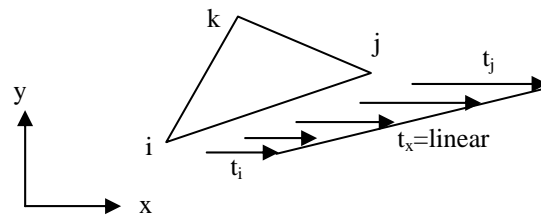
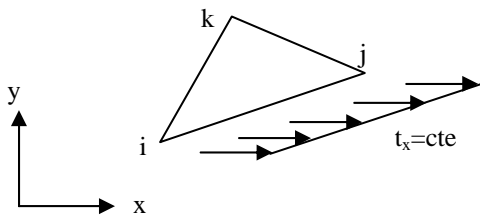




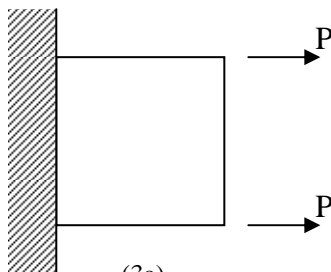
**ITA - Instituto Tecnológico de Aeronáutica**  
**AE-245 - Método dos Elementos Finitos**

**Lista de Exercícios 03**  
**Prof. Flávio Bussamra – 2008**  
**Data de entrega: 12/nov/08**

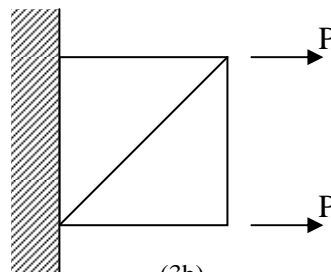
- 1) Obter o vetor de carga nodal equivalente para o elemento CST de nós  $i$ ,  $j$  e  $k$ , nos casos:
- $t_x = \text{cte}$ , sendo  $t_x$  = força por unidade de comprimento na direção  $x$ , entre nós  $i$  e  $j$ .
  - $t_x = t_i$  no nó  $i$  e  $t_x = t_j$  no nó  $j$ , variando linearmente entre os dois nós.



- 2) Obter explicitamente a matriz de rigidez de um elemento CST, sujeito a um estado plano de tensão.
- 3) Seja uma chapa quadrada, com os seguintes valores adimensionais (lado  $\bar{L} = 1$ ,  $\bar{E} = 1$ ,  $\nu = 0,3$ , espessura  $\bar{t} = 1$ ), fixa em uma extremidade, sujeita a duas cargas concentradas  $\bar{P} = 1$  (adimensional), conforme desenho 3a abaixo.



(3a)  
Problema real

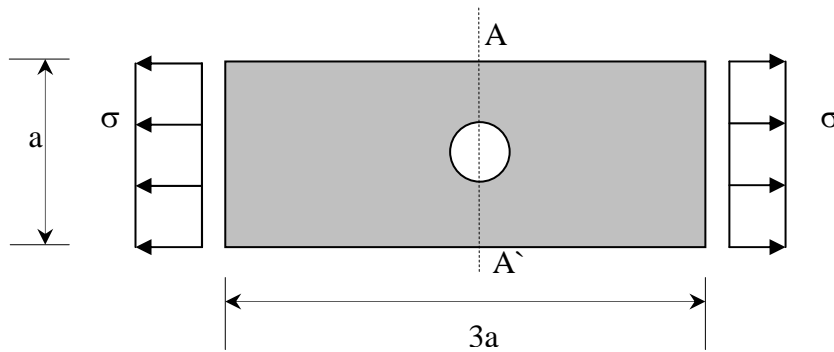


(3b)  
Malha de 2 elementos

- Utilizando dois elementos CST, conforme figura 3b, obtenha os deslocamentos nos pontos de aplicação das cargas, e as tensões ao longo da chapa.
- Utilizando um *software* de elementos finitos, faça uma análise de convergência para resolver o problema 3a, utilizando elementos triangulares apropriados. Desenhe curvas de convergência para deslocamentos e tensões máximas em função da malha. Informe o *software* e o elemento utilizado.
- Repita b, utilizando elementos retangulares.
- Comente os resultados.



- 4) Usando um *software* de elementos finitos, obtenha o fator de concentração de tensões  $k_t$  da chapa com um furo de diâmetro  $\phi=a/3$ . Faça análise de convergência. Adote valores de dimensões, propriedades e carga ( $\sigma$ ) que julgar adequados.



OBS:  $k_t$  é a relação entre máxima tensão  $\sigma_x$  encontrada na peça e a tensão nominal naquela seção. Como a tensão máxima ocorre na seção A-A', então:

$$K_t = \sigma_{\text{máx}} / \sigma_{\text{nominal}}$$

$$\text{onde: } \sigma_{\text{nominal}} = 3/2 \sigma$$

### ESTA É OPCIONAL:

- 5) Obter a aproximação das integrais abaixo, com 4 pontos de quadratura de Gauss e, se possível, comparar com a solução exata:

a)  $\int_{1,0}^{1,5} x^2 \ln(x) dx$

b)  $\iiint \frac{x^2 y^2}{z} dx dy dz$ , no paralelepípedo dado por:  $1,0 \leq x \leq 1,2$  ;  $1,0 \leq y \leq 1,3$  ;  $1,0 \leq z \leq 1,4$

c)  $\iint \frac{\sin(xy)}{\sqrt{3x+2y}} dx dy$ , no triângulo ao lado:

