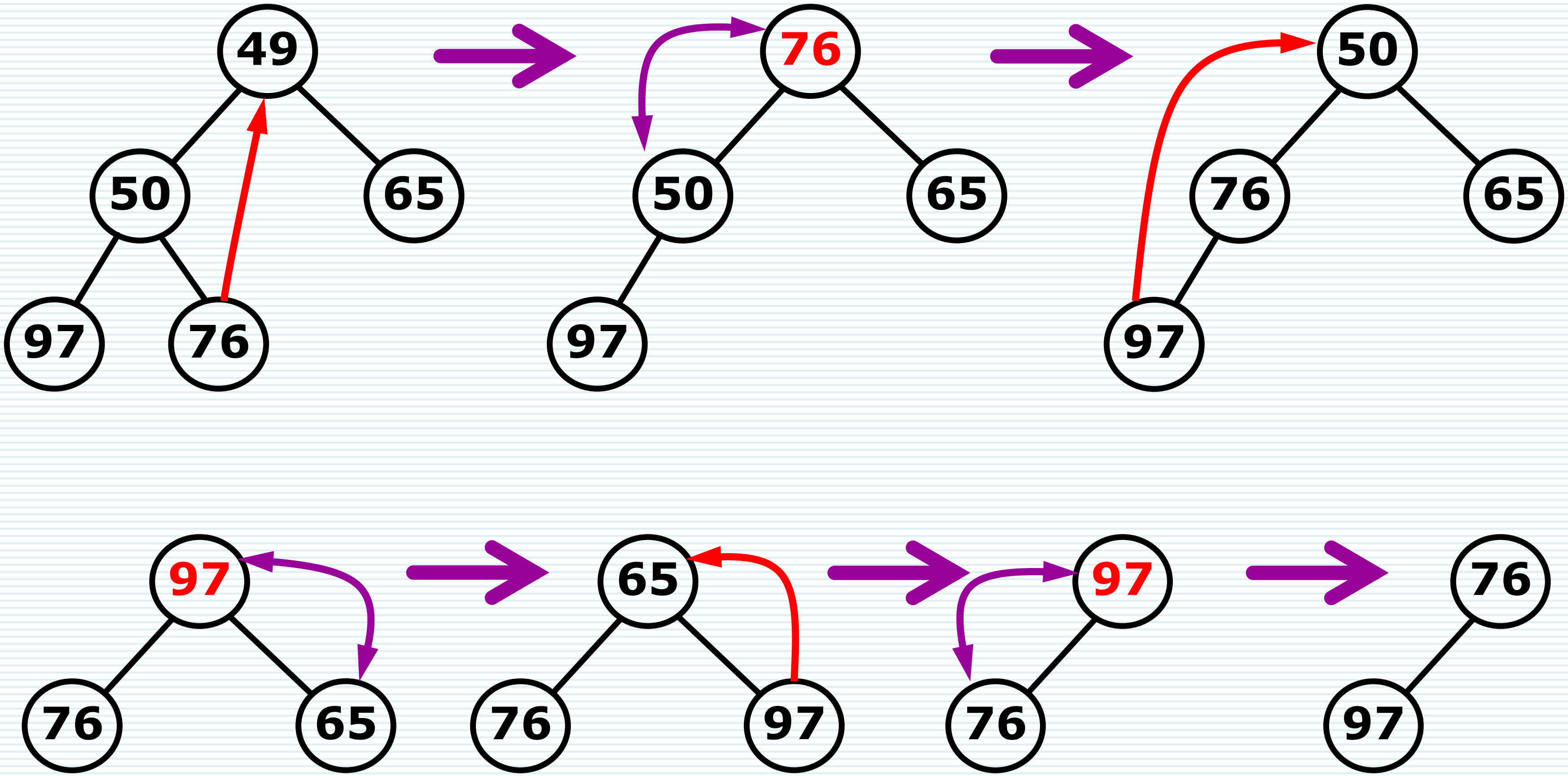
```
void update(int *T, int root, int end){
    int lc = root * 2,  rc = lc + 1;
    // 到达叶节点：将当前的“冠军”替换为无穷大
    if ( lc >= end ) {
        T[root] = INT_MAX;   return;
    }
    if ( T[lc] == T[root] ) update(T, lc, end);
    else  update(T, rc, end);
    T[root] = (T[lc] < T[rc]) ? T[lc] : T[rc];
}
```

树形选择排序算法性能分析

- 选择第二名时，将刚选出的第一名置为最差（无穷大）
  - 与其兄弟进行比较，胜者上升到双亲结点
  - 继续与双亲的兄弟进行比较，直到形成根，得出第二名
- 这时需要比较的次数为树的深度，即：$\log_2 n$
- 产生后续名次需要比较的次数均为：$\log_2 n$
- 因此，树形排序的比较次数最多为：
  - $(n-1)\log_2 n + (n-1)$ --- （第2~第n名+第1名）
- 树形选择排序的时间复杂度为：$O(n\log_2 n)$

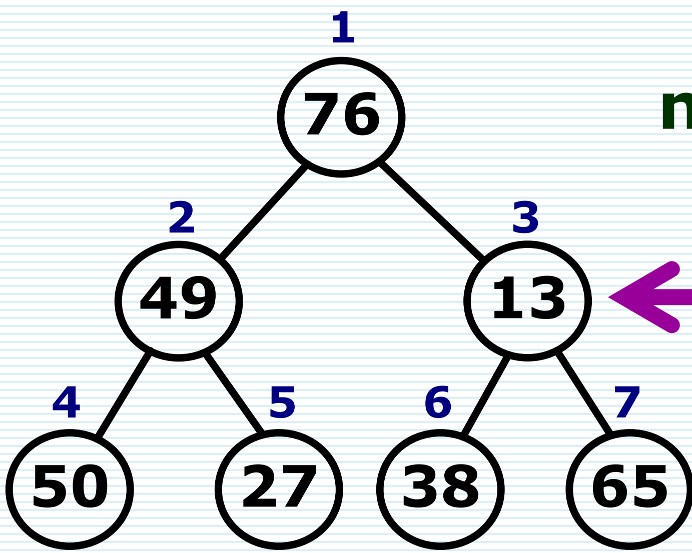
堆排序（参见第六章课件）

堆排序示例



输出：13 27 38 49 50 65 76 97

堆排序算法



$n = 7 \quad \lfloor n/2 \rfloor = 3$

从此处开始筛选

筛选顺序：3 → 2 → 1

- 如何由n个元素构成的无序序列构建一个堆?
  - 从无序序列的第 $\lfloor n/2 \rfloor$ 个元素起
  - 至第一个元素止，进行反复筛选
- 无序序列的第 $\lfloor n/2 \rfloor$ 个元素是什么意思?
  - 即：该序列对应的完全二叉树的最后一个非叶结点

堆排序的筛选算法

```
// p是长度为n+1的数组（p[1:n]为堆元素序列）
void sift (int *p, int r, int n){  // r为指定的堆顶元素下标
    int k = 2 * r; p[0]= p[r];
    while ( k <= n ){
        if ( ( k < n) && p[k + 1] < p[k])  k++;
        if ( p[k] >= p[0]) { break; }
        p[r] = p[k];   r = k;
        k = 2 * r;
    }
    p[r] = p[0];     return;
}
```

时间复杂度

$T(n) = O(\log n)$

堆排序的建堆算法

// p是长度为n+1的数组（p[1:n]为堆元素序列）

```
void build_heap (int *p, int n) {
    int i = 0;
    for( i = n/2;  i>=1;  --i){
        sift (p, i, n);
    }
}
```

时间复杂度

$$T(n) = O(n\log n)$$

堆排序算法

```
void heap_sort(int *p, int n) {
    int i;
    for( i = n;  i>=2;  --i){
        p[0] = p[1];       // 保存堆顶元素
        p[1] = p[i];       // 将队尾元素交换到堆顶
        p[i] = p[0];       // p[i] 用于保存排序结果
        sift (p, 1, i-1);
    }
}
```

归并排序

归并排序

分解	6	15	45	23	9	78	35	38	18	27	20
归并	6	15	23	45	9	78	35	38	18	27	20
归并	6	15	23	45	9	35	38	78	18	20	27
归并	6	9	15	23	35	38	45	78	18	20	27
归并	6	9	15	18	20	23	27	35	38	45	78

二路归并排序

```
void merge_sort(int R[], int start, int end){
    int mid;
    if (start < end){
        mid = (start + end) / 2;
        merge_sort(R, start, mid);
        merge_sort(R, mid+1, end);
        // 合并相邻的有序子序列
        merge(R, start, mid, end);
    }
}
```

排序算法的第五种设计思路

交换、插入、选择、归并

基数排序

基数排序

基数排序（Radix Sort）

- 基数排序是
  - 一种借助“多关键字排序”的思想
  - 来实现“单关键字排序”的内部排序算法
  - 是采用“分配-收集”模式的排序方法
- 本节主要知识点
  - 多关键字的排序方法
  - 链式基数排序

多关键字排序

- 是一种无需进行关键字比较的排序方法
- 其基本操作是：“分配”和“收集”
- 例如：对52张扑克牌按以下次序排序

  ♦2<♦3<……<♦A < ♣2<♣3<……<♣A<

  ♥2<♥3<……<♥A < ♠2<♠3<……<♠A

- 序列中存在两类关键字：
  - 花色（ ♣<♦<♥<♠ ）和面值（**2<3<……<A**）
  - 并且“花色”地位高于“面值”

多关键字排序方法

- 最高位优先法（MSD）
  - 先对最高位关键字**k1**（如花色）排序
    - 将序列分成若干子序列
    - 每个子序列有相同的k1值
  - 然后让每个子序列对次关键字**k2**（如面值）排序
    - 进一步分成若干更小的子序列
  - 依次重复，直至每个子序列对最低位关键字kd排序
  - 最后将所有子序列依次连接在一起成为一个有序序列

最高位优先排序法：MSD

无序序列	**3,2,30**	**1,2,15**	**3,1,20**	**2,3,18**	**2,1,20**
对K^1排序	**1,2,15**	**2,3,18**	**2,1,20**	**3,2,30**	**3,1,20**
对K^2排序	**1,2,15**	**2,1,20**	**2,3,18**	**3,1,20**	**3,2,30**
对K^3排序	**1,2,15**	**2,1,20**	**2,3,18**	**3,1,20**	**3,2,30**

- 例如：学生记录含三个关键字:
  - 系别（K^1）、班号（K^2）和班内的序列号（K^3）
  - 其中以系别为最高关键字
- 高位优先排序的排序过程如图所示

多关键字排序方法

- 最低位优先法（LSD）
  - 从最低位关键字kd起进行排序
  - 然后再对高一位的关键字排序……
  - 依次重复，直至对最高位关键字k1完成排序
  - 便成为一个有序序列

最低位优先排序法：LSD

无序序列	**3,2,30**	**1,2,15**	**3,1,20**	**2,3,18**	**2,1,20**
对K²排序	**1,2,15**	**2,3,18**	**3,1,20**	**2,1,20**	**3,2,30**
对K¹排序	**3,1,20**	**2,1,20**	**1,2,15**	**3,2,30**	**2,3,18**
对K⁰排序	**1,2,15**	**2,1,20**	**2,3,18**	**3,1,20**	**3,2,30**

- 例如：学生记录含三个关键字:
  - 系别（K^1）、班号（K^2）和班内的序列号（K^3）
  - 其中以系别为最高关键字
- 低位优先排序的排序过程如图所示

多关键字排序方法

- MSD与LSD的不同之处
  - 按MSD排序：必须对原始序列逐层分割
    - 形成若干子序列，然后对各子序列分别排序
  - 按LSD排序：**不必分割成子序列**
    - 对每个关键字的排序都是整个序列参加排序
    - 并且可以**避免关键字比较**
      - 通过若干次分配与收集实现排序
- 问题：采用何种存储结构实现分配与收集？

链式基数排序

- 基数排序是一种基于“分配”和“收集”的思想将单关键字排序问题转换为多关键字排序问题的排序方法
- 实现基数排序时应采用链表作存储结构
  1. 待排序记录以指针相链，构成一个链表
  2. 分配时，按当前关键字的取值将记录分配到链队列的相应队列中，每个队列中记录的关键字取值相同
  3. 收集时，按当前关键字的取值从小到大将各队列首尾相连构成一个链表（即合并链队列为一个链表）
  4. 按照优先级由低到高顺序对每个关键字重复2和3两步

链式基数排序示例

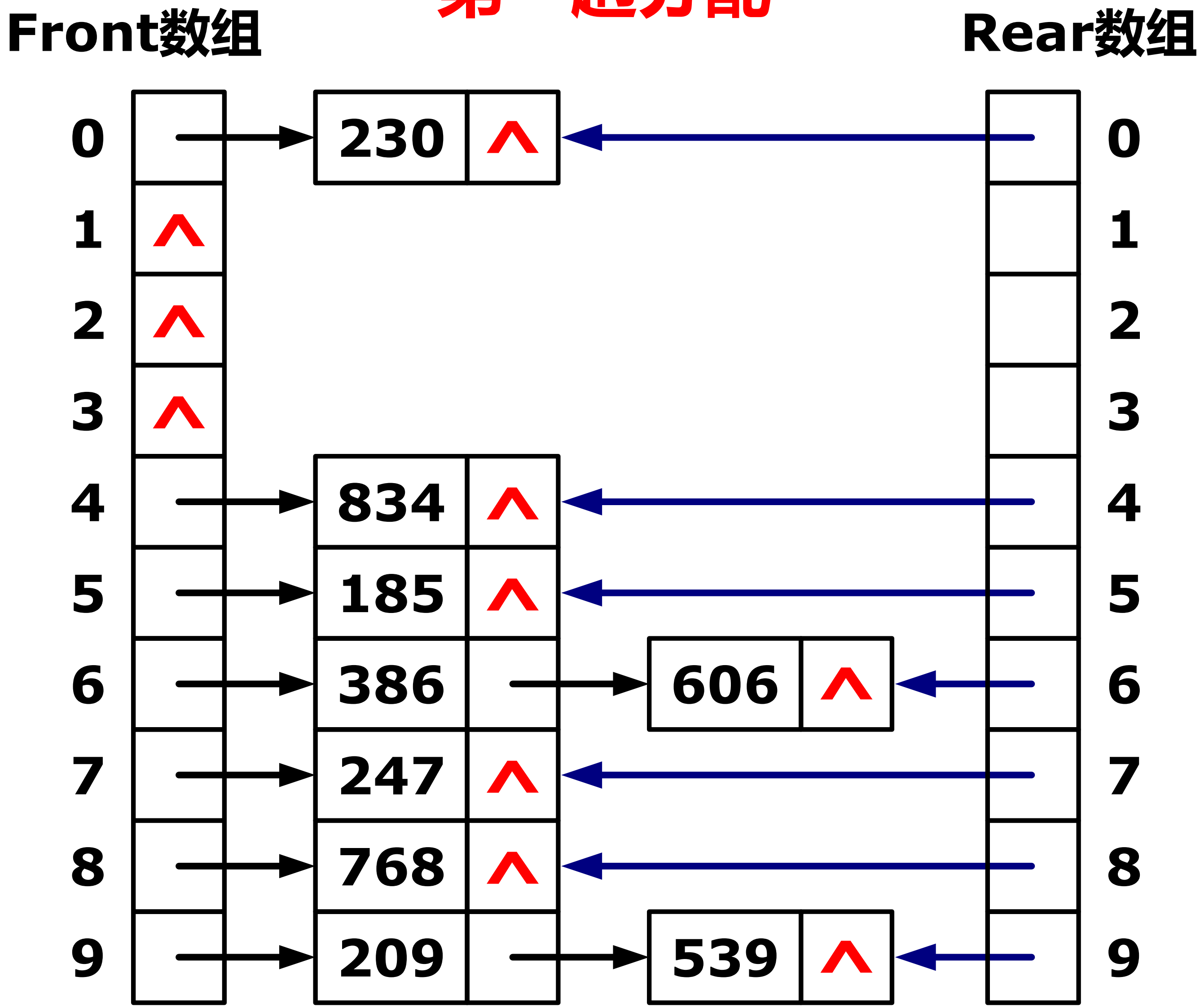
- 对如下序列执行基数排序

  { 209, 386, 768, 185, 247, 606, 230, 834, 539}

  - 首先按其个位数取值分别为 0, 1, …, 9 “分配” 成 10 组
    - 之后按从 0 至 9 的顺序将 它们 “收集” 在一起
  - 然后按其十位数取值分别为 0, 1, …, 9 “分配” 成 10 组
    - 之后按从 0 至 9 的顺序将它们 “收集” 在一起
  - 最后按其“百位数”重复一遍上述操作

原始序列：｛209, 386, 768, 185, 247, 606, 230, 834, 539｝

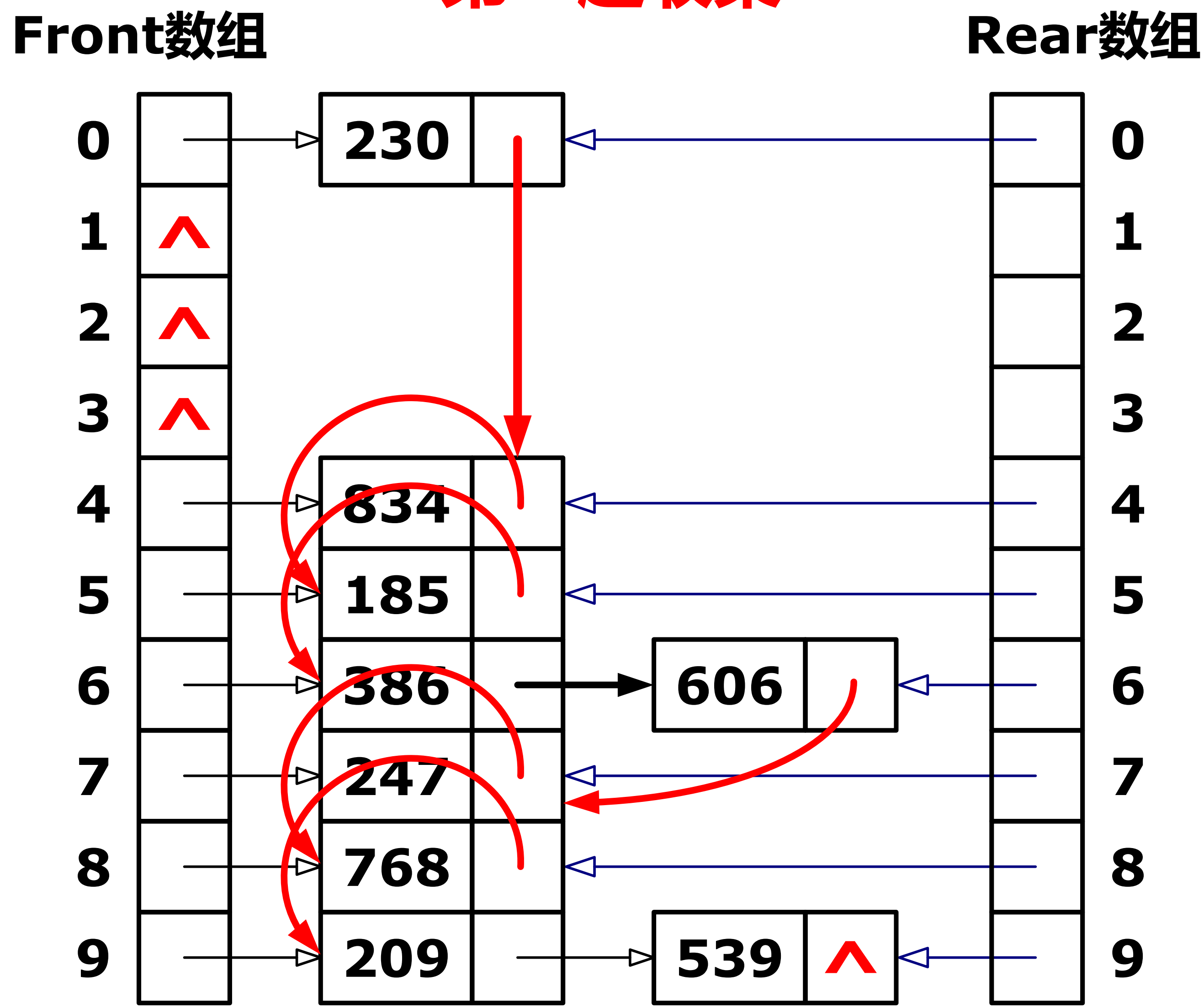
第一趟分配



原始序列： 209, 386, 768, 185, 247, 606, 230, 834, 539

第一趟收集后： 230 834 185 386 606 247 768 209 539

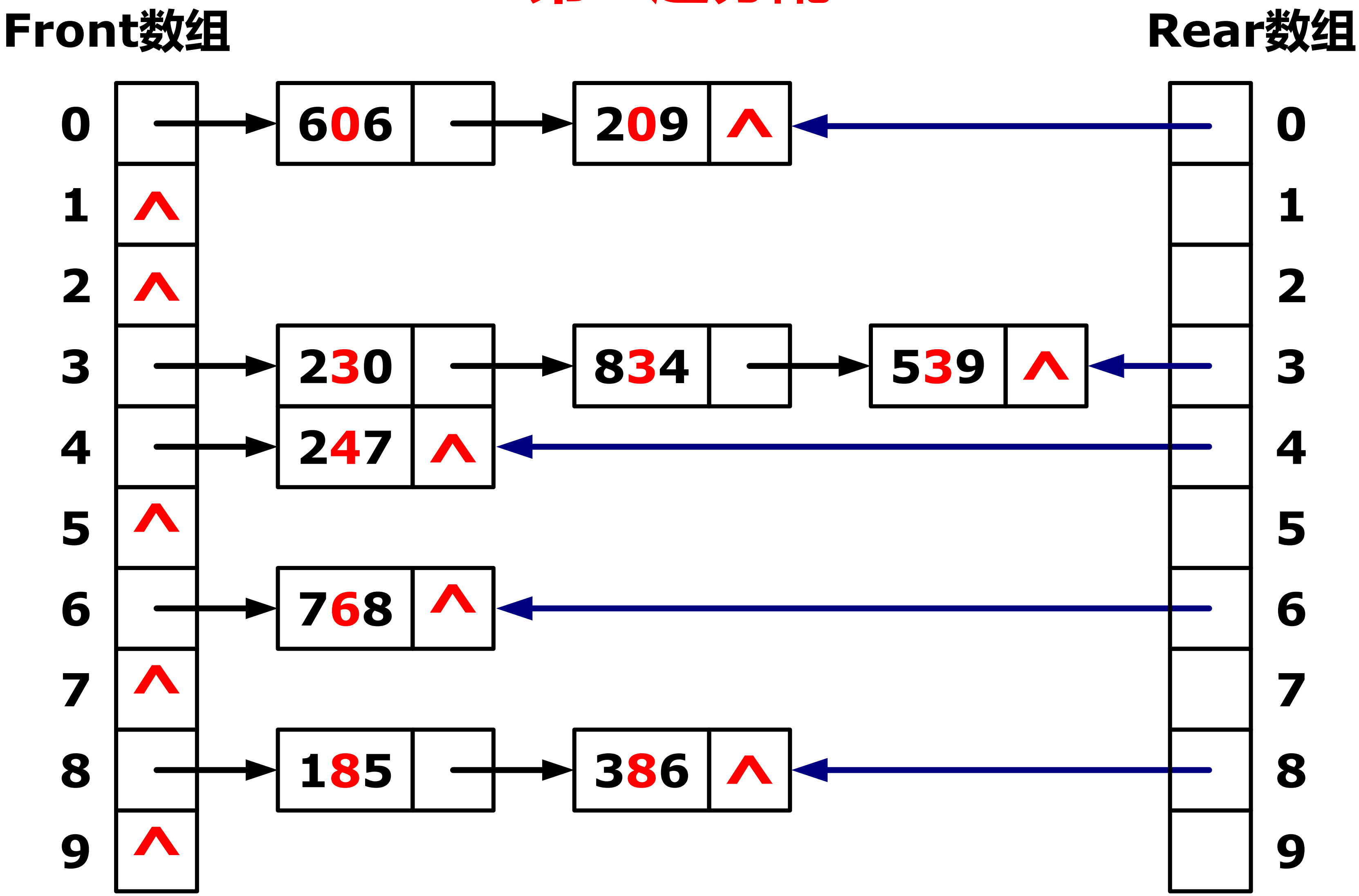
第一趟收集



第一趟收集后： 230 834 185 386 606 247 768 209 539

第二趟收集后： 606 209 230 834 539 247 768 185 386

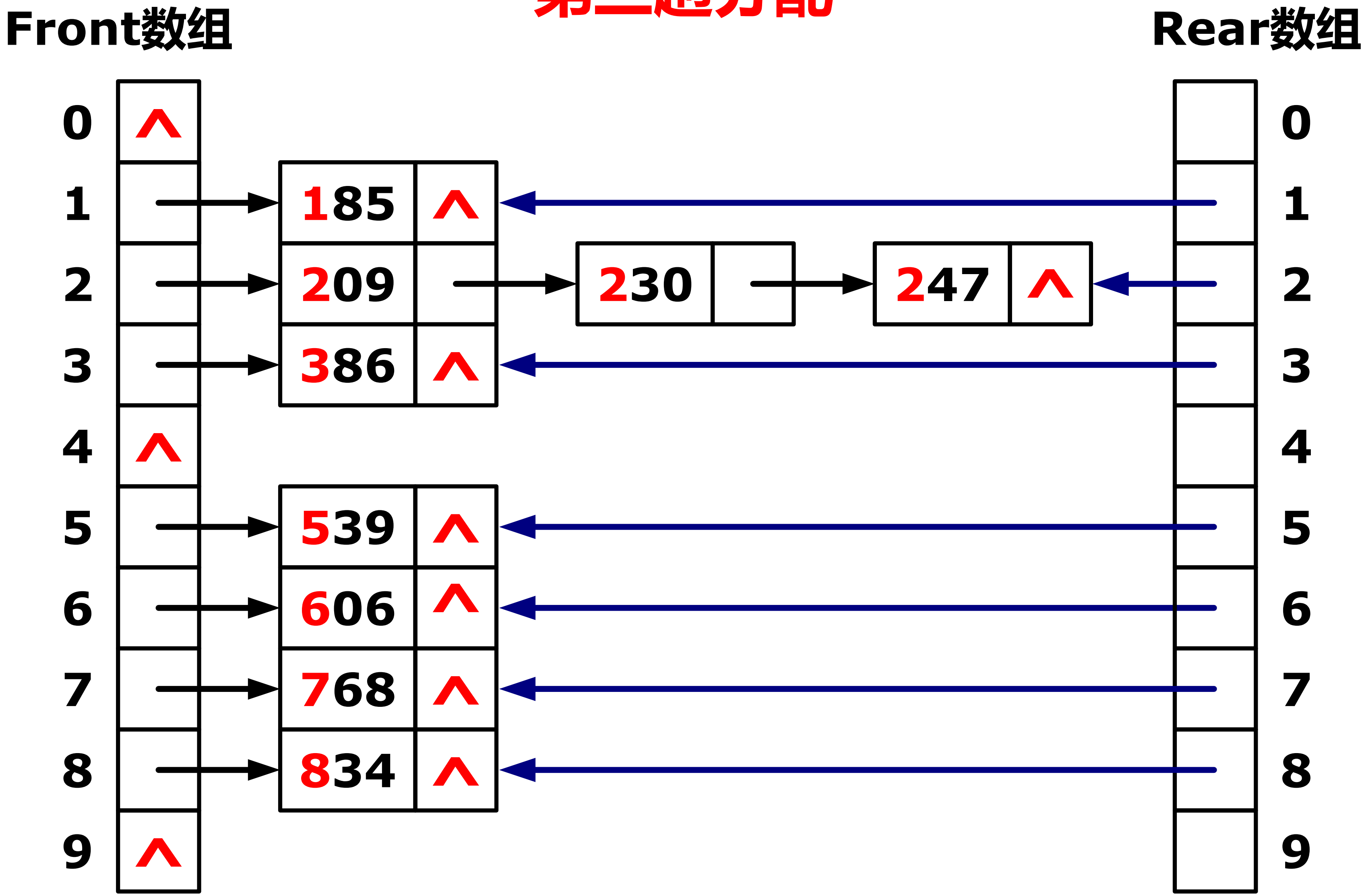
第二趟分配



第二趟收集后： 606 209 230 834 539 247 768 185 386

第三趟收集后： 185 209 230 247 386 539 606 768 834

第三趟分配



基数排序的基本数据结构

```
// 含next指针的待排元素
typedef struct node{
    int data;
    node *next;
}TNode;

// 首尾指针组合
typedef struct{
    node *front;
    node *rear;
}TPointer;
```

基数排序：构建辅助单链表

```
// 根据数组R构建带头结点的单链表
TNode* build_list(int R[], int n){
    int i; TNode* p, ph;
    ph = (TNode*)malloc(sizeof(TNode)); // 判空略
    ph->next = NULL;
    for(i = 0; i < n; ++i ){
        p = (TNode*)malloc(sizeof(TNode)); // 判空略
        p->data = R[i];
        p->next = ph->next;
        ph->next = p;
    }
    return ph;
}
```

对正整数构成的数组R执行基数排序

```
void radix_sort(int* R, int n){
    int i; TNode* p; TPointer Q[RADIX];
    int max_val = findmax(R, n);  // 求最大值
    TNode* ph = build_list(R, n);  // 构建链表
    for( i = 0;  max_val;  max_val/=10, ++i){
        dispatch(ph, Q, i); collect(ph, Q); // 分配收集
    } // 迭代次数由关键字位数决定
    p = ph->next; i = 0; // 将排序结果写入数组R
    while(p){ R[i] = p->data; p = p->next; ++i;  }
    destroy(ph); // 销毁辅助链表
}
```

基数排序的分配过程

```
void dispatch (TNode * ph, TPointer Q[], int d){
    int i, idx;  TNode * p = NULL;
    for( i = 0; i < RADIX; ++i ){
        Q[i].front = NULL;  Q[i].rear = NULL; }
    p = ph->next;        // 取原始链队列中第一个结点
    if(p){ ph->next = p->next; p->next = NULL; }
    while(p){
        idx = p->data;  //  取出*p中的第d位数字
        for(i = 0; i < d; ++i)  idx = idx / RADIX;
        idx = idx % 10;
        if( Q[idx].front == NULL){    // 将*p分配到相应队列中
            Q[idx].front = p; Q[idx].rear = p; }
        else{
            Q[idx].rear->next = p; Q[idx].rear = p; }
        p = ph->next;   // 取原始链队列中下一个结点
        if(p){  ph->next = p->next; p->next = NULL; }
    }
}
```

基数排序的收集过程

```
void collect(TNode* ph, TPointer * Q){
    int i; TNode*  p;
    // 找出Q数组中第一个指向非空队列的元素
    for(i = 0; !Q[i].front; ++i);
    // 将其链接到新的链表中
    ph->next = Q[i].front; p = Q[i].rear; i++;
    // 寻找其余非空队列，并将其顺序链接到主队列
    for(; i < RADIX; ++i){
        if(Q[i].front){
            p->next = Q[i].front; p = Q[i].rear;
        }
    }
    p->next = NULL;  // 修改链表尾结点
}
```

链式基数排序算法小结

- 若待排序列为整型值：基数排序过程中，首先将关键字分成几个关键字基数，再从个位开始执行“分配-收集”
  - 设置10个队列，F[i]和R[i]分别为第 i 个队列的头指针和尾指针
  - 第一趟分配：最低位关键字（个位）进行，修改记录的指针值，将记录分配至10个链队列中，每个队列记录的关键字的个位相同
  - 第一趟收集：改变所有非空队列的队尾记录的指针域，令其指向下一个非空队列的队头记录，重新将10个队列链成一个链表
  - 重复上述两步，进行第二趟、第三趟分配和收集，分别对十位、百位进行，最后得到一个有序序列
- 若为字符串，就从最右边开始分配-收集，若字符串长度不等则在短字符串右边补空格，规定空格比任何非空格字符都小

链式基数排序算法性能分析

- 设：n为待排序的数据个数，d为数据包含的关键字个数
- 设：Radix表示每个关键字取值个数（基数）
- 空间复杂度：O（n）
  - 需要两个长度为Radix的指针数组，指示链队列的头和尾
  - 需要n个数据存储单元（存储每个结点的数据和next指针）
- 时间复杂度：O（n）
  - 进行一轮分配所需的时间为：O(n)
  - 进行一轮收集所需时间为：O(Radix)
  - 一共需要执行d轮“分配-收集”
  - 因此总的时间复杂度为：$O(d\times(n+Radix))$
  - 当d和Radix可视为常数时，基数排序的时间复杂度为O(n)

排序方法比较

内部排序算法比较

排序算法	平均时间复杂度	最坏情况下时间复杂度	空间复杂度	稳定性
直接插入排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$	稳定
折半插入排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$	不稳定
二路插入排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$	不稳定
希尔排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(1)$	不稳定
冒泡排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$	稳定
快速排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n^2)$	$O(\log_2 n)$	不稳定
直接选择排序	$O(n^2)$	$O(n^2)$	$O(1)$	稳定
树形选择排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(n)$	不稳定
堆排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(1)$	不稳定
归并排序	$O(n\log_2 n)$	$O(n\log_2 n)$	$O(n)$	稳定
基数排序	$O(d(n+r))$	$O(d(n+r))$	$O(r)$	稳定

各种排序方法的比较

- 对排序方法进行选择时主要从如下几方面考虑
  - 待排序记录个数n
    - 决定算法的时间复杂度和空间复杂度
  - 记录本身的大小
    - 影响算法的空间复杂度
  - 关键字的分布情况
    - 影响算法的实际性能表现（最好、最坏和平均性能）
  - 对排序结果的稳定性要求

时间特性

- 平均时间复杂度为**O(n^2)**级别的算法
  - 插入排序、冒泡排序、选择排序
    - 插入排序（希尔排序）最常用，尤其当序列基本有序时
    - 选择排序移动记录的次数最少
- 时间复杂度为**O(nlogn)**级别的算法
  - 快速排序（交换）、堆排序（选择）、归并排序
    - 当待排序记录有序时，快速排序蜕化到O(n^2)
    - 在数据规模较大时，归并排序较堆排序更快
- 时间复杂度为**O(n)**级别的算法：基数排序
  - 当待排序记录有序时，插入和冒泡也可达到O(n)
- 选择排序、堆排序和归并排序的时间特性不受序列分布影响

空间特性

- 所有的简单排序方法的空间复杂度均为：O(1)
  - 插入排序（直接插入排序、折半插入排序、希尔排序）
  - 冒泡排序、简单选择排序、堆排序
- 快速排序的空间复杂度为：O(logn)
  - 为递归程序执行过程中栈所需的辅助空间
- 归并排序和基数排序的空间复杂度为：O(n)
  - 归并排序算法所需辅助空间最多：O(n)
  - 链式基数排序需附设队列首尾指针
    - 若不考虑新建链表，则空间复杂度为 O(RADIX)

电子科技大学

UESTC

1956